

FENÔMENOS DE TRANSPORTE

Prof.^a Catia Rosana Lange

Prof.^a Neseli Dolzan



2009



Copyright © UNIASSELVI 2009

Elaboração:

Prof.^a Cátia Rosana Lange

Prof.^a Neseli Dolzan

Revisão, Diagramação e Produção:

Centro Universitário Leonardo da Vinci – UNIASSELVI

Ficha catalográfica elaborada na fonte pela Biblioteca Dante Alighieri

UNIASSELVI – Indaial.

380

R912 c Lange, Cátia Rosana.

Caderno de Estudos: Fenômenos de Transporte /

Cátia Rosana Lange [e] Neseli Dolzan.

Centro Universitário Leonardo da Vinci. – Indaial :

Grupo UNIASSELVI, 2009. x ;

200 p. : il.

Inclui bibliografia.

ISBN 978-85-7830-189-7

1. Transporte I. Dolzan, Neseli II Centro Universitário
Leonardo da Vinci . Núcleo de Ensino a Distância. II. Título.

APRESENTAÇÃO

Prezados (as) Acadêmico (as)!

Estamos iniciando a disciplina de Fenômenos de Transporte. Este Caderno abordará conhecimentos básicos sobre Mecânica dos Fluidos, Transferência de Calor e Transferência de Massa.

Os Fenômenos de Transporte têm importantes aplicações na Engenharia, pois permitem conhecer assuntos como o transporte de fluidos ou mesmo quantificar a dissipação de calor. Esses conhecimentos são importantes para melhorias dos processos de fabricação diversos, além de explicar como diversos fatos ocorrem.

Os fenômenos de transferência tratam da movimentação de uma grandeza física de um ponto para outro do espaço e fornecem, então, assunto para a disciplina de Fenômenos de Transporte.

O presente Caderno de Estudos é dividido em três unidades, que buscam apresentar os principais aspectos referentes aos Fenômenos de Transporte. A primeira unidade abordará o tema Mecânica dos Fluidos, na qual poderemos estudar os diversos conceitos e definições que abrangem o tema; estudaremos a estática dos fluidos, as equações de conservação e os diferentes tipos de escoamentos. Na segunda unidade, estudaremos os Fenômenos de Transferência de Calor, e trataremos das leis, dos princípios que regem a transmissão de calor e dos mecanismos físicos que fundamentam os três modos de transferência de calor, condução, convecção e radiação.

Finalmente, na terceira unidade, veremos os Fenômenos de Transferência de Massa, bem como estudaremos conceitos da composição de misturas, os coeficientes e mecanismos de difusão mássica em gases, líquidos e sólidos.

Albert Einstein nos brinda com o seguinte pensamento:

Nós, cientistas, acreditamos que o que nós e nossos semelhantes fizermos ou deixarmos de fazer nos próximos anos determinará o destino de nossa civilização. E consideramos nossa tarefa explicar incansavelmente essa verdade, ajudar as pessoas a perceber tudo o que está em jogo, e trabalhar, não para contemporizar, mas para aumentar o entendimento e conseguir, finalmente, a harmonia entre os povos e nações de diferentes pontos de vista.

Pense nisso e aproveite bem esta disciplina.

Prof.^a Cátia Rosana Lange
Prof.^a Neseli Dolzan



Você já me conhece das outras disciplinas? Não? É calouro? Enfim, tanto para você que está chegando agora à UNIASSELVI quanto para você que já é veterano, há novidades em nosso material.

Na Educação a Distância, o livro impresso, entregue a todos os acadêmicos desde 2005, é o material base da disciplina. A partir de 2017, nossos livros estão de visual novo, com um formato mais prático, que cabe na bolsa e facilita a leitura.

O conteúdo continua na íntegra, mas a estrutura interna foi aperfeiçoada com nova diagramação no texto, aproveitando ao máximo o espaço da página, o que também contribui para diminuir a extração de árvores para produção de folhas de papel, por exemplo.

Assim, a UNIASSELVI, preocupando-se com o impacto de nossas ações sobre o ambiente, apresenta também este livro no formato digital. Assim, você, acadêmico, tem a possibilidade de estudá-lo com versatilidade nas telas do celular, *tablet* ou computador.

Eu mesmo, UNI, ganhei um novo *layout*, você me verá frequentemente e surgirei para apresentar dicas de vídeos e outras fontes de conhecimento que complementam o assunto em questão.

Todos esses ajustes foram pensados a partir de relatos que recebemos nas pesquisas institucionais sobre os materiais impressos, para que você, nossa maior prioridade, possa continuar seus estudos com um material de qualidade.

Aproveito o momento para convidá-lo para um bate-papo sobre o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes – ENADE.

Bons estudos!



BATE SOBRE O PAPO ENADE!



Olá, acadêmico!

Você já ouviu falar sobre o **ENADE**?

Se ainda não ouviu falar nada sobre o ENADE, agora você receberá algumas informações sobre o tema.

Ouviu falar? Ótimo, este informativo reforçará o que você já sabe e poderá lhe trazer novidades. ✓✓



Vamos lá!

Qual é o significado da expressão ENADE?

EXAME NACIONAL DE DESEMPENHO DOS ESTUDANTES

Em algum momento de sua vida acadêmica você precisará fazer a prova ENADE. ✓✓



Que prova é essa?

É **obrigatória**, organizada pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

Quem determina que esta prova é obrigatória... O **MEC – Ministério da Educação**.

O objetivo do MEC com esta prova é o de avaliar seu desempenho acadêmico assim como a qualidade do seu curso. ✓✓



Fique atento! Quem não participa da prova fica impedido de se formar e não pode retirar o diploma de conclusão do curso até regularizar sua situação junto ao MEC.

Não se preocupe porque a partir de hoje nós estaremos auxiliando você nesta caminhada.

Você receberá outros informativos como este, complementando as orientações e esclarecendo suas dúvidas. ✓✓



Você tem uma trilha de aprendizagem do ENADE, receberá e-mails, SMS, seu tutor e os profissionais do polo também estarão orientados.

Participará de webconferências entre outras tantas atividades para que esteja preparado para #mandar bem na prova ENADE.

Nós aqui no NEAD e também a equipe no polo estamos com você para vencermos este desafio.

Conte sempre com a gente, para juntos mandarmos bem no ENADE! ✓✓



SUMÁRIO

UNIDADE 1 – MECÂNICA DOS FLUIDOS.....	1
TÓPICO 1 – CONCEITOS E DEFINIÇÕES.....	3
1 INTRODUÇÃO.....	3
2 OS FENÔMENOS DE TRANSPORTE NA ENGENHARIA.....	3
3 UNIDADES DE MEDIDA	4
4 FLUIDO.....	6
4.1 PROPRIEDADES DOS FLUIDOS.....	6
4.2 FLUIDOS NEWTONIANOS	7
4.3 VISCOSIDADE.....	7
4.4 FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS.....	8
4.5 FLUIDOS COMPRESSÍVEIS	9
5 MASSA ESPECÍFICA	9
6 DENSIDADE RELATIVA.....	10
7 VOLUME ESPECÍFICO	10
8 PESO ESPECÍFICO	10
9 FORÇAS.....	11
10 PRESSÃO	11
11 SISTEMA (OU CORPO)	13
12 MEIO	14
13 EQUILÍBRIO.....	15
LEITURA COMPLEMENTAR.....	16
RESUMO DO TÓPICO 1.....	19
AUTOATIVIDADE	20
TÓPICO 2 – ESTÁTICA DOS FLUIDOS.....	21
1 INTRODUÇÃO.....	21
2 PRESSÃO	21
3 MANOMETRIA	23
3.1 TUBO PIEZOMÉTRICO.....	24
3.2 MANÔMETRO EM “U”	25
3.3 MANÔMETRO DE BOURDON	26
4 FORÇAS SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS SUBMERSAS	27
5 LEIS DO EMPUXO	30
RESUMO DO TÓPICO 2	33
AUTOATIVIDADE	34
TÓPICO 3 – EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	35
1 INTRODUÇÃO.....	35
2 CONSERVAÇÃO DE MASSA	35
2.1 PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA.....	36
3 CONSERVAÇÃO DE (MOMENTO) <i>MOMENTUM</i>	38
4 EQUAÇÃO DE BERNOULLI	39

5 EQUAÇÃO GERAL DA ENERGIA.....	41
RESUMO DO TÓPICO 3	46
AUTOATIVIDADE	47
TÓPICO 4 – ESCOAMENTOS.....	49
1 INTRODUÇÃO	49
2 PARÂMETROS DA DESCRIÇÃO DOS ESCOAMENTOS.....	49
2.1 CAMPO DE VELOCIDADES.....	49
2.2 ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO.....	50
2.3 REGIME PERMANENTE E NÃO PERMANENTE.....	55
2.4 ESCOAMENTO LAMINAR EM TUBOS	56
2.5 ESCOAMENTOS EM REGIME TURBULENTO.....	58
2.5.1 O Diagrama de Moody	60
2.5.2 Tipos de Problemas de escoamento de Fluidos	62
RESUMO DO TÓPICO 4.....	64
AUTOATIVIDADE	65
UNIDADE 2 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	67
TÓPICO 1 – FUNDAMENTOS DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	69
1 INTRODUÇÃO	69
2 CONCEITOS, ORIGENS FÍSICAS E EQUAÇÕES DE TAXA.....	69
2.1 CONDUÇÃO.....	70
2.1.1 Condutividade Térmica.....	70
2.2 CONVECÇÃO.....	73
2.2.1 Convecção Forçada e Natural	73
2.3 RADIAÇÃO.....	75
3 RELAÇÃO ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TERMODINÂMICA.....	78
4 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA	79
5 O BALANÇO DE ENERGIA EM UMA SUPERFÍCIE.....	80
6 RELEVÂNCIA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	81
7 UNIDADES E DIMENSÕES	82
RESUMO DO TÓPICO 1.....	85
AUTOATIVIDADE	86
TÓPICO 2 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO.....	87
1 INTRODUÇÃO	87
2 CONDUÇÃO DE CALOR UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE.....	87
2.1 LEI DE FOURIER.....	88
2.2 PROPRIEDADES TÉRMICAS DOS MATERIAIS	90
2.2.1 Condutividade Térmica.....	90
2.2.2 Difusividade Térmica.....	93
3 CONDUÇÃO DE CALOR EM UMA PAREDE PLANA	93
3.1 ANALOGIA ENTRE RESISTÊNCIA TÉRMICA E RESISTÊNCIA ELÉTRICA	95
3.2 ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM SÉRIE	97
3.3 ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM PARALELO.....	99
4 CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE PAREDES CILÍNDRICAS.....	103
5 CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE UMA CONFIGURAÇÃO ESFÉRICA.....	108
RESUMO DO TÓPICO 2.....	111
AUTOATIVIDADE	112

TÓPICO 3 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	113
1 INTRODUÇÃO	113
2 LEI BÁSICA PARA CONVECÇÃO	113
3 CAMADA LIMITE	115
4 O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO	115
5 CONVECÇÃO FORÇADA	116
5.1 CORRELAÇÕES EMPÍRICAS	117
6 CONVECÇÃO NATURAL	119
6.1 CORRELAÇÕES EMPÍRICAS - TEMPERATURA DA PAREDE CONSTANTE	119
6.1.1 Placa vertical	119
6.1.2 Cilindro vertical	120
6.1.3 Placa horizontal	120
6.1.4 Cilindro horizontal	120
7 A RESISTÊNCIA TÉRMICA DE CONVECÇÃO	121
RESUMO DO TÓPICO 3	124
AUTOATIVIDADE	125
TÓPICO 4 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO	127
1 INTRODUÇÃO	127
2 FUNDAMENTOS FÍSICOS	127
3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS EM RELAÇÃO À RADIAÇÃO	128
3.1 TIPOS DE REFLEXÃO	129
3.2 PODER EMISSIVO DE UM CORPO	129
4 CÁLCULO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO	130
4.1 LEI DE STEFAN-BOLTZMAN	130
4.2 LEI DE KIRCHHOFF	131
4.3 TRANSFERÊNCIA LÍQUIDA DE CALOR POR RADIAÇÃO	132
4.4 O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO	132
5 TROCA DE RADIAÇÃO ENTRE SUPERFÍCIES	133
5.1 FATOR FORMA	133
5.2 TROCA DE RADIAÇÃO ENTRE DUAS SUPERFÍCIES CINZAS	134
5.3 SUPERFÍCIE REIRRADIANTE	134
LEITURA COMPLEMENTAR	136
RESUMO DO TÓPICO 4	139
AUTOATIVIDADE	140
UNIDADE 3 – TRANSFERÊNCIA DE MASSA	143
TÓPICO 1 – COEFICIENTES E MECANISMOS DA DIFUSÃO	145
1 INTRODUÇÃO	145
2 DIFUSÃO EM GASES	145
2.1 COMPOSIÇÃO DE MISTURAS	146
2.2 LEI DE FICK DA DIFUSÃO	147
2.3 TEORIA CINÉTICA DOS GASES	148
2.4 COEFICIENTE DE DIFUSÃO PARA GASES	150
2.4.1 Coeficiente de autodifusão A/A	150
2.4.2 Coeficiente de difusão em gases para o par apolar A/B	151
2.4.3 Potencial de Lennard-Jones	153
2.4.4 Correlações para estimativa do coeficiente de difusão - pares de gases apolares	156
2.4.4.1 A equação de Chapman-Enskog	156
2.4.4.2 A correlação de Fuller, Schetter e Giddings	157
2.4.4.3 A correlação de Brokaw	158

2.5 ESTIMATIVA DO D_{AB} A PARTIR DE UM D_{AB} CONHECIDO EM OUTRA TEMPERATURA E PRESSÃO.....	159
2.6 COEFICIENTE DE DIFUSÃO DE UM SOLUTO EM MISTURA GASOSA DE MULTICOMPONENTES	161
3 DIFUSÃO EM LÍQUIDOS.....	161
3.1 DIFUSÃO DE NÃO ELETRÓLITOS EM SOLUÇÕES LÍQUIDAS DILUÍDAS	161
3.2 DIFUSÃO DE NÃO ELETRÓLITOS EM SOLUÇÕES LÍQUIDAS CONCENTRADAS	164
4 DIFUSÃO EM SÓLIDOS CRISTALINOS.....	164
4.1 FATORES QUE INFLUENCIAM NA DIFUSÃO	165
4.2 COEFICIENTE DE DIFUSÃO.....	166
5 DIFUSÃO EM SÓLIDOS POROSOS.....	166
6 DIFUSÃO EM MEMBRANAS	168
LEITURA COMPLEMENTAR.....	169
RESUMO DO TÓPICO 1	171
AUTOATIVIDADE	172
TÓPICO 2 – DIFUSÃO EM REGIME PERMANENTE SEM REAÇÃO QUÍMICA.....	175
1 INTRODUÇÃO.....	175
2 DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE.....	175
2.1 DIFUSÃO EM REGIME PERMANENTE ATRAVÉS DE FILME GASOSO INERTE E ESTAGNADO	176
2.2 DIFUSÃO PSEUDOESTACIONÁRIA NUM FILME GASOSO ESTAGNADO.....	179
2.3 DIFUSÃO EM MEMBRANAS FICKIANAS	183
RESUMO DO TÓPICO 2	186
AUTOATIVIDADE	188
TÓPICO 3 – DIFUSÃO EM REGIME TRANSIENTE	189
1 INTRODUÇÃO.....	189
2 DIFUSÃO EM REGIME TRANSIENTE COM RESISTÊNCIA EXTERNA DESPREZÍVEL	190
2.1 CILINDRO INFINITO.....	190
RESUMO DO TÓPICO 3	194
AUTOATIVIDADE	195
REFERÊNCIA	196
ANEXO	198

MECÂNICA DOS FLUIDOS

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

A partir desta unidade, você estará apto(a) a:

- entender os conceitos básicos que inserem ao estudo da mecânica dos fluidos;
- reconhecer os princípios e as equações básicas da mecânica dos fluidos;
- identificar as leis e equações que regem os princípios de conservação de massa, momento e energia;
- reconhecer os diferentes regimes de escoamentos em tubulações e efetuar cálculos de diâmetro, queda de pressão e vazão.

PLANO DE ESTUDOS

Esta primeira unidade está dividida em quatro tópicos. No final de cada um deles, você encontrará atividades que contribuirão para sua reflexão e análise dos estudos já realizados.

TÓPICO 1 – CONCEITOS E DEFINIÇÕES

TÓPICO 2 – ESTÁTICA DOS FLUIDOS

TÓPICO 3 – EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

TÓPICO 4 – ESCOAMENTOS

CONCEITOS E DEFINIÇÕES

1 INTRODUÇÃO

Os Fenômenos de Transporte têm importantes aplicações na Engenharia, pois permitem conhecer assuntos como o transporte de fluidos ou mesmo quantificar a dissipação de calor. Esses conhecimentos são importantes para melhorias de processos de fabricação diversos.

Para iniciar o estudo de Fenômenos de Transporte, é necessária a introdução de alguns conceitos básicos, que servirão de subsídio para o entendimento do assunto. Neste tópico, veremos esses conceitos que dão suporte ao estudo de Fenômenos de Transporte para a Engenharia.

2 OS FENÔMENOS DE TRANSPORTE NA ENGENHARIA

Os fenômenos de transferência tratam da movimentação de uma grandeza física de um ponto para outro do espaço e fornecem, então, assunto para a disciplina de Fenômenos de Transporte. Os fenômenos são: **transporte de quantidade de movimento, transporte de energia térmica e transporte de massa.**

Os princípios físicos fundamentais utilizados no desenvolvimento dos Fenômenos de Transporte foram desenvolvidos e formulados através de muitas observações realizadas no passado e, hoje, servem de conceitos para novas descobertas.

Segundo Roma (2006, p. 02), as aplicações de Fenômenos de Transporte na Engenharia são inúmeras, principalmente por formarem um dos pilares básicos em todos os ramos da Engenharia. Poder-se-ia citar:

- na **Engenharia Civil e Arquitetura**: constituem a base do estudo de hidráulica e hidrologia e têm aplicações no conforto térmico em edificações;
- na **Engenharia Sanitária e Ambiental**: como as principais aplicações nessa área são ligadas à poluição ambiental, os Fenômenos de Transporte tornam-se ferramenta importante no estudo da difusão de poluentes no ar, na água e no solo;

- na **Engenharia Química**: os Fenômenos de Transporte constituem a base das operações unitárias, que, por sua vez, constituem a base da Engenharia Química;
- na **Engenharia Mecânica**: encontram-se exemplos de aplicação nos processos de usinagem, nos processos de tratamento térmico, no cálculo das máquinas hidráulicas, referindo-se à denominada mecânica dura, e são bases fundamentais dos processos de transferência de calor das máquinas térmicas e frigoríficas na denominada mecânica mole. Não pode ser esquecida a aplicação na Engenharia Aeronáutica, com importantes desenvolvimentos na aerodinâmica;
- na **Engenharia de Produção**: as aplicações mais conhecidas são as de otimização de processos produtivos e de transporte de fluidos, por intermédio do conhecimento dos fenômenos de troca de calor e da movimentação de fluidos ao longo das tubulações. Também são importantes nessa área as aplicações nos estudos de ciclo de vida dos produtos industrializados.

Dada a importância dos Fenômenos de Transporte, este Caderno fornecerá conteúdos e informações técnicas para aplicações nas diversas áreas da Engenharia.

3 UNIDADES DE MEDIDA

Os sistemas de unidade foram desenvolvidos para padronizar as unidades utilizadas nas quantificações de fenômenos físicos. Conforme a necessidade de cada situação, foram criadas as unidades de medida, e para dar coerência ao conjunto de unidades de um determinado país ou região, foi criada uma sistematização organizando as unidades em um “sistema de unidades”.

Entretanto, conforme Roma (2006, p. 4), para que as unidades de medida sejam homogêneas nos diferentes países e culturas, foi criado o Bureau Internacional de Pesos e Medidas, que em sua 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), em 1960, adotou o nome **Sistema Internacional de Medidas (SI)**, para o sistema definido em 1954, no qual foram adotadas como unidades fundamentais as medidas de comprimento, massa, tempo, intensidade de corrente elétrica, temperatura termodinâmica e intensidade luminosa. No Quadro 01, encontram-se as principais grandezas empregadas no estudo de Fenômenos de Transporte e suas dimensões de acordo com o Sistema Internacional.

QUADRO 1 – GRANDEZAS USUAIS EM FENÔMENOS DE TRANSPORTE E SUAS UNIDADES

Grandezas	Unidade SI	
	Nome	Símbolo
Massa	Quilograma	Kg
Comprimento	Metro	m
Tempo	Segundo	s
Temperatura termodinâmica	Kelvin	K
Quantidade de matéria	Mol	Mol
Área	Metro quadrado	m ²
Volume	Metro cúbico	m ³
Velocidade		m/s
Aceleração		m/s ²
Frequência	Hertz	Hz
Massa específica		kg/m ³
Vazão		m ³ /s
Descarga (de massa)		kg/s
Força	Newton	N
Torque	Newton metro	N.m
Pressão	Pascal	Pa
Viscosidade dinâmica	Pascal segundo	Pa.s
Viscosidade cinemática		m ² /s
Energia, trabalho, calor	Joule	J = N.m
Potência	Watt	W = J/s
Densidade de potência		W/m ²
Temperatura Celsius	grau Celsius	°C
Gradiente de temperatura		K/m**
Capacidade térmica		J/K**
Condutividade térmica		W/m.K**
Quantidade de movimento		kg.m/s

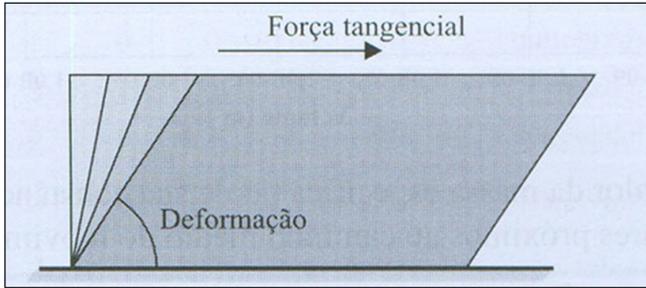
FONTE: Extraído e adaptado de: ROMA (2006, p. 5)

** Alternativamente, pode ser usado o grau Celsius.

4 FLUIDO

A maioria das pessoas entende o fluido como líquidos em geral. Porém, de acordo com Livi (2004, p. 5), “fluido é a substância que se deforma continuamente sob a ação de uma tensão cisalhante (tangencial), por menor que seja a tensão de cisalhamento aplicada”. Um esquema e escoamento de um fluido sob a ação de uma força tangencial pode ser observada na Figura 1.

FIGURA 1 – ESCOAMENTO DE UM FLUIDO SOB A AÇÃO DE UMA FORÇA TANGENCIAL



FONTE: Roma (2006, p. 3)



Tensão de Cisalhamento é um tipo de tensão gerado por forças aplicadas em sentidos opostos, porém em direções semelhantes no material analisado.

Fonte: Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org>>. Acesso em: 15 maio 2009.

O conceito de fluido envolve além dos líquidos, os gases. Portanto, se a substância preenche totalmente a forma do recipiente sem formar uma superfície livre, então ela é um gás; porém, se a substância forma uma superfície livre, falamos de um líquido.

4.1 PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

Os fluidos podem apresentar diversas propriedades. Dentre as mais importantes, estudaremos as seguintes, listadas por Livi (2004, p. 6):

- os fluidos submetidos a esforços normais sofrem variações volumétricas finitas. Quando essas variações volumétricas são muito pequenas, consideram-se os fluidos incompressíveis. Geralmente, os líquidos são incompressíveis, enquanto os gases são compressíveis;

- existindo tensão cisalhante, ocorre escoamento, ou seja, o fluido entra em movimento;
- os fluidos se moldam às formas dos recipientes que os contêm, sendo que os líquidos ocupam volumes definidos e apresentam superfícies livres, enquanto os gases se expandem até ocupar todo o recipiente. Essa moldagem nos líquidos deve-se ao escoamento causado pela existência de componente cisalhante do peso dos elementos de volume do fluido;
- para um fluido em repouso, a tensão é exclusivamente normal, sendo seu valor chamado de pressão estática que, em um ponto, é igual em qualquer direção.

4.2 FLUIDOS NEWTONIANOS

Os fluidos, de uma maneira geral, são classificados como fluidos *newtonianos* ou *não newtonianos*. Dizemos que um fluido é *newtoniano* quando a tensão de cisalhamento aplicada é diretamente proporcional à taxa de deformação sofrida por um elemento fluido. Temos como exemplos a água e o ar. Já os fluidos *não newtonianos* são aqueles em que a tensão cisalhante aplicada não é diretamente proporcional à taxa de deformação sofrida pelo fluido.

4.3 VISCOSIDADE

É a propriedade associada à resistência que o fluido oferece à deformação por cisalhamento. Em outras palavras, podemos dizer que a viscosidade corresponde ao atrito interno nos fluidos devido às interações intermoleculares, normalmente em função da temperatura.

Os fluidos reais possuem viscosidade, em maior ou menor intensidade, de forma que, quando em escoamento com gradientes de velocidade, apresentam fenômenos de atrito viscoso. A viscosidade é causada fundamentalmente pela coesão intermolecular e pela transferência do momento linear através do fluido.

A viscosidade é a propriedade do fluido que determina a velocidade com que os líquidos se moldam aos recipientes que os contêm. A água se molda rapidamente a um recipiente, enquanto que a glicerina possui um processo mais lento. A viscosidade da glicerina é muito maior que a da água, ou seja, a glicerina oferece uma resistência maior à deformação por cisalhamento.

Conforme no diz Livi (2004, p. 8), “A viscosidade depende da temperatura, e verificam-se efeitos opostos sobre a viscosidade de gases e de líquidos em função da variação da temperatura”.

Nos gases, a coesão intermolecular é desprezível, resultando no fato de que a tensão cisalhante entre duas camadas do fluido em escoamento é devida à transferência de momento linear entre essas camadas. Nos líquidos, as distâncias intermoleculares e a intensidade dos movimentos das moléculas são muito menores que nos gases, fazendo com que a transferência de momento linear entre as camadas possa ser desprezada. Assim, as tensões cisalhantes e a viscosidade dependem da intensidade das forças de coesão intermoleculares que diminuem com o acréscimo de temperatura, de maneira que a viscosidade dos líquidos diminui com o aumento da temperatura.

A viscosidade cinemática ν do fluido, dada por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1)$$

Onde μ é a viscosidade absoluta ou dinâmica, Pa.s
 ρ é a massa específica, Kg/m³
 ν é a viscosidade, m²/s

4.4 FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS

A compressibilidade de um fluido depende do módulo de compressibilidade volumétrica ϵ_{vol} . Sempre que se tratar de um escoamento incompressível, ou no modelo ideal, de um sistema com fluido incompressível, a massa específica será considerada constante. Nos problemas de Engenharia, todos os líquidos são considerados incompressíveis, exceto quando envolvidos em sistemas com grande variação de pressão.

O módulo de compressibilidade volumétrica é definido por:

$$\epsilon_{vol} = -V \frac{dp}{dV} \quad (2)$$

Para ilustrar a baixa compressibilidade da água, Roma (2006, p. 11) nos mostra que esta tem o valor de $\epsilon_{vol} = 2,05 \times 10^9$ N/m², considere a aplicação de 700kPa, a um volume de 1m³ de água, que resulta da variação dV dada por:

$$dV = -V \frac{dP}{\epsilon_{vol}} = -1 \cdot \frac{700000}{2,05 \cdot 10^9} = -\frac{1}{3000} m^3$$

A partir do cálculo, observa-se que a redução do volume do líquido seria de 0,00033 m³, o que indica que o fluido é incompressível.

4.5 FLUIDOS COMPRESSÍVEIS

Nos problemas de Engenharia, os gases e vapores são considerados compressíveis, isto é, sua massa específica sofre grande influência da pressão envolvida no ambiente de trabalho.

5 MASSA ESPECÍFICA

A massa específica ρ , definida como a massa por unidade de volume, é dada por:

$$\rho = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{m}{V} \left[\text{kg} / \text{m}^3 \right] \quad (3)$$

Onde m é a massa em kg
 V é o volume em m^3



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Uma sala tem dimensões iguais a $4 \times 3 \times 5 \text{ m}^3$, e a massa de ar no interior vale 72 kg. Determine a massa específica do ar nestas condições.

Solução: Pela aplicação da fórmula, temos:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{72}{60} = 1,2 \text{ kg} / \text{m}^3$$



DESAFIO

Como podemos medir a massa específica de um melão?

6 DENSIDADE RELATIVA

A densidade de uma substância é a relação entre sua massa específica e a massa específica da água em uma situação de referência, dada por:

$$d = \frac{P_{\text{substância}}}{P_{\text{água}}} \quad (4)$$

Onde ρ é a massa específica.

O valor da densidade é um número adimensional, e as substâncias que têm a densidade menor que a da água irão flutuar nela.



Um número adimensional é aquele que não possui unidade.

7 VOLUME ESPECÍFICO

O volume específico v é o volume ocupado pela unidade de massa de uma substância, ou seja, é o inverso da massa específica, sendo dado por:

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (5)$$

8 PESO ESPECÍFICO

O peso específico de uma substância é o seu peso por unidade de volume, dado por:

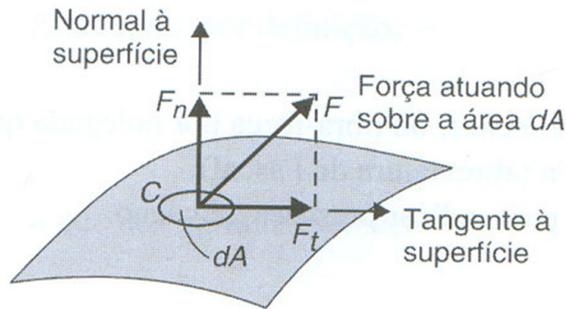
$$\gamma = \rho g \quad (6)$$

O peso específico dos elementos costuma ser fornecido.

9 FORÇAS

Os escoamentos que interessam no estudo de Fenômenos de Transporte envolvem essencialmente dois tipos de forças: superficiais e de corpo (ou de volume). As forças superficiais podem ser de dois tipos: tangenciais e normais, conforme a Figura 02. Como atuam sobre áreas, elas dão origem a tensões, chamadas cisalhantes e normais, respectivamente.

FIGURA 2 – FORÇAS TANGENCIAIS E NORMAIS



FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 30)

Braga Filho (2006, p. 31) nos faz pensar ao sugerir: considere um ponto arbitrário sobre um fluido em repouso. Um elemento de área envolve o ponto, e uma tensão normal se estabelece. Se girarmos o elemento de área em torno de um eixo sobre ela e, a cada orientação, a tensão normal for calculada, os resultados serão sempre iguais, enquanto o fluido estiver em repouso, consequência do equilíbrio de forças sobre o elemento. Este resultado obtido a partir das forças normais permite a definição da pressão atuando sobre o elemento de fluido.

10 PRESSÃO

A pressão é definida como a relação entre a força aplicada perpendicularmente sobre uma superfície e a área dessa superfície.

$$[P] = \left[\frac{F}{A} \right] \quad (7)$$



DESAFIO

O que é melhor, um sujeito grandalhão pisar no seu pé ou uma senhora de salto alto?

As unidades de pressão são:

- sistema MKS; kgf/cm^2 ;
- sistema inglês: psi (*pound square inches*, ou libra-força por polegada quadrada);
- sistema Internacional: N/m^2 ou Pa (Pascal);
- $\text{torr} = 1 \text{ mm Hg}$, unidade usada para indicar pressões de vácuo.

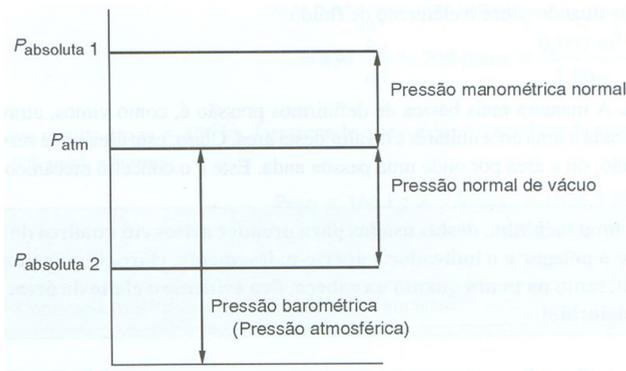
A pressão atmosférica normal vale:

- $1,0332 \text{ kgf/cm}^2$;
- $14,7 \text{ psi}$;
- $101325 \text{ Pa} = 101,325 \text{ kPa}$ (normalmente usamos apenas 100 kPa);
- 760 mm Hg .



A unidade Torr é em homenagem a Evangelista Torricelli, um dos últimos discípulos de Galileu. Inventou o barômetro, em 1643, e foi quem primeiro estudou a pressão atmosférica como resultado do peso do ar e seus efeitos.

FIGURA 3 – DIAGRAMA DE PRESSÕES



FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 32)

De acordo com a Figura 03, podemos dizer que:

$$P_{\text{medida}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} \quad (8)$$

$$P_{\text{vácuo}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{abs}} \quad (9)$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um medidor mostra que a pressão em um ponto é 100 psig. Qual é a pressão absoluta? Qual o seu valor no Sistema Internacional?

Solução: Psig indica uma pressão medida (pelo índice g) no Sistema Inglês. A pressão atmosférica neste sistema vale 14,7 psi. Portanto, a pressão absoluta vale:

$$P_{abs} = P_{atm} + 100 \text{ psig} = 114,7 \text{ psia}$$

A transformação para o SI pode ser feita através da regra de três simples:

$$14,7 \text{ psia} \rightarrow 100 \text{ kPa}$$

$$114,7 \text{ psia} \rightarrow x \text{ kPa}$$

Então, a pressão será de 780,3 kPa.

1.1 SISTEMA (OU CORPO)

Um sistema é a quantidade de matéria em que estamos interessados. Exemplo: Um pedaço de pão, o corpo humano, um bloco de ferro, um litro de água. Em todos estes exemplos, a quantidade de matéria pode ser considerada constante. Este sistema é chamado de sistema fechado. Entretanto, conforme Braga Filho (2006, p. 24), “podemos estar interessados em situações como a do enchimento de uma garrafa de cerveja ou outro líquido, que, inicialmente, está vazia e termina cheia, isto é, situações nas quais a massa atravessa os limites (fronteira). Este segundo tipo é chamado de sistema aberto ou **Volume de Controle**, que é a denominação mais atual. Alguns exemplos deste sistema são: linha de gás que atende o fogão de uma casa, automóvel (que recebe gasolina e ar e libera os gases da combustão pela descarga).

É importante estarmos sempre atentos ao conceito de massa constante. Em um sistema, em que não há trocas de massa, é inalterada. Em um volume de controle, há situações de entrada e saída de massa. Quando esta entrada é igual à saída, consideramos que a massa no seu interior é constante, porém, devemos entender que esta massa tem energia, quantidade de movimento e outros fenômenos associados a ela.

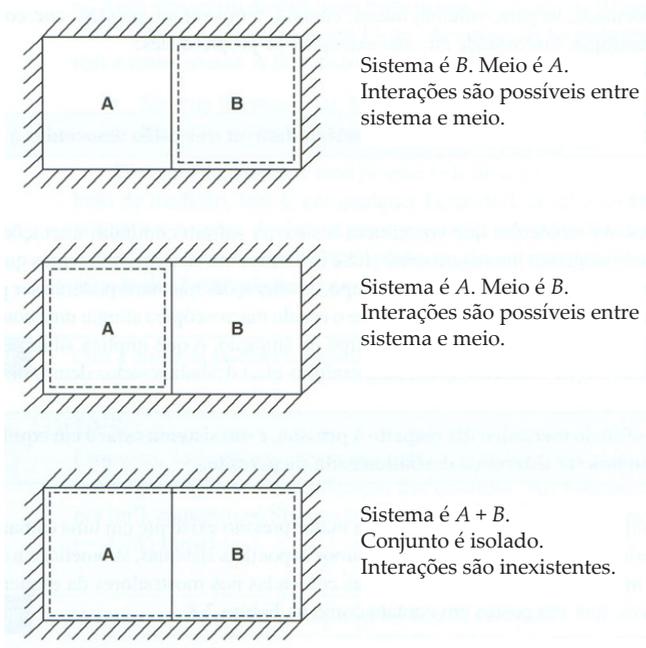
12 MEIO

Também conhecido como vizinhança, o meio não faz parte do sistema ou do volume de controle. As fronteiras podem assumir diferentes tipos, como: rígidas (uma caldeira), deformáveis (balão de gás), móveis (cilindro), isoladas termicamente (tubulação de vapor), não isoladas (copo de cerveja) etc.

A escolha do meio em um determinado problema dependerá da experiência obtida através de estudos anteriores. Nem sempre acertamos em um primeiro momento. É comum escolhermos uma definição de sistema e meio que não seja a mais adequada para a solução de determinado problema.

A Figura 04 apresenta três casos de sistema e meio, para um problema de troca térmica entre dois corpos inicialmente separados por uma parede. A linha tracejada serve para separar o meio do sistema.

FIGURA 4 – CASOS DE SISTEMAS E MEIOS



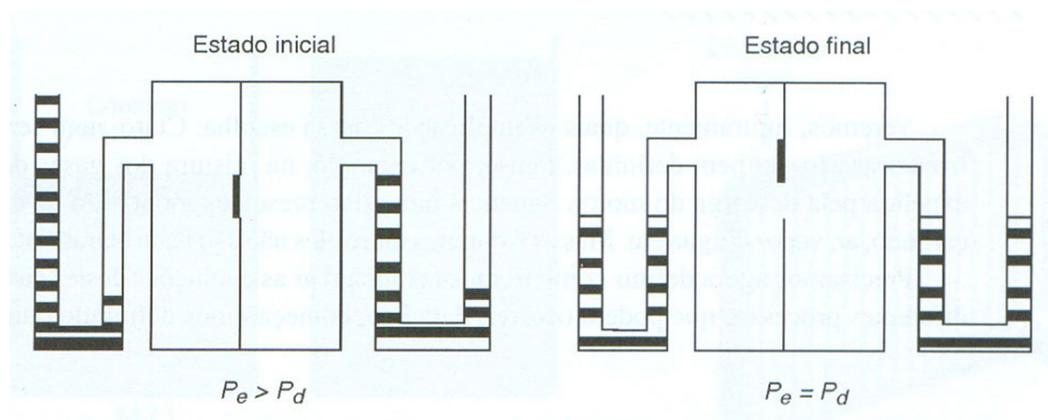
FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 25)

13 EQUILÍBRIO

O equilíbrio mecânico diz respeito à pressão e um sistema estará em equilíbrio mecânico se não houver diferença desbalanceada de pressão.

Podemos supor dois sistemas, submetidos a diferentes pressões, conforme indicado pelas escalas graduadas colocadas nos mostradores da esquerda e da direita dos recipientes, que estão em contato, conforme a Figura 05.

FIGURA 5 – SISTEMAS SUBMETIDOS A DIFERENTES PRESSÕES



FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 26)

Neste exemplo, ao abirmos a comporta, o líquido que está na região de maior pressão irá escoar para a região de menor pressão, promovendo a equalização das pressões nas câmaras. Esta condição final é considerada equilíbrio mecânico.



Muitos exercícios que serão desenvolvidos nesta unidade dependerão de conversões de unidade. Sugiro que você busque uma tabela de conversão de unidades para resolvê-los. Um site que apresenta uma destas tabelas é:

<<http://www.portalnaval.com.br/upload/img/Tabelas%20Geral.pdf>>.

LEITURA COMPLEMENTAR**UMA BREVE HISTÓRIA DA MECÂNICA DOS FLUIDOS**

Professor Glenn Brown

Um dos primeiros problemas de engenharia que a humanidade enfrentou, à medida que as cidades foram se desenvolvendo, foi o suprimento de água para uso doméstico e irrigação de plantações. Nosso estilo de vida urbano só pode ser mantido com abundância de água e está claro, através da arqueologia, que cada civilização de sucesso da pré-história investiu na construção e manutenção dos sistemas de água. Os aquedutos romanos, alguns dos quais ainda estão em uso, são os melhores exemplos conhecidos. Entretanto, talvez o exemplo de engenharia mais impressionante do ponto de vista técnico foi construído na cidade helenística de Pergamon, atual Turquia. Lá, entre 283 e 133 aC, eles construíram uma série de tubulações de chumbo e argila pressurizadas, com até 45 km de comprimento e que operavam com pressão maior que 1,7 MPa. Infelizmente, os nomes da maioria desses construtores primitivos perderam-se no tempo. A contribuição reconhecida mais antiga para a teoria da mecânica dos fluidos foi feita pelo matemático grego Arquimedes (285 – 212 aC). Ele formulou e aplicou o princípio do empuxo no primeiro teste não destrutivo da história para determinar o teor de ouro da coroa do Rei Hiero I. Os romanos construíram grandes aquedutos e educaram muitos povos conquistados sobre os benefícios da água limpa, porém, de modo geral, tinham uma compreensão geral muito pobre da teoria dos fluidos.

Durante a Idade Média a aplicação de maquinaria hidráulica expandiu-se vagarosamente mas com persistência. Elegantes bombas a pistão foram desenvolvidas para remover água das minas e moinhos movidos à água e a vento foram aperfeiçoados para moer grãos, forjar metais e para outras tarefas. Pela primeira vez na história humana registrada, trabalhos significativos foram realizados sem a força do músculo de uma pessoa ou animal e essas invenções têm o mérito de possibilitar a posterior Revolução Industrial. Novamente, os criadores da maioria do progresso são desconhecidos, mas os dispositivos propriamente ditos foram bem documentados por diversos escritores técnicos como Gergius Agrícola.

A Renascença trouxe desenvolvimento contínuo dos sistemas e máquinas de fluido, porém o mais importante foi que o método científico foi aperfeiçoado e adotado em toda a Europa. Simon Stevin (1548 – 1617), Galileo Galilei (1564 – 1642), Edme Mariotte (1620 – 1684) e Evangelista Torricelli (1608 – 1647) estavam entre os primeiros a aplicar o método científico aos fluidos quando investigaram as distribuições de pressão hidrostática e o vácuo. Esse trabalho foi integrado e

refinado pelo brilhante matemático Blaise Pascal (1623 – 1662). O monge italiano, Benedetto Castelli (1577 – 1644) foi a primeira pessoa a publicar o enunciado do princípio de continuidade para fluidos. Além de formular suas equações do movimento para sólidos, Isaac Newton (1643 – 1727) aplicou as leis para fluidos e explorou a inércia e resistência dos fluidos, jatos livres e viscosidade. Tal esforço foi ampliado pelo suíço Daniel Bernoulli (1700 – 1782) e seu associado Leonard Euler (1707 – 1783). Juntos, o trabalho deles definiu as equações de energia e momento. O tratado clássico de Bernoulli de 1738, *Hidrodynamic*, pode ser considerado o primeiro texto sobre mecânica dos fluidos. Por fim, Jean d’Alembert (1717 – 1789) desenvolveu a ideia de componentes da velocidade e aceleração, uma expressão diferencial para a continuidade e seu paradoxo de resistência nula para movimento em regime permanente uniforme.

O desenvolvimento da teoria da mecânica dos fluidos até o fim do século XVIII teve pouco impacto sobre a engenharia, visto que as propriedades e parâmetros dos fluidos eram pouco quantificados e a maior parte das teorias eram abstrações que não podiam ser quantificadas para fins de projeto. A situação mudou com o desenvolvimento da escola de engenharia francesa liderada por Riche de Prony (1755 – 1839). Prony e seus associados em Paris, na Ecole Polytechnique (escola politécnica) e a Ecole Ponts et Chaussees (escola de pontes e açudes), foram os primeiros a incluir cálculo e teoria científica no currículo de engenharia, que se tornou o modelo para o resto do mundo. Antoine Cezy (1718 – 1798), Louis Navier (1785 – 1836), Gaspard Coriolis (1792 – 1843), Henry Darcy (1803 – 1858) e muitos outros que contribuíram para a engenharia e teoria dos fluidos foram estudantes e/ou professores nessas escolas.

Em meados do século XIX, avanços fundamentais chegavam de várias frentes. O médico Jean Poiseuille (1799 – 1869) mediu com precisão o escoamento em tubos capilares de fluidos múltiplos, enquanto na Alemanha Gotthilf Hagen (1779 – 1884) definiu a diferença entre escoamento laminar e turbulento em tubulações. Na Inglaterra, Lord Osborne Reynolds (1842 – 1912) continuou esse trabalho e desenvolveu o número adimensional que leva o seu nome. De modo similar, em paralelo ao trabalho inicial de Navier, George Stokes (1819 – 1903) completou as equações gerais de movimento dos fluidos com atrito que levam seus nomes. William Froude (1810 – 1879) desenvolveu quase sozinho os procedimentos e provou o valor de testar com modelos físicos. A competência americana tornou-se igual à dos europeus como demonstrado pelo trabalho pioneiro de James Francis (1815 – 1892) e Lester Pelton (1829 – 1908) em turbinas e pela invenção do medidor Venturi por Clemens Herschel (1842 – 1930).

O alvorecer do século XX trouxe dois desenvolvimentos monumentais. Primeiro os autodidatas Santos Dumont, no Brasil, e os irmãos Wright nos EUA por meio da aplicação da teoria e experimentação determinada aperfeiçoaram o aeroplano. A invenção foi completa e continha todas as principais características do avião moderno. As equações de Navier-Stokes eram poucas usadas até essa

época porque eram difíceis de resolver. Num artigo pioneiro de 1904, o alemão Ludwig Prandl (1875 – 1953) demonstrou que os escoamentos dos fluidos podem ser divididos em uma camada próxima das paredes, a camada limite, onde os efeitos do atrito são significativos e uma camada externa onde tais efeitos são desprezíveis e as equações simplificadas de Euler e Bernoulli são aplicáveis. Seus alunos, Theodore von Kármán (1881 – 1963), Paul Blasius (1883 – 1970), Johann Nikuradse (1894 – 1979) e outros ampliaram essa teoria com aplicações tanto em hidráulica como em aerodinâmica.

Os meados do século XX podem ser considerados a época de ouro das aplicações da mecânica dos fluidos. As teorias existentes eram adequadas às tarefas requeridas e as propriedades e parâmetros dos fluidos estavam bem definidos. Isso suportou a imensa expansão dos setores de aeronáutica, químico, industrial e recursos hidráulicos, cada um dos quais levou a mecânica dos fluidos para novas direções. A pesquisa e o trabalho em mecânica dos fluidos em fins do século XX foram dominados pelo desenvolvimento do computador digital na América do Norte. A capacidade de resolver problemas grandes e complexos, tais como a modelagem do clima global ou a otimização do projeto de uma pá de turbina, ofereceu um benefício à nossa sociedade que os criadores da mecânica dos fluidos do século XVIII nunca poderiam ter imaginado.

Até onde irá a mecânica dos fluidos no século XXI? Francamente, mesmo uma extrapolação limitada além do presente seria pura tolice. Entretanto, se a história nos ensina algo, é que os engenheiros vão aplicar o que eles sabem para beneficiar a sociedade, pesquisar o que não sabem e se divertir enormemente no processo.

FONTE: BROWN, Glenn. Uma breve história da mecânica dos fluidos. ÇENGEL; CIMBALA (2007, p. 6-8).

RESUMO DO TÓPICO 1

Caro (a) acadêmico (a)! Neste primeiro tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- Os sistemas de unidades padronizam as unidades utilizadas nas quantificações de fenômenos físicos. Em 1960, foi adotado o Sistema Internacional de Medidas (SI).
- Fluido é a substância que se deforma continuamente sob a ação de uma tensão cisalhante, por menor que seja a tensão de cisalhamento aplicada.
- Consideramos um fluido Newtoniano quando a tensão de cisalhamento aplicada é diretamente proporcional à taxa de deformação sofrida por um elemento fluido.
- A viscosidade depende da temperatura e verificam-se efeitos opostos sobre a viscosidade de gases e de líquidos em função da variação da temperatura e é dada por $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.
- Massa específica é a massa por unidade de volume, dada por $\rho = \frac{m}{V}$.
- A densidade é a relação entre a massa específica da substância e da água e é adimensional e é dada por $d = \frac{\rho_{\text{substância}}}{\rho_{\text{água}}}$.
- A pressão é a relação entre a força aplicada perpendicularmente sobre uma superfície e a área dessa superfície, dada por $[P] = \left[\frac{F}{A} \right]$.
- Sistema é a quantidade de matéria de estudo.
- O equilíbrio é o balanceamento de pressão em um sistema.

AUTOATIVIDADE



Olá! Chegamos ao final deste primeiro tópico. Para reforçar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exercícios:

- 1 A massa específica de um determinado óleo é de 830 kg/m^3 . Determine a massa e o peso de óleo contido em um barril de 200 litros.
- 2 Um reservatório está cheio de óleo, cuja densidade é $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$. Se o volume do reservatório é $V = 2 \text{ m}^3$, determine a quantidade de massa m no reservatório.
- 3 Um reservatório de inox tem massa de 5kg e está cheio de água, cujo volume é $0,2\text{m}^3$. Considerando a densidade da água 1000kg/m^3 , determine o peso do sistema combinado.
- 4 Discorra a respeito das propriedades dos fluidos.
- 5 Faça uma analogia entre sistema e volume de controle.

ESTÁTICA DOS FLUIDOS

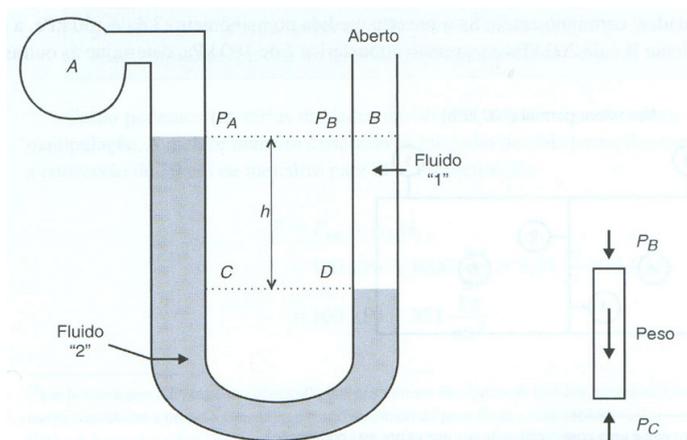
1 INTRODUÇÃO

A Estática dos Fluidos estuda a parte da mecânica dos fluidos cujo fluido está em repouso, ou em um tipo de movimento que não obriga as partículas de fluido adjacentes a apresentar deslocamento relativo. De acordo com Munson, Young e Okiishi (2004, p. 35) nestas situações, as tensões de cisalhamento nas superfícies das partículas do fluido são nulas e as únicas forças que atuam nestas superfícies são as provocadas pela pressão.

2 PRESSÃO

O termo pressão é utilizado para indicar a força normal por unidade de área que atua sobre um ponto do fluido em um determinado plano. Há várias maneiras diferentes de medir a pressão, ou a diferença de pressão entre dois pontos. Vamos analisar aqui um medidor que será um tubo em “U”, como o da figura 06, que utilizaremos para encontrar a diferença entre os pontos A e B.

FIGURA 6 – TUBO EM “U” PARA DETERMINAR PRESSÃO



FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 34).

A análise de pressão neste tipo de equipamento é chamada de hidrostática e relaciona as diferenças de pressão com alturas do fluido de medição.

Supondo o equilíbrio mecânico, isto é, de forças, dentro do sensor, pois o fluido de trabalho está em repouso, podemos concluir que as forças ali presentes, de pressão e o peso da coluna de fluido, devem estar equilibradas.

Assim, na interface C, entre os dois fluidos, 1 e 2, temos que a pressão está equilibrada pelo peso da coluna de fluido sobre ela. Aplicando a Primeira Lei de Newton, podemos escrever:

$$P_C = P_B + \frac{mg}{A} = P_B + \frac{\rho_1 Vg}{A} \quad (1)$$

$$= P_B + \frac{\rho_1 Ahg}{A} = P_B + \rho_1 hg \quad (2)$$

Que, com frequência, é escrita em termos do peso específico, γ , definido pelo produto da massa específica, ρ , pela gravidade, g , da forma:

$$P_C = P_B + \gamma_1 h \quad (3)$$

Pelo princípio dos vasos comunicantes, a pressão em C é a mesma em D. Isto é:

$$P_C = P_D \quad (4)$$

A partir do ponto D, iremos subir ao longo da coluna, o que resulta na diminuição da pressão. Notando que, agora, estamos dentro do fluido 2, podemos escrever

$$P_D = P_A + \gamma_2 h \quad (5)$$

E com isto,

$$P_B + \gamma_1 h = P_C = P_D = P_A + \gamma_2 h \quad (6)$$

Ou seja,

$$P_B = P_A + h(\gamma_2 - \gamma_1) \quad (7)$$

Se o fluido 1 for um gás (por exemplo, ar), $\gamma_2 > \gamma_1$, podemos desprezar γ_1 e escrever:

$$P_B = P_A + h\gamma_2 = P_A + \rho_2 gh \quad (8)$$

A maioria dos medidores de pressão, na verdade, mede o resultado da pressão relativamente à pressão atmosférica, ou seja,

$$P_B = P_{atm} + \rho_2 gh \quad (9)$$

Estes aparelhos são chamados de manômetros, por medirem a pressão relativa à pressão do ambiente, comumente a atmosférica.

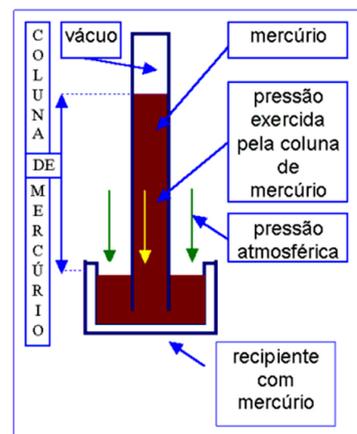
FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 35)

3 MANOMETRIA

Chamamos de manometria a técnica de medida de pressão. Uma das técnicas utilizadas na medição da pressão envolve o uso de colunas de líquido verticais ou inclinadas. Os dispositivos utilizados para a medição da pressão são chamados manômetros. Um dos exemplos de manômetros é o barômetro de mercúrio. Porém, existem muitos outros tipos de manômetros desenvolvidos para resolver problemas específicos de medição de pressão. Os tipos mais usuais, que vamos estudar aqui, são o tubo piezométrico e o manômetro em U. Porém, outros tipos de manômetros que são considerados dispositivos elétricos e mecânicos para medição de pressão podem ser utilizados.



Inventado por Torricelli, em 1643, o barômetro de mercúrio é muito preciso e serve para medir a pressão atmosférica. Consiste de um tubo de vidro com quase 1 m de comprimento, fechado numa extremidade e aberto noutra, e preenchido com mercúrio (Hg). A extremidade aberta do tubo é invertida num pequeno recipiente aberto com mercúrio (Fig. ao lado). A coluna de mercúrio desce para dentro do recipiente até que o peso da coluna de mercúrio iguale o peso de uma coluna de ar de igual diâmetro, que se estende da superfície até o topo da atmosfera. O comprimento da coluna de mercúrio, portanto, torna-se uma medida da pressão atmosférica. A pressão atmosférica média no nível do mar mede 760 mm Hg.



FONTE: Disponível em:

<<http://images.google.com.br/imgres?imgurl=http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap4/Image254.gif&imgrefurl=http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap4/cap4-6.html&usq>>.
Acesso em: 23 mar. 2009.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um manômetro é usado para medir a pressão em um tanque. O fluido usado tem uma gravidade específica de 0,85 e a altura da coluna do manômetro é de 55 cm. Se a pressão atmosférica local for de 96 kPa, determine a pressão absoluta dentro do tanque.

SOLUÇÃO: O fluido do tanque é um gás cuja densidade é muito menor do que a densidade do fluido manométrico. É dado que a gravidade específica do fluido manométrico é de 0,85. Consideremos a densidade da água padrão como 1.000 kg/m³.

A densidade do fluido é obtida multiplicando a sua gravidade específica pela densidade da água:

$$\rho = Ge.(\rho_{H_2O}) = (0,85).(1000\text{kg} / \text{m}^3) = 850\text{kg} / \text{m}^3$$

Assim, utilizamos a equação

$$\begin{aligned} P &= P_{atm} + \rho gh \\ &= 96\text{kPa} + (850\text{kg} / \text{m}^3)(9,81\text{m} / \text{s}^2)(0,55\text{m}) \left(\frac{1\text{N}}{1\text{kg.m} / \text{s}^2} \right) \left(\frac{1\text{kPa}}{1000\text{N} / \text{m}^2} \right) = 100,6\text{kPa} \end{aligned}$$

FONTE: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p. 62).

3.1 TUBO PIEZOMÉTRICO

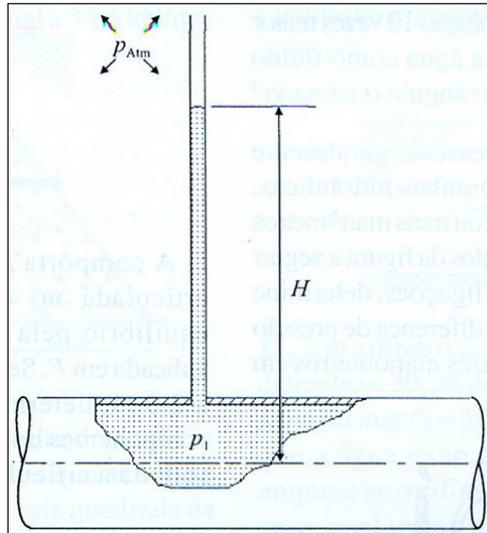
O tipo mais simples de manômetro consiste em um tubo vertical aberto no topo e conectado ao recipiente no qual desejamos conhecer a pressão. O cálculo da pressão no piezômetro é feito pela aplicação da equação da estática dos fluidos entre a pressão a ser obtida no centro do tubo e a pressão no topo da coluna fluida, que é a pressão atmosférica p_{atm} . Assim, a pressão p_1 é dada por:

$$p_1 = \gamma_F \cdot H \quad (10)$$

Onde γ_F é o peso específico do fluido no recipiente.

Na figura 07, podemos observar o esquema de um piezômetro.

FIGURA 7 – ESQUEMA DE UM PIEZÔMETRO



FORNTE: ROMA (2006, p. 34)

De acordo com Munson, Young e Okiishi (2004, p. 45), “a utilização do tubo piezométrico é bastante restrita, apesar do dispositivo ser muito simples e preciso. O tubo piezométrico só é adequado nos casos em que a pressão no recipiente é maior do que a pressão atmosférica (senão ocorreria a sucção de ar para o interior do recipiente). Além disso, a pressão no reservatório não pode ser muito grande (para que a altura da coluna seja razoável). Note que só é possível utilizar este dispositivo se o fluido do recipiente for um líquido”.

3.2 MANÔMETRO EM “U”

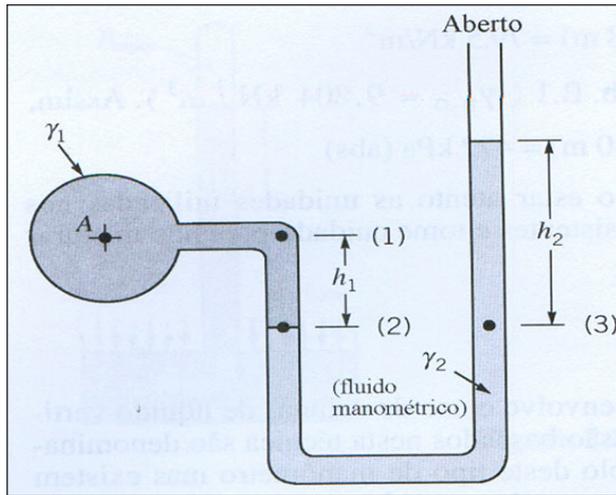
Para superar as dificuldades impostas pelo manômetro piezômetro, foi criado o manômetro em U. A Figura 08 nos mostra um esquema deste tipo de manômetro, e normalmente o fluido que se encontra no tubo do manômetro é denominado fluido manométrico. De acordo com a figura, podemos concluir que

$$p_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = 0 \quad (11)$$

e a pressão p_A pode ser escrita em função das alturas das colunas do seguinte modo:

$$p_A + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad (12)$$

FIGURA 8 – MANÔMETRO COM TUBO EM "U" SIMPLES



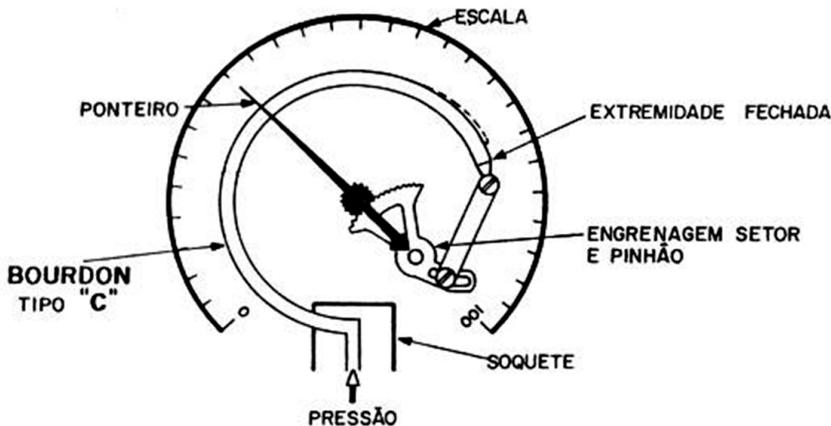
FONTE: MUNSON, YOUNG e OKIISHI (2004, p.46)

A maior vantagem do manômetro com tubo em U é que o fluido manométrico pode ser diferente do fluido contido no recipiente, cuja pressão deve ser determinada.

3.3 MANÔMETRO DE BOURDON

Neste manômetro, o elemento essencial é o tubo elástico curvado (tubo de Bourdon) que está conectado à fonte de pressão. O tubo curvado tende a ficar reto quando a pressão interna no tubo aumenta. Apesar desta variação ser pequena, ela irá acionar o movimento de um ponteiro que irá apresentar o valor da pressão em um mostrador, conforme podemos observar na Figura 09.

FIGURA 9 – ESQUEMA DE UM MANÔMETRO DE BOURDON



FONTE: Disponível em: <<http://www.instrumentacao.net/pressao/img/elementos4.jpg>>. Acesso em: 23 mar. 2009.

Na Figura 10, podemos observar a imagem de um manômetro de Bourdon de aplicação industrial.

FIGURA 10 – MANÔMETRO DE BOURDON

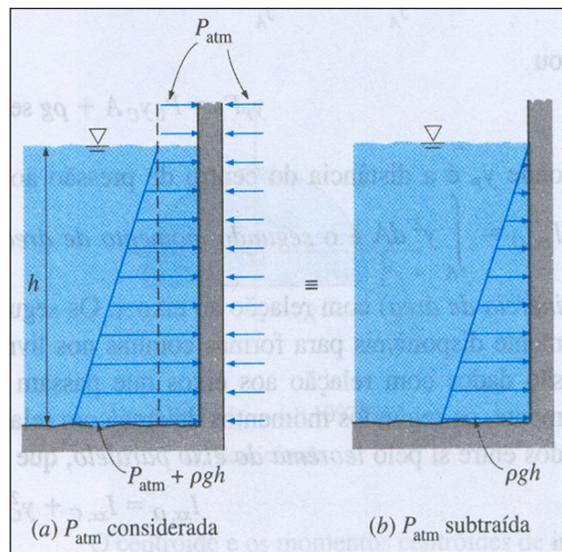


FONTE: Disponível em: <<http://www.nei.com.br/images/lg/220148.jpg>>. Acesso em: 23 mar. 2009.

4 FORÇAS SOBRE SUPERFÍCIES PLANAS SUBMERSAS

Em uma superfície plana, as forças hidrostáticas formam um sistema de forças paralelas, e com frequência precisamos determinar a intensidade da força e seu ponto de aplicação, que é chamado de centro de pressão. Na maioria dos casos, o outro lado da placa está aberto para a atmosfera e, portanto, a pressão atmosférica age em ambos os lados da placa, produzindo uma resultante nula. Nesses casos, é conveniente subtrair a pressão atmosférica e trabalhar apenas com a pressão manométrica, conforme a Figura 11. Por exemplo, $P_{man} = \rho gh$ na parte inferior do lago.

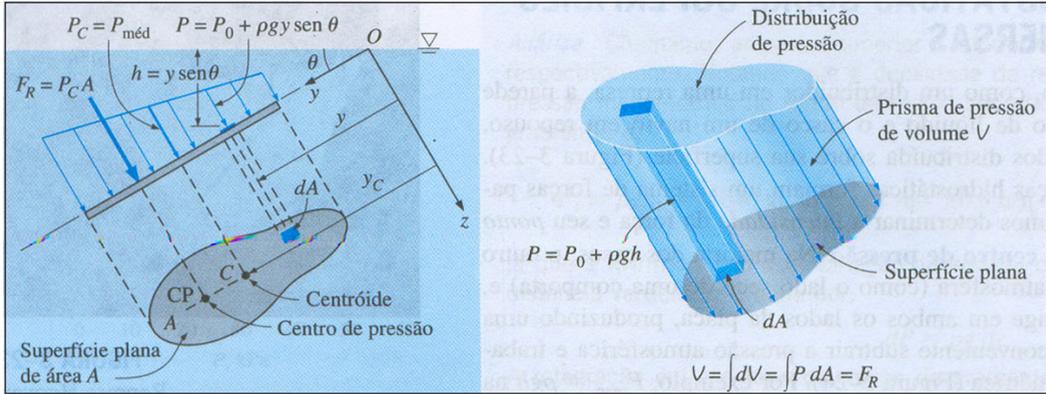
FIGURA 11 – PRESSÃO CONSIDERADA E PRESSÃO SUBTRAÍDA



FONTE: ÇENGL; CIMBALA (2007, p. 69)

Considere a superfície superior de uma placa plana de forma arbitrária completamente submersa em um líquido, conforme a Figura 12, juntamente com a visão superior.

FIGURA 12 – FORÇA HIDROSTÁTICA EM UMA SUPERFÍCIE PLANA INCLINADA COMPLETAMENTE SUBMERSA EM UM LÍQUIDO



FONTE: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p. 70)

O plano dessa superfície cruza a superfície livre horizontal com um ângulo θ , e consideramos a reta de intersecção o eixo x. A pressão absoluta acima do líquido é P_0 que é a pressão atmosférica local P_{atm} se o líquido está aberto para a atmosfera. Assim, a pressão absoluta em qualquer ponto da placa é:

$$P = P_0 + \rho gh = P_0 + \rho g y \text{sen} \theta \quad (13)$$

onde h é a distância vertical entre o ponto e a superfície livre e y a distância entre o ponto e o eixo x. A força hidrostática F_R resultante que age sobre a superfície é determinada pela integração da força $P dA$ que age em uma área diferencial dA em toda a área da superfície:

$$F_R = \int_A P dA = \int_A (P_0 + \rho g y \text{sen} \theta) dA = P_0 A + \rho g \text{sen} \theta \int_A y dA \quad (14)$$

onde $\int_A y dA$ está relacionado à coordenada y do centroide da superfície e é dado por:

$$y_C = \frac{1}{A} \int_A y dA \quad (15)$$

Substituindo, temos:

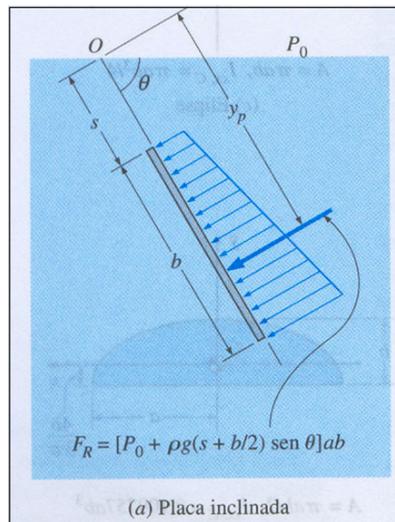
$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \text{sen} \theta) A = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_C A = P_{méd} A \quad (16)$$

onde $P_c = P_0 + \rho g h_c$ é a pressão no centroide da superfície, que é equivalente à pressão média na superfície, e $h_c = y_c \text{sen}\theta$ é a distância vertical entre o centro e a superfície livre do líquido. Assim, Çengel e Cimbala (2007, p. 70) concluem que “a magnitude da força resultante que age sobre uma superfície plana em uma placa completamente submersa em um fluido homogêneo (densidade constante) é igual ao produto da pressão P_c no centroide da superfície e da área A da superfície”.

Para uma placa retangular inclinada, conforme a Figura 13, podemos aplicar a seguinte equação:

$$F_R = P_c A = [P_0 + \rho g(s + b/2)\text{sen}\theta]ab$$

FIGURA 13 – FORÇA HIDROSTÁTICA QUE AGE SOBRE A SUPERFÍCIE SUPERIOR DE UMA PLACA RETANGULAR SUBMERSA INCLINADA



FONTES: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p. 72)

A força age a uma distância vertical de $h_p = y_p \text{sen}\theta$ da superfície livre diretamente abaixo do centroide da placa onde temos:

$$y_p = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12[s + b/2 + P_0 / (\rho g \text{sen}\theta)]} \quad (17)$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um carro pesado sofre um acidente e mergulha em um lago e assenta no fundo do lago sobre as rodas. A porta tem 1,2 m de altura e 1 m de largura, e a parte superior da porta está 8 m abaixo da superfície livre da água. Determine a força hidrostática sobre a porta e o local do centro da pressão.

SOLUÇÃO: Suponha-se que: 01) a superfície inferior do lago é horizontal; 02) a cabine de passageiros está bem vedada de modo que não entre água; 03) a porta pode ser comparada a uma placa retangular vertical; 04) a pressão na cabine de passageiros permanece com o valor atmosférico, uma vez que não há vazamento de água para dentro e, portanto, nenhuma compressão do ar interno. Assim, a pressão atmosférica se cancela nos cálculos, uma vez que ela age em ambos os lados da porta; 05) o peso do carro é maior que a força de flutuação que age sobre ele.

Tomamos a densidade da água como 1.000 kg/m³, em todo o lago.

A pressão média sobre a porta é o valor da pressão no centroide da porta e determinado por:

$$P_{\text{méd}} = P_c = \rho g h_c = \rho g (s + b / 2)$$

$$= (1000 \text{ kg} / \text{m}^3)(9,81 \text{ m} / \text{s}^2)(8 + 1,2 / 2 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2} \right) = 84,4 \text{ kN} / \text{m}^2$$

então, a força hidrostática resultante sobre a porta torna-se:

$$F_R = P_{\text{méd}} A = (84,4 \text{ kN} / \text{m}^2)(1 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}) = 101,3 \text{ kN}$$

o centro da pressão está diretamente abaixo do ponto médio da porta e sua distância da superfície do lago é determinada, fazendo $P_0 = 0$.

$$y_p = s + \frac{b}{2} + \frac{b^2}{12(s + b/2)} = 8 + \frac{1,2}{2} + \frac{1,2^2}{12(8 + 1,2/2)} = 8,61 \text{ m}$$

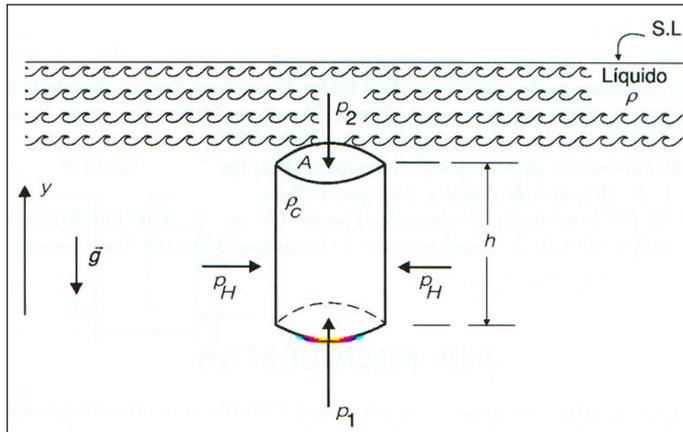
FONTE: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p.74)

5 LEIS DO EMPUXO

A força de empuxo pode ser definida como a força resultante devida à distribuição de pressões ao redor de um corpo imerso em um fluido ou de um corpo flutuando na superfície de um líquido. De acordo com Livi (2004, p. 46), “a força de empuxo num corpo submerso é dada pela diferença entre a componente vertical da força devida à distribuição de pressões que atua na sua parte inferior, à componente vertical da força e à distribuição de pressões que atua na sua parte superior”.

De acordo com a figura 14, temos um corpo cilíndrico com base de área A e altura h , na posição vertical, constituído de um material com massa específica ρ_c submerso em um líquido com massa específica ρ que está em repouso.

FIGURA 14 – CORPO CILÍNDRICO, NA POSIÇÃO VERTICAL, IMERSO NUM FLUIDO EM REPOUSO



FONTE: LIVI (2004, p. 47).

A força resultante horizontal devida à distribuição de pressões ao redor do corpo é nula, pois os planos horizontais são planos isobáricos. A força resultante vertical exercida sobre o corpo pela distribuição de pressões é dada por:

$$F_E = (p_1 - p_2) \cdot A \quad (18)$$

mas tem-se que

$$p_1 - p_2 = \rho gh \quad (19)$$

de forma que

$$F_E = \rho ghA \quad (20)$$

e, como o volume V do corpo submerso é dado por: $V = h \cdot A$ (21)

temos: $F_E = \rho gV$ (22)

A equação acima é uma expressão matemática do princípio de Arquimedes, que diz que um corpo submerso está submetido a uma força de sustentação, chamada de força de empuxo, com módulo igual ao peso do fluido deslocado. A força de empuxo que atua sobre um corpo imerso num fluido em repouso tem a direção da vertical com sentido de baixo para cima, e o seu ponto de aplicação está localizado no centro de gravidade do volume de fluido deslocado.

Nas situações em que a massa específica do líquido é maior que a massa específica do corpo submerso, resulta que o corpo sobe e fica em flutuação na superfície livre submetido a uma força de empuxo, com módulo igual ao peso do fluido deslocado, dada por: $F_E = \rho g V_s$ (23)

Onde V_s é o volume da parte submersa do corpo.

FONTE: LIVI (2004, p. 46-47)



Planos isobáricos são planos com pressão constante.

RESUMO DO TÓPICO 2

Caro (a) acadêmico (a)! Neste segundo tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- O termo pressão é utilizado para indicar a força normal por unidade de área que atua sobre um ponto do fluido em um determinado plano.
- A pressão é determinada através de manômetros. Estudamos o tubo piezométrico, o manômetro em U e o manômetro de Bourdon.
- Em uma superfície plana, as forças hidrostáticas formam um sistema de forças paralelas, e com frequência precisamos determinar a intensidade da força e seu ponto de aplicação, que é chamado de centro de pressão. Para uma placa retangular inclinada, conforme a Figura 13 podemos aplicar:

$$F_R = P_C A = [P_0 + \rho g(s + b/2)\text{sen}\theta] ab$$

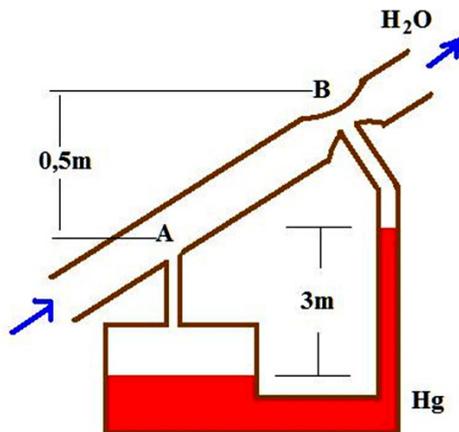
- A força de empuxo é a força resultante devida à distribuição de pressões ao redor de um corpo imerso em um fluido ou de um corpo flutuando na superfície de um líquido.

AUTOATIVIDADE



Olá! Chegamos ao final deste segundo tópico. Para reforçar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exercícios:

- 1 Determine a pressão atmosférica em uma localidade na qual a leitura barométrica é 740 mm Hg e a aceleração da gravidade é $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Considere que a temperatura do mercúrio seja de 10°C , na qual sua densidade é de 13.570 kg/m^3 .
- 2 Uma sala no nível inferior de um navio de cruzeiro tem uma janela circular com 30 cm de diâmetro. Se o ponto médio da janela estiver 5 m abaixo da superfície da água, determine a força hidrostática que age sobre a janela e o centro de pressão. Tome a densidade da água do mar como 1,025.
- 3 Uma tubulação de água deve ser colocada no leito de um lago. A tubulação tem diâmetro de 300 mm (interno), espessura de 12,5 mm e peso (por unidade de comprimento) igual a 150 newtons. Pode-se esperar algum problema com empuxo?
- 4 Um manômetro diferencial é usado para a medição da pressão causada por uma diminuição da seção reta (chamamos de constrição) ao longo do escoamento. Determine a diferença de pressão entre os pontos A e B da figura. Qual é o ponto de maior pressão? (FONTE: <http://leblon.mec.puc-rio.br/~wbrega/fentran/mecflu/resolvidos/cap1/primeira.htm>).



OBS.: sugiro que você busque mais exercícios em: <http://leblon.mec.puc-rio.br/~wbrega/fentran/recur.htm>.

EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

1 INTRODUÇÃO

Sabemos que existem as leis de conservação, como as leis de conservação de massa, de conservação de energia e de conservação de momento. Normalmente, essas leis são aplicadas primeiro a uma quantidade fixa de matéria chamada sistema fechado, e em seguida são estendidas a regiões no espaço chamadas volumes de controle. As relações de conservação também são chamadas de equações de balanço.

2 CONSERVAÇÃO DE MASSA

O princípio de conservação de massa é um dos princípios mais comuns da natureza. Todos sabemos qual o resultado de uma mistura, por exemplo, de 10 g de óleo com 25 g de vinagre. A massa, assim como a energia, é uma propriedade conservada, e não pode ser criada nem destruída durante um processo. Porém, elas podem ser convertidas entre si, de acordo com a fórmula apresentada por Albert Einstein:

$$E = mc^2 \quad (1)$$

Onde c é a velocidade da luz no vácuo, que é $c=2,9979 \times 10^8$ m/s.

Para sistemas fechados, é exigido que a massa permaneça constante durante o processo. Para os volumes de controle, porém, a massa pode cruzar as fronteiras, e assim, devemos controlar a quantidade de massa que entra e sai do volume de controle.

A quantidade de massa que escoar através de um duto por unidade de tempo é chamada de vazão em massa e é indicada por \dot{m} , e este ponto sobre o símbolo indica a taxa de variação por tempo.

A vazão em massa (em kg/s) através de toda a seção transversal de um tubo é obtida por integração:

$$\dot{m} = \int_{A_c} \delta \dot{m} = \int_{A_c} \rho V_n dA_c \quad (2)$$

Podemos também definir a velocidade média como

$$V_{méd} = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} V_n dA_c \quad (3)$$

onde A_c é a área da seção transversal normal à direção do escoamento. Se a velocidade média fosse a mesma em toda a seção transversal, então a vazão em massa seria idêntica ao resultado da integração da equação acima, resultando em:

$$\dot{m} = \rho V_{méd} A_c \quad (4)$$

O volume do fluido que escoava através de uma seção transversal por unidade de tempo é chamado de vazão em volume e é dado por:

$$Q = \int_{A_c} V_n dA_c = V_{méd} A_c = VA_c \quad (5)$$

2.1 PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA

O princípio de conservação da massa para um volume de controle pode ser expresso como a transferência total de massa para dentro ou para fora de um volume de controle durante um intervalo de tempo Δt é igual à variação total (aumento ou diminuição) da massa total dentro do volume de controle durante Δt .

$$\left(\frac{\text{Massa total entrando}}{\text{no.VC.durante}.\Delta t} \right) - \left(\frac{\text{Massa total saindo}}{\text{no.VC.durante}.\Delta t} \right) = \left(\frac{\text{Variação total da massa}}{\text{dentro do.VC.durante}.\Delta t} \right)$$

$$m_e - m_s = \Delta m_{VC} \quad (6)$$

Esta equação também pode ser expressa em forma de taxa:

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = dm_{VC} / dt \quad (7)$$

As equações acima são chamadas de balanço de massa e podem ser aplicadas para qualquer volume de controle.

Considere-se, por exemplo, uma vazão de massa para dentro ou para fora do volume de controle através de uma área diferencial dA na superfície de controle de um volume de controle fixo. Seja \vec{n} o vetor unitário na direção da normal exterior de dA a dA e seja \vec{V} a velocidade do escoamento em dA em relação a um sistema de coordenadas fixo, e SC é uma superfície de controle, podemos, então, reescrever a equação de Conservação geral de Massa:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} \rho dQ + \int_{SC} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0 \quad (8)$$

Esta equação afirma que a taxa de variação no tempo da massa dentro do volume de controle mais a vazão total de massa através da superfície de controle é igual a zero.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Uma mangueira de jardim conectada a um bocal é usada para encher um balde de 10 galões. O diâmetro interno da mangueira é de 2 cm, e ele se reduz a 0,8 cm na saída do bocal. Se são necessários 50 s para encher o balde com água, determine:

- as vazões em volume e massa de água através da mangueira.
- A velocidade média da água na saída do bocal.

SOLUÇÃO a) Vamos considerar que a água é uma substância incompressível, o escoamento através da mangueira é em regime permanente e não há desperdício de água. Tomamos a densidade da água como 1 kg/L.

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{10 \text{ gal}}{50 \text{ s}} \cdot \left(\frac{3,7854 \text{ L}}{1 \text{ gal}} \right) = 0,757 \text{ L / s}$$

$$\dot{m} = \rho Q = (1 \text{ kg / L}) \cdot (0,757 \text{ L / s}) = 0,757 \text{ kg / s}$$

SOLUÇÃO b) a área da seção transversal na saída do bocal é

$$A = \pi r^2 = \pi (0,4 \text{ cm})^2 = 0,5027 \text{ cm}^2 = 0,5027 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

A vazão em volume através da mangueira e do bocal é constante. Assim, a velocidade média da água na saída do bocal torna-se

$$V_{\text{méd}} = \frac{Q}{A} = \frac{0,757 \text{ L / s}}{0,5027 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \cdot \left(\frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} \right) = 15,1 \text{ m / s}$$

FONTE: CENGEL; CIMBALA (2007, p. 155)

3 CONSERVAÇÃO DE (MOMENTO) *MOMENTUM*

O produto da massa e da velocidade de um corpo é chamado de momento linear ou apenas momento do corpo, e o momento de um corpo rígido de massa m que se move à velocidade \vec{V} é $m\vec{V}$. A Segunda Lei de Newton afirma que a aceleração de um corpo é proporcional à força resultante que age sobre ele, e é inversamente proporcional à sua massa, e que a taxa de variação do momento de um corpo no tempo é igual à força resultante que age sobre esse mesmo corpo. Portanto, segundo Cengel e Cimbala (2007, p. 149), o momento de um sistema permanece constante quando a força resultante que age sobre ele é zero e, então, o momento de tal sistema é conservado. Isso é conhecido como o **princípio de conservação do momento linear**.

A segunda lei de Newton, para sistemas, estabelece que:

Taxa de variação temporal da quantidade de movimento do sistema.	=	Soma das forças externas que atuam no sistema.
--	---	--

A aplicação do teorema de transporte de Reynolds no sistema e no conteúdo do volume de controle coincidente, que é fixo e indeformável, fornece:

$$\frac{d}{dt} \int_{sis} \vec{V} \rho d(Vol) = \frac{d}{dt} \int_{VC} \vec{V} \rho d(Vol) + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (9)$$

Esta equação pode ser traduzida em

Taxa de variação temporal da quantidade de movimento linear do sistema.	=	Taxa de variação temporal da quantidade de movimento linear do conteúdo do volume de controle.	+	Fluxo líquido de quantidade de movimento linear através da superfície de controle.
---	---	--	---	--

A equação acima estabelece que a taxa de variação temporal da quantidade de movimento linear é dada pela soma de duas quantidades relacionadas ao volume de controle: a taxa de variação temporal da quantidade de movimento linear do conteúdo do volume de controle e o fluxo líquido de quantidade de movimento linear através da superfície de controle.

Quando o volume de controle é coincidente com o sistema as forças que atuam no sistema e as forças que atuam no conteúdo do volume de controle coincidente são instantaneamente coincidentes, ou seja:

$$\sum F_{sis} = \sum F_{\substack{\text{conteúdo do vol} \\ \text{de contr coincidente}}} \quad (10)$$

4 EQUAÇÃO DE BERNOULLI

A equação de Bernoulli é uma relação aproximada entre pressão, velocidade e elevação e é válida em regiões de escoamento incompressível e em regime permanente, cujas forças de atrito resultantes são desprezíveis. Apesar de sua simplicidade, essa provou ser uma ferramenta muito útil na mecânica dos fluidos.

A principal aproximação na dedução da equação de Bernoulli é que os efeitos viscosos são desprezivelmente pequenos quando comparados aos efeitos da inércia, da gravidade e da pressão.

É preciso tomar cuidado ao aplicar a equação de Bernoulli, uma vez que ela é uma aproximação que se aplica apenas às regiões não viscosas do escoamento. Em geral, os efeitos do atrito sempre são importantes em regiões muito próximas de paredes sólidas (camadas-limite) e diretamente à jusante de corpos. Portanto, a aproximação de Bernoulli é geralmente útil nas regiões de escoamento fora das camadas-limite e jusantes, cujo movimento do fluido é governado pelos efeitos combinados das forças de pressão e gravidade.

A seguir, podemos observar a equação de Bernoulli, usada normalmente em mecânica dos fluidos para **escoamento em regime permanente incompressível** ao longo de uma linha de corrente nas regiões do escoamento sem viscosidade.

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{constante} \quad (11)$$

O valor da constante pode ser calculado em qualquer ponto da linha de corrente em que a pressão, densidade, velocidade e elevação sejam conhecidas.

A equação de Bernoulli também pode ser escrita entre dois pontos quaisquer na mesma linha de corrente como: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$. (12)

A equação de Bernoulli é obtida por meio da conservação do momento de uma partícula de fluido que se move ao longo de uma linha de corrente. Ela também pode ser obtida pela Primeira Lei da Termodinâmica aplicada a um sistema com escoamento em regime permanente.

Para o **escoamento compressível não permanente**, a equação de Bernoulli

$$\text{é: } \int \frac{dP}{\rho} + \int \frac{\partial V}{\partial t} ds + \frac{V^2}{2} + gz = \text{constante} \quad (13)$$

A equação de Bernoulli afirma que a soma das energias de escoamento, cinética e potencial de uma partícula de fluido ao longo de uma linha de corrente é constante. Esse fenômeno fica mais visível multiplicando-se a equação de

$$\text{Bernoulli pela densidade } \rho, P + \rho \frac{V^2}{2} + \rho g z = \text{constante} \quad (14)$$

Na equação acima, cada termo tem unidades de pressão, que representam:

- P é a pressão estática, que representa a pressão termodinâmica real do fluido;
- $\rho \frac{V^2}{2}$ é a pressão dinâmica, que representa o aumento de pressão quando o fluido em movimento é parado de forma isoentrópica;
- $\rho g z$ é a pressão hidrostática, que não é pressão no sentido real. Ela representa os efeitos na altura, ou seja, do peso do fluido na pressão.

A soma das pressões estática e dinâmica é chamada de pressão de estagnação. Uma tomada de pressão estática é simplesmente um pequeno orifício em uma parede de forma que o plano do orifício fique paralelo à direção do escoamento. Ele mede a pressão *estática*. Um **tubo de pitot** é um tubo pequeno com sua extremidade aberta alinhada perpendicularmente ao escoamento para sentir o impacto total da pressão de escoamento do fluido. Ele mede a pressão de estagnação.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

A água escoava de uma mangueira ligada a uma tubulação de água à pressão manométrica de 400kPa. Uma criança colocou o polegar para cobrir a maior parte da saída da mangueira, fazendo com que surja um fino jato de água à alta velocidade. Se a mangueira for mantida para cima, qual é a altura máxima que pode ser atingida pelo jato?

SOLUÇÃO: Vamos considerar: 01) o escoamento que sai para o ar é em regime permanente, incompressível e irrotacional, 02) a pressão da água na mangueira próxima à saída é igual à pressão na tubulação de água, 03) os efeitos da tensão superficial são desprezíveis e 04) o atrito entre a água e o ar é desprezível.

Tomamos a densidade da água como 1000 kg/m³.

ANÁLISE: Este problema envolve a conversão entre si das energias de escoamento, cinética e potencial, sem envolver bombas, turbinas e componentes que promovem desperdício com grandes perdas de atrito e, portanto, ele é adequado ao uso da equação de Bernoulli. A velocidade dentro da mangueira é relativamente baixa ($V_1 \approx 0$) e tomamos a saída da mangueira com o nível de referência ($z_1=0$). Na parte superior da trajetória da água $V_2=0$ e a pressão é atmosférica. Assim, a equação de Bernoulli pode ser simplificada para:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + z_2$$

$$\text{Isolando } z_2 \text{ e substituindo, } z_2 = \frac{P_1 - P_{atm}}{\rho g} = \frac{P_{1,max}}{\rho g} = \frac{400kPa}{(1000kg/m^3)(9,81m/s^2)} \left(\frac{1000N/m^2}{1kPa} \right) \left(\frac{1kg.m/s^2}{1N} \right)$$

= **40,8 m**, ou seja, o jato pode subir até 40,8 m em direção ao céu.

FONTE: CENGEL; CIMBALA (2007, p. 155)

5 EQUAÇÃO GERAL DA ENERGIA

A Primeira Lei da Termodinâmica é uma das leis mais fundamentais da natureza, também conhecida como princípio da conservação de energia. Ela afirma que a energia não pode ser criada nem destruída durante um processo; ela só pode mudar de forma.

De acordo com Çengel e Cimbala (2007, p. 175), “a transferência de qualquer quantidade (massa, momento e energia) é reconhecida na fronteira à medida que a quantidade cruza a fronteira. Uma quantidade entra em um sistema se cruzar a fronteira de fora para dentro, e sai do sistema se ela se mover na direção oposta. Uma quantidade que se move de um local para outro dentro de um sistema não é considerada uma quantidade transferida em uma análise, uma vez que ela não entra nem sai do sistema”.

O conteúdo de energia de uma quantidade fixa de massa (um sistema fechado) pode ser mudado por dois mecanismos: a transferência de calor Q e a transferência de trabalho W . Assim, a conservação da energia para uma quantidade fixa de massa pode ser expressa na forma de taxa como:

$$\dot{Q}_{tote} + \dot{W}_{tote} = \frac{dE_{sis}}{dt} \quad \text{ou} \quad \dot{Q}_{tote} + \dot{W}_{tote} = \frac{d}{dt} \int_{sis} \rho e dVol \quad (15)$$

De maneira que $\dot{Q}_{tote} = \dot{Q}_e - \dot{Q}_{tot}$ é a taxa de transferência de calor para o sistema, $\dot{W}_{tote} = \dot{W}_e - \dot{W}_s$ é a entrada de potência total no sistema em todas as formas e dE_{sis}/dt é a taxa de variação no tempo do conteúdo total de energia do sistema. O ponto sobre as letras quer dizer taxa de variação no tempo. Em sistemas simples compressíveis, a energia total consiste nas energias interna, cinética e potencial, e é expressa por unidade de massa como:

$$e = u + ec + ep = u + \frac{V^2}{2} + gz \quad (16)$$

A energia mecânica é a forma de energia associada à velocidade, elevação e pressão do fluido, e pode ser convertida completa e diretamente em trabalho mecânico por um dispositivo mecânico ideal. As eficiências dos diversos dispositivos são definidas por:

$$\eta_{bomba} = \frac{\Delta \dot{E}_{mec, fluido}}{\dot{W}_{eixo, e}} = \frac{\dot{W}_{bomba, u}}{\dot{W}_{bomba}} \quad (17)$$

$$\eta_{motor} = \frac{\text{Saída de energia mecânica}}{\text{Entrada de potência elétrica}} = \frac{\dot{W}_{eixo, s}}{\dot{W}_{elétrica, e}} \quad (18)$$

$$\eta_{bomba-motor} = \frac{\Delta \dot{E}_{mec, fluido}}{\dot{W}_{elétrica, e}} = \frac{\dot{W}_{bomba, u}}{\dot{W}_{elétrica, e}} \quad (19)$$

A equação de conservação da energia do escoamento em regime permanente e incompressível pode ser expressa como:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{bomba, u} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{turbina, e} + h_L \quad (20)$$

onde:

$$h_{bomba, u} = \frac{w_{bomba, u}}{g} = \frac{\dot{W}_{bomba, u}}{m g} = \frac{\eta_{bomba} \dot{W}_{bomba}}{m g} \quad (21)$$

$$h_{turbina, e} = \frac{w_{turbina, e}}{g} = \frac{\dot{W}_{turbina, e}}{m g} = \frac{\dot{W}_{turbina}}{\eta_{turbina} m g} \quad (22)$$

$$h_L = \frac{e_{mec, perda, tubulação}}{g} = \frac{\dot{E}_{mec, perda, tubulação}}{m g} \quad (23)$$

$$e_{mec, perda} = u_2 - u_1 - q_{tot, e} \quad (24)$$

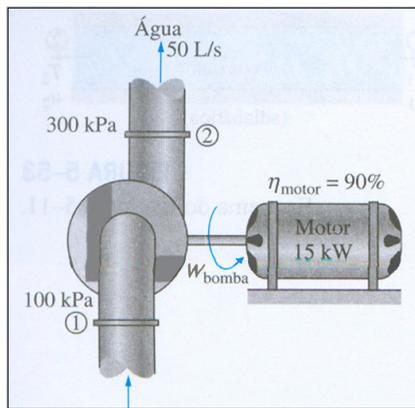


EXERCÍCIO RESOLVIDO

A bomba de um sistema de distribuição de água é alimentada por um motor elétrico de 15 kW, cuja eficiência é de 90%. A vazão de água através da bomba é de 50 L/s. Os diâmetros dos tubos de entrada e saída são iguais, e a diferença de elevação através da bomba são medidas como 100 kPa e 300 kPa (absoluta), respectivamente, determine:

a) a eficiência mecânica da bomba.

b) a elevação de temperatura da água à medida que ela escoava através da bomba devido à ineficiência mecânica.



SOLUÇÃO a) Definimos que: 01) o escoamento é em regime permanente e incompressível; 02) a bomba é movida por um motor externo de forma que o calor gerado pelo motor seja dissipado para a atmosfera; 03) a diferença de elevação entre a entrada e a saída da bomba é desprezível, $z_1 \cong z_2$; 04) os diâmetros interno e externo são iguais e, portanto, as velocidades de entrada e saída e os fatores de correção da energia são iguais, $V_1 = V_2$ e $\alpha_1 = \alpha_2$.

Tomamos a densidade da água como $1 \text{ kg/L} = 1.000 \text{ kg/m}^3$ e seu calor específico como $4,18 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$

A vazão em massa da água através da bomba é: $\dot{m} = \rho Q = (1 \text{ kg/L})(50 \text{ L/s}) = 50 \text{ kg/s}$

O motor consome 15 kW de potência e tem eficiência de 90%. Assim, a potência mecânica (de eixo) que ele fornece à bomba é: $\dot{W}_{bomba, eixo} = \eta_{motor} \dot{W}_{elétrica} = (0,90)(15 \text{ kW}) = 13,5 \text{ kW}$.

Para determinarmos a eficiência mecânica da bomba, precisamos conhecer o aumento da energia mecânica do fluido à medida que ele escoava através da bomba que é:

$$\Delta \dot{E}_{mec, perda} = \dot{E}_{mec, s} - \dot{E}_{mec, e} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) - \dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right)$$

Simplificando e substituindo os valores dados, obtemos:

$$\Delta \dot{E}_{mec, fluido} = \dot{m} \left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) = (50 \text{ kg/s}) \left(\frac{(300 - 100) \text{ kPa}}{1000 \text{ kg/m}^3} \right) \left(\frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) = 10 \text{ kW}$$

Assim, a eficiência mecânica da bomba torna-se:

$$\eta_{bomba} = \frac{W_{bomba,u}}{W_{bomba,eixo}} = \frac{\Delta \dot{E}_{mec, fluido}}{W_{bomba,eixo}} = \frac{10kW}{13,5kW} = 0,741 \text{ ou } 74,1\%.$$

SOLUÇÃO b) da potência mecânica de 13,5 kW fornecida pela bomba, apenas 10kW são fornecidos ao fluido como energia mecânica. Os 3,5 kW restantes são convertidos em energia térmica devido aos efeitos do atrito, e essa energia mecânica “perdida” se manifesta como um efeito de aquecimento no fluido.

$$\dot{E}_{mec,perda} = W_{bomba,eixo} - \Delta \dot{E}_{mec, fluido} = 13,5 - 10 = 3,5kW$$

A elevação de temperatura da água devido a essa ineficiência mecânica é determinada pelo balanço da energia, $\dot{E}_{mec,perda} = m(u_2 - u_1) = mc\Delta T$. Isolando ΔT ,

$$\Delta T = \frac{\dot{E}_{mec,perda}}{mc} = \frac{3,5kW}{(50kg/s)(4,18kJ/kg \cdot ^\circ C)} = 0,017^\circ C$$

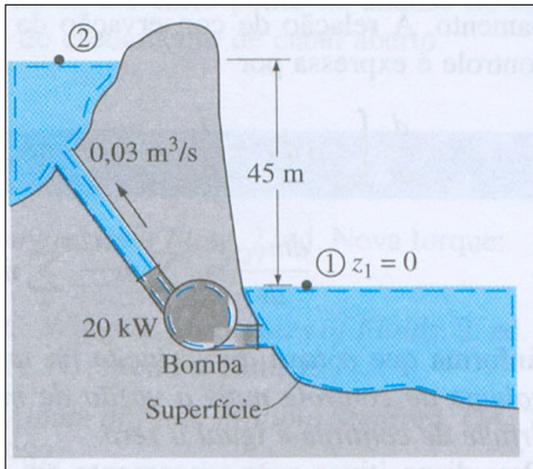
Portanto, a água passará por uma elevação de temperatura de 0,017°C devido à ineficiência mecânica, que é muito pequena, à medida que escoar através da bomba.

FONTE: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p.184)



EXERCÍCIO RESOLVIDO

A água é bombeada de um reservatório mais baixo até um mais alto por uma bomba que fornece 20 kW de potência mecânica útil para a água. A superfície livre do reservatório superior está 45 m acima da superfície do reservatório mais baixo. Se a vazão da água é medida como 0,03 m³/s, determine a perda de carga irreversível do sistema e a potência perdida durante esse processo.



SOLUÇÃO: Considerando: 01) o escoamento é em regime permanente e incompressível; 02) a diferença de elevação entre os reservatórios é constante. A densidade da água é 1.000 kg/m^3 .

A vazão de massa da água através do sistema é: $\dot{m} = \rho Q = (1000 \text{ kg/m}^3) \cdot (0,03 \text{ m}^3/\text{s}) = 30 \text{ kg/s}$

Selecionamos os pontos 1 e 2 das superfícies livres dos reservatórios inferior e superior, respectivamente, e tomamos a superfície do reservatório inferior como o nível de referência ($z_1=0$). Ambos os pontos estão abertos para a atmosfera ($P_1=P_2=P_{\text{atm}}$) e as velocidades em ambos os locais são desprezíveis ($V_1=V_2=0$). Assim, a equação da energia do escoamento incompressível em regime permanente de um volume de controle entre 1 e 2 se reduz a

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{\text{turbina}} + \dot{E}_{\text{mec,perda}}$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{m} gz_2 + \dot{E}_{\text{mec,perda}} \rightarrow \dot{E}_{\text{mec,perda}} = \dot{W}_{\text{bomba}} - \dot{m} gz_2.$$

Substituindo, a potência mecânica perdida e a perda de carga são determinadas por

$$\dot{E}_{\text{mec,perda}} = 20 \text{ kW} - (30 \text{ kg/s})(9,81 \text{ m/s}^2)(45 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 6,76 \text{ kW}$$

Observando que todas as perdas mecânicas devem-se às perdas por atrito na tubulação e, portanto, $\dot{E}_{\text{mec,perda}} = \dot{E}_{\text{mec,perda,tubulação}}$, a perda de carga irreversível é determinada por:

$$h_L = \frac{\dot{E}_{\text{mec,perda,tubulação}}}{\dot{m} g} = \frac{6,76 \text{ kW}}{(30 \text{ kg/s})(9,81 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) \left(\frac{1000 \text{ N} \cdot \text{m/s}}{1 \text{ kW}} \right) = 23,0 \text{ m}$$

Os 6,76 kW de potência são usados para superar o atrito no sistema de tubulação. Observe que a bomba poderia elevar a água a outros 23 m se não houvesse perdas de carga irreversíveis no sistema.

FONTE: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p.187)

RESUMO DO TÓPICO 3

Neste tópico, você estudou que:

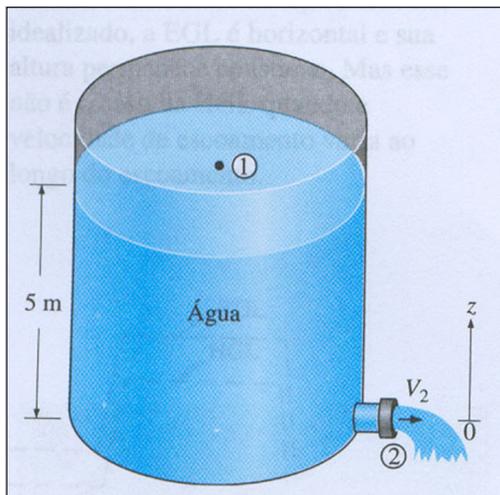
- O princípio de conservação de massa é um dos princípios mais comuns da natureza. A equação de balanço de massa pode ser definida por: $\dot{m}_e - \dot{m}_s = dm_{VC} / dt$. A equação de Conservação geral de Massa é $\frac{d}{dt} \int_{VC} \rho dQ + \int_{sc} \rho (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0$.
- O momento de um sistema permanece constante quando a força resultante que age sobre ele é zero e, então, o momento de tal sistema é conservado. Isso é conhecido como o **princípio de conservação do momento linear**.
- Quando o volume de controle é coincidente com o sistema, as forças que atuam no sistema e as forças que atuam no conteúdo do volume de controle coincidente são instantaneamente coincidentes, ou seja: $\sum F_{sis} = \sum F_{\substack{\text{conteúdo.dovol.} \\ \text{de.contr.coincidente}}}$.
- A equação de Bernoulli é uma relação aproximada entre pressão, velocidade e elevação, e é válida em regiões de escoamento incompressível e em regime permanente, cujas forças de atrito resultantes são desprezíveis. A equação de Bernoulli pode ser escrita entre dois pontos quaisquer na mesma linha de corrente como: $\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g$.
- O conteúdo de energia de uma quantidade fixa de massa (um sistema fechado) pode ser mudado por dois mecanismos: a transferência de calor Q e a transferência de trabalho W . Assim, a conservação da energia para uma quantidade fixa de massa pode ser expressa na forma de taxa como:

$$\dot{Q}_{tote} + \dot{W}_{tote} = \frac{dE_{sis}}{dt} \quad \text{ou} \quad \dot{Q}_{tote} + \dot{W}_{tote} = \frac{d}{dt} \int_{sis} \rho e dVol .$$

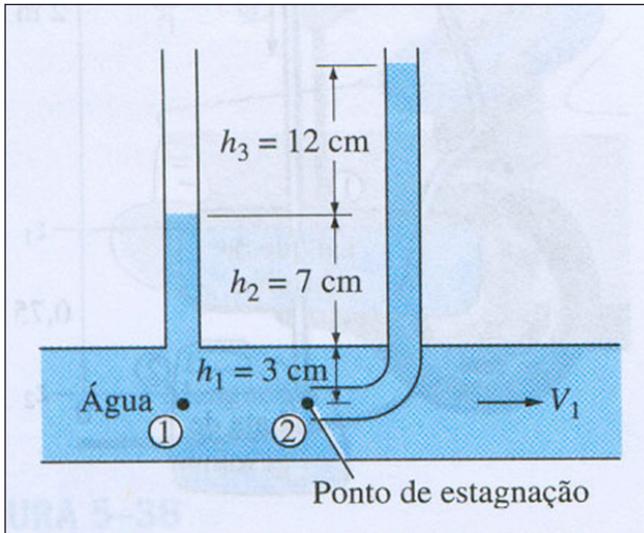


Olá! Chegamos ao final deste terceiro tópico. Para reforçar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exercícios:

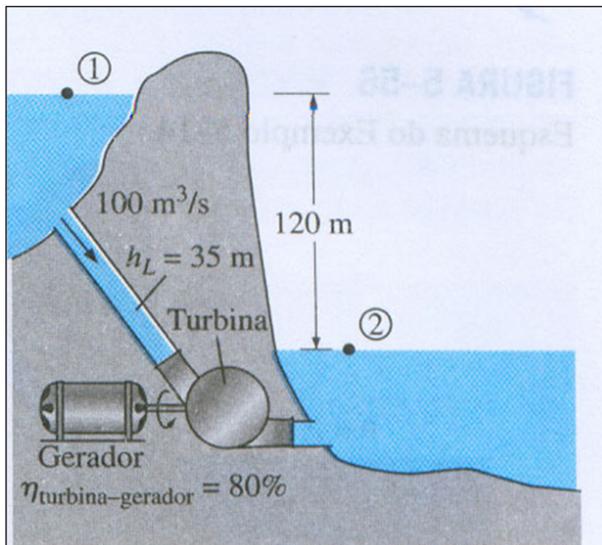
- 1 (ÇENGEL; CIMBALA, 2007) Um tanque cilíndrico de água com 4 pés de altura e 3 pés de diâmetro cuja parte superior está aberta para a atmosfera inicialmente está cheio com água. Agora a tampa de descarga próxima à parte inferior do tanque é retirada, e sai um jato de água cujo diâmetro é de 0,5 polegadas. A velocidade média do jato é dada por $V = \sqrt{2gh}$, onde h é a altura da água no tanque medida a partir do centro do orifício (uma variável) e g é a aceleração da gravidade. Determine o tempo necessário para que o nível da água no tanque caia para 2 pés a partir da sua parte inferior.
- 2 (ÇENGEL; CIMBALA, 2007) Um tanque grande aberto para a atmosfera é preenchido com água até uma altura de 5m da saída da torneira. Uma torneira próxima à parte inferior do tanque é aberta, e a água escoá para fora da torneira de maneira suave. Determine a velocidade da água na saída.



- 3 (ÇENGEL; CIMBALA, 2007) Um piezômetro e um tubo de Pitot são colocados em um tubo de água horizontal, como mostra a Figura, para medir as pressões estática e de estagnação (estática+dinâmica). Para as alturas de coluna d' água indicadas, determine a velocidade no centro do tubo.



4 (ÇENGEL e CIMBALA 2007) Em uma usina hidrelétrica, $100 \text{ m}^3/\text{s}$ de água escoam de uma elevação de 120 m até uma turbina, na qual a energia elétrica é gerada. A perda de carga irreversível total no sistema de tubulação do ponto 1 até o ponto 2 (excluindo a unidade da turbina) é determinada como 35 m . Se a eficiência geral da turbina/gerador for de 80% , estime a saída de potência elétrica.



1 INTRODUÇÃO

Os estudos de Fenômenos de Transporte que envolvem o fluido em movimento, que é a sua maioria, são conhecidos como escoamento. Podemos então definir escoamento de um fluido como o processo de movimentação de suas moléculas, umas em relação às outras e aos limites impostos ao escoamento.

De acordo com Roma (2006, p. 41), “os escoamentos são descritos por parâmetros físicos e pelo comportamento desses parâmetros ao longo do espaço e do tempo. O comportamento dos parâmetros físicos permite separar os escoamentos em classes, facilitando seu entendimento e, principalmente, sua descrição em termos matemáticos para criar modelos que os representem”.

2 PARÂMETROS DA DESCRIÇÃO DOS ESCOAMENTOS

A seguir, estudaremos quais os parâmetros da descrição dos escoamentos.

2.1 CAMPO DE VELOCIDADES

A velocidade em um corpo sólido apresenta diferenças de um fluido. Em um sólido, todas as partículas têm a mesma velocidade, enquanto que em um fluido as partículas ou moléculas podem ter velocidades diferentes. A velocidade é uma grandeza vetorial, ou seja, ela tem módulo, direção e sentido e é representada por três componentes, um para cada eixo coordenado. A velocidade em um ponto, ou em uma partícula do fluido, em um sistema cartesiano, pode ser representada por: $\vec{V} = V_x \cdot \vec{e}_x + V_y \cdot \vec{e}_y + V_z \cdot \vec{e}_z$ (1)

Sabemos que um fluido é composto por diferentes moléculas, que ao ser submetido a um escoamento pode apresentar uma distorção de seus elementos iniciais. Desta forma, é necessário acompanhar a velocidade em vários pontos do escoamento para obter uma avaliação de seu comportamento como um todo. A descrição espacial dessas velocidades é denominada de perfil de velocidades e é por meio desses perfis que o comportamento do escoamento pode ser caracterizado.

Para obter-se um campo de velocidades que representa o escoamento como função de coordenadas espaciais e temporais, adiciona-se à fórmula matemática de descrição espacial uma descrição temporal. A variação da velocidade nesse campo é definida pela aceleração, que é calculada no sistema cartesiano como:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad (2)$$

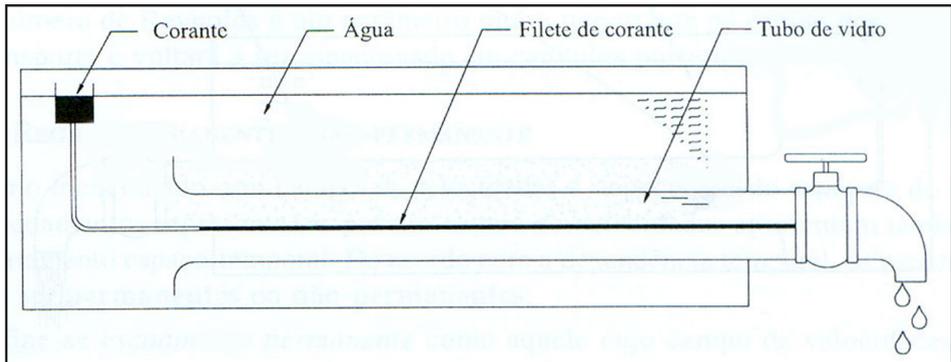
Como a variação temporal das coordenadas representa a componente da velocidade na determinada direção, e sendo então esta uma equação vetorial, ela pode ser escrita de forma mais compacta, utilizando operadores vetoriais. Nessa equação, aparece o operador de Euler, obtido multiplicando escalarmente o vetor velocidade pelo operador Nabla $\vec{\nabla}$. Desta forma temos: $\vec{a} = (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$. (3)

Nesta equação, temos uma parte calculada pela derivada parcial em relação ao tempo, que representa a variação da velocidade em um ponto do escoamento, denominada aceleração local. A outra parte é matematicamente representada pelas derivadas em relação às coordenadas espaciais e representa a aceleração agindo em um elemento, ou partícula, que causa variação da velocidade quando o elemento ou partícula muda de posição. Essa aceleração é chamada de aceleração convectiva.

2.2 ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO

A classificação dos escoamentos depende da velocidade, mas também depende da forma como ela ocorre. Osborne Reynolds foi o primeiro a estudar a estrutura interna dos escoamentos, por meio de um artigo considerado clássico na área de Mecânica dos Fluidos. O fluido escoava no duto transparente horizontal com vazão (velocidade) controlada por um registro. Para se observar o comportamento, é injetado um filete do mesmo fluido com corante no centro de uma seção do duto. Desta forma, observamos que, para pequenas velocidades, o corante é levado pelo escoamento e forma um filete retilíneo, não havendo uma mistura macroscópica, existindo, então, um **escoamento laminar**, conforme podemos observar na Figura 15.

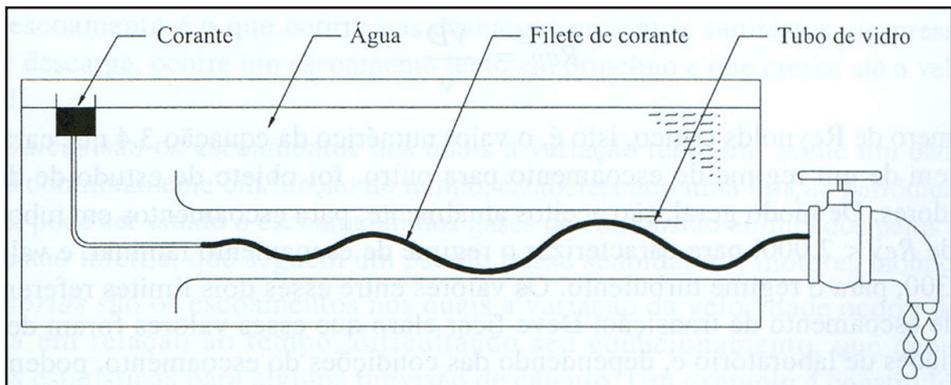
FIGURA 15 – ESCOAMENTO LAMINAR



FONTE: ROMA (2006, p. 43)

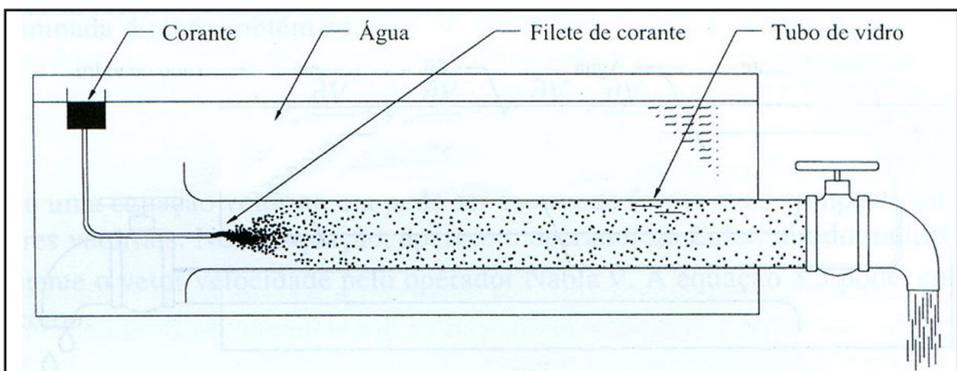
Com o aumento da velocidade, podemos observar mudanças no comportamento do escoamento. O filete passa a ser instável, depois sinuoso, e temos um estágio intermediário conhecido como **regime de transição**, que podemos ver na Figura 16, e depois passa a ocorrer uma mistura macroscópica, indicando, assim, um **escoamento turbulento**, conforme observamos na Figura 17.

FIGURA 16 – REGIME DE TRANSIÇÃO



FONTE: ROMA (2006, p. 43)

FIGURA 17 – ESCOAMENTO TURBULENTO



FONTE: ROMA (2006, p. 44)

Podemos dizer que o regime de escoamento depende das propriedades de cada escoamento em particular. O parâmetro estabelecido pela relação entre o diâmetro (D), a velocidade média (V) e a viscosidade cinemática (ν) é conhecido como o número de Reynolds (R_e) e é definido por: $R_e = \frac{\rho V D}{\mu}$ (4)

onde:

ρ é a massa específica do fluido;

V é a velocidade média de escoamento no duto;

D é o diâmetro interno do tubo;

μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Para escoamentos no interior de dutos com seção circular, verifica-se que, para $R_e \leq 2300$, o escoamento, em geral, é laminar. Para $R_e \geq 4000$, ocorre geralmente o escoamento turbulento. A região de transição é obtida pela relação $2300 \leq R_e \leq 4000$, porém o escoamento pode ser laminar ou turbulento, dependendo das condições ambientais, principalmente em condições de vibrações externas.



A relação entre o número de Reynolds e o escoamento pode sofrer alterações para diferentes autores. Aqui, vamos assumir a relação:

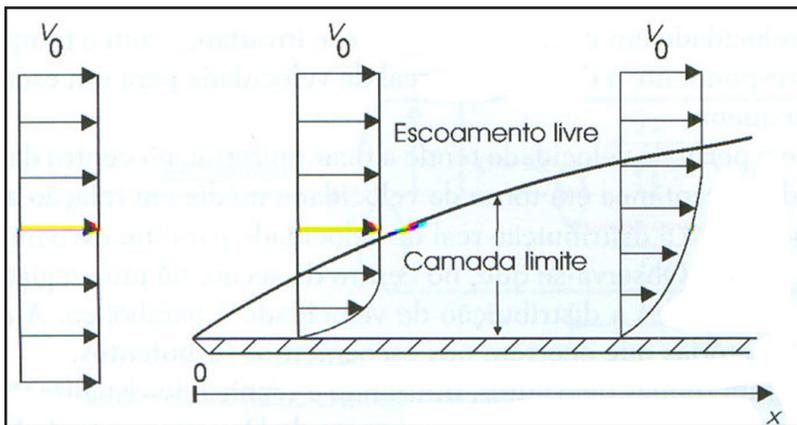
$Re \leq 2.300$	<i>escoamento</i>	<i>laminar</i>
$2.300 \leq Re \leq 4.000$	<i>escoamento</i>	<i>transição</i>
$Re \geq 4.000$	<i>escoamento</i>	<i>turbulento</i>

Os fluidos apresentam a propriedade de aderência à superfície sólida com a qual estão em contato, de forma que, em um escoamento, uma película do fluido que está em contato direto com uma superfície sólida possui a mesma velocidade que essa superfície. Ou seja, não ocorre deslizamento do fluido sobre uma superfície sólida.

Em muitas situações, devemos dividir o campo de escoamento em duas regiões principais. A região junto às superfícies sólidas é chamada de camada limite, pois é onde ocorre um gradiente de velocidades de escoamento, havendo tensões de cisalhamento. A região fora da camada limite, na qual não há tensões de cisalhamento, é chamada de região de escoamento ideal ou livre.

Na Figura 18, podemos observar a formação de uma camada limite para o escoamento de um fluido sobre uma placa plana. O escoamento atinge a placa com um perfil de velocidade V_0 . Como os fluidos possuem a propriedade de aderência às superfícies sólidas, verificamos que uma fina película de fluido fica aderida na placa, que exerce uma força retardadora sobre o escoamento, desacelerando o fluido na vizinhança da superfície sólida. A influência da placa cria uma região no escoamento com gradientes de velocidades em que existem tensões cisalhantes, ou seja, uma camada limite que aumenta de espessura à medida que o fluido percorre a superfície sólida. Fora da camada limite, o escoamento não sofre a influência da placa, continuando com um perfil uniforme de velocidade V_0 .

FIGURA 18 – FORMAÇÃO DE CAMADA LIMITE SOBRE UMA PLACA



FONTE: LIVI (2004, p. 57)

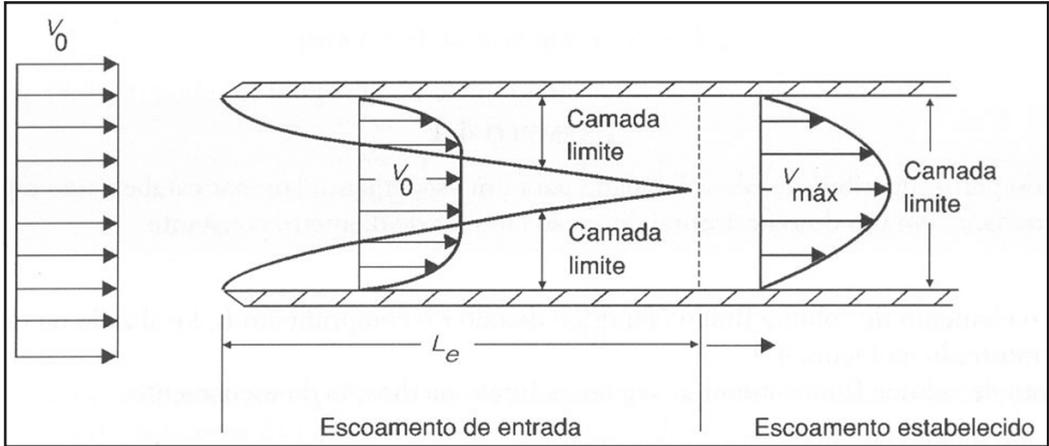
O escoamento na camada limite pode ser laminar ou turbulento. Para escoamentos sobre uma placa plana, defini-se o número de Reynolds como:

$$Re_x = \frac{\rho V_0 x}{\mu}, \quad (5)$$

em que a coordenada x é medida a partir do bordo de ataque da placa, na direção do escoamento sobre a placa na qual a camada limite se desenvolve.

Os escoamentos internos em dutos podem ser classificados como de entrada ou estabelecido. Na Figura 19, podemos observar um escoamento em um duto circular constante. Antes da entrada no tubo, temos um escoamento livre com uma velocidade V_0 . Com a aderência na parede sólida do tubo, temos a formação de uma camada limite. Após uma certa distância, esta camada limite passa a ocupar toda a região do interior da tubulação. Na região L_e a camada limite está em formação e tem-se o escoamento de entrada. Após a distância L_e , a camada limite está toda desenvolvida, e temos, então, o escoamento estabelecido.

FIGURA 19 – ESCOAMENTOS DE ENTRADA E ESTABELECIDO NUM DUTO



FONTE: LIVI (2004, p. 57)

Depois do escoamento estabelecido, o perfil de velocidade fica constante ao longo do duto, e a forma de distribuição relativa de velocidade depende de o regime ser laminar ou turbulento. Para um escoamento laminar num duto de seção transversal circular, a distribuição (perfil) de velocidade numa seção é parabólica, sendo dada por:

$$V_{(r)} = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (6)$$

Note que o sinal negativo indica que a pressão cai ao longo do escoamento como consequência da condição de não deslizamento junto à parede.

Podemos notar que a velocidade máxima ocorre no centro do tubo, ou seja, em \$r=0\$, e vale:

$$V_{(r=0)} = V_{(máx)} = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \quad (7)$$

Se o escoamento for inclinado, isto é, se o eixo da tubulação fizer um ângulo \$\theta\$ com a horizontal, a velocidade média do escoamento passa a ser definida pela expressão:

$$V_{(média)} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) D^2}{32 \mu L} \quad (8)$$

2.3 REGIME PERMANENTE E NÃO PERMANENTE

Um campo de velocidades é dependente do espaço e do tempo, e os escoamentos representados por um campo de velocidades apresentam também um comportamento espaço-temporal. De acordo com a dependência temporal, os escoamentos podem se **permanentes** ou **não permanentes**.

Podemos definir o escoamento permanente como aquele cujo campo de velocidade que o representa não tem dependência temporal, isto é, todas as propriedades e grandezas características do escoamento são constantes no tempo.

Já o escoamento não permanente é aquele representado por um campo de velocidades com dependência temporal, isto é, ao menos uma grandeza ou propriedade é função do tempo. Os escoamentos não permanentes são divididos em três classes, dependendo das particularidades que os caracterizam: **transientes, periódicos e aleatórios**.

Transientes são os escoamentos que ocorrem na fase inicial, ou alteração, de escoamento, correspondendo à fase de aceleração da velocidade de uma situação permanente até uma nova situação, também permanente. Como exemplo, temos o tipo de escoamento que ocorre nas descargas de vasos sanitários: ao pressionar o botão de descarga, ocorre um escoamento lento em princípio e que cresce até a velocidade terminal.

Periódicos são os escoamentos nos quais a variação temporal segue um padrão que se repete continuamente em função do tempo, estabelecendo uma função periódica. Como exemplo, podemos citar o escoamento dos gases de combustão eliminados pelos motores à combustão interna, que seguem um padrão quase senoidal nos motores monocilindro.

Aleatórios são os escoamentos nos quais a variação da velocidade ocorre de forma aleatória em relação ao tempo, dificultando seu equacionamento, que depende de variáveis estatísticas para alguma previsão de cálculo. Um exemplo é constituído pelos movimentos atmosféricos, embora qualquer escoamento em regime turbulento se enquadre nessa classe.

FONTE: ROMA (2006, p. 45)

2.4 ESCOAMENTO LAMINAR EM TUBOS

É dito escoamento laminar aquele que apresentar $Re \leq 2.300$. No escoamento laminar completamente desenvolvido, cada partícula de fluido se move a uma velocidade axial constante ao longo de uma linha de corrente e o perfil de velocidade permanece inalterado na direção do escoamento. Não há movimento na direção radial e, portanto, a componente de velocidade na direção normal ao escoamento é zero em toda parte. Não há aceleração, uma vez que o escoamento é estacionário e completamente desenvolvido.

O perfil de velocidade para um escoamento laminar é:

$$u(r) = 2V_{méd} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (9)$$

A **queda de pressão ou perda de carga** para o escoamento laminar é expressa como:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu LV_{méd}}{R^2} = \frac{32\mu LV_{méd}}{D^2} \quad (10)$$

Observe na equação acima que a queda de pressão é proporcional à viscosidade μ do fluido e que ΔP será zero se não houvesse atrito. Também podemos aplicar a equação de **perda de pressão**: $\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{méd}^2}{2}$, (11) onde $\rho V_{méd}^2 / 2$ é a pressão dinâmica e f é o **fator de atrito de Darcy**:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V_{méd}^2} \quad (12)$$

Porém, ao substituirmos a equação do fator de atrito na equação da queda de pressão, temos para um tubo circular e escoamento laminar:

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{méd}} = \frac{64}{Re} \quad (13)$$

Também podemos determinar a perda de carga, h_L , que representa a altura adicional à qual o fluido precisa ser elevado por uma bomba para superar as perdas por atrito do tubo.

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V_{méd}^2}{2g} \quad (14)$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

A água a 40°F ($\rho=62,42 \text{ lbm/pés}^3$ e $\mu=1,038 \times 10^{-3} \text{ lbm/pés.s}$) escoam através de um tubo horizontal com diâmetro de 0,12 pol (=0,010 pés) e 30 pés de comprimento estacionariamente a uma velocidade média de 3,0 pés/s. Determine:

- a) a perda de carga;
- b) a queda de pressão;
- c) o requisito de potência de bombeamento para superar esta queda de pressão.

SOLUÇÃO a) vamos considerar que: 01) o escoamento é estacionário e incompressível; 02) os efeitos da entrada são desprezíveis e o escoamento é totalmente desenvolvido; 03) o tubo não possui curvas, válvulas ou conectores.

Primeiro vamos determinar o regime de escoamento:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_{\text{méd}} D}{\mu} = \frac{(62,42 \text{ lbm / pés}^3)(3 \text{ pés / s})(0,01 \text{ pé})}{1,038 \times 10^{-3} \text{ lbm / pés.s}} = 1803$$

que é menor que 2.300, então o regime é laminar.

Então, o fator de atrito e a perda de carga são:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1803} = 0,0355 \quad \text{e}$$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V_{\text{méd}}^2}{2g} = 0,0355 \frac{30 \text{ pés}}{0,01 \text{ pé}} \frac{(3 \text{ pés / s})^2}{2(32,2 \text{ pés / s}^2)} = 14,9 \text{ pés}$$

SOLUÇÃO b) a queda de pressão é:

$$\Delta P = \Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{\text{méd}}^2}{2} = 0,0355 \frac{30 \text{ pés}}{0,01 \text{ pé}} \frac{(62,42 \text{ lbm / pés}^3)(3 \text{ pés / s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ lbf}}{32,2 \text{ lbm.pés / s}^2} \right)$$

$$= 929 \text{ lbf / pés}^2 = 6,45 \text{ psi}$$

SOLUÇÃO c) a vazão em volume e os requisitos de potência de bombeamento são:

$$Q = V_{\text{méd}}^2 A_C = V_{\text{méd}} (\pi D^2 / 4) = (3 \text{ pés / s}) [\pi (0,01 \text{ pé})^2 / 4] = 0,000236 \text{ pé}^3 / \text{s}$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = Q \Delta P = (0,000236 \text{ pé}^3 / \text{s}) (929 \text{ lbf / pé}^2) \left(\frac{1 \text{ W}}{0,737 \text{ lbf.pé / s}} \right) = 0,30 \text{ W}$$

Assim, a entrada de potência na quantidade de 0,30 W é necessária para superar as perdas por atrito no escoamento devido à viscosidade.

FONTE: ÇENGEL; CIMBALA (2007, p.289)

2.5 ESCOAMENTOS EM REGIME TURBULENTO

Vamos considerar uma chaleira com água sobre o fogão. Inicialmente, com o fogão desligado, o fluido está imóvel. Ao acendermos o fogão, vamos perceber um gradiente de temperatura na direção vertical, ou seja, no fundo da chaleira a água é mais quente. O aumento do gradiente de temperatura causará uma instabilidade provocada pelo empuxo, pois a água quente e menos densa sobe ao topo, enquanto a fria e mais densa vai para o fundo. Este movimento de sobe e desce da água dentro da chaleira provoca uma mistura. Conforme o gradiente vai aumentando, este movimento torna-se mais intenso e, eventualmente, torna-se um escoamento turbulento caótico e aleatório, fazendo com que ocorra uma boa mistura e um aumento da taxa de transferência de calor. Percebemos que o escoamento passa de estacionário para laminar, e finalmente para turbulento.

Segundo Munson, Young e Okiishi (2006, p. 415), “sem a turbulência, seria virtualmente impossível termos a vida como a conhecemos. Em algumas situações, o escoamento turbulento é necessário. Por exemplo, para alcançar a taxa de transferência de calor necessária de um sólido para um fluido (como nas serpentinas do resfriador de um ar condicionado ou nos tubos de uma caldeira de uma termoeletrica) seria necessária uma enorme área de transferência de calor se o escoamento fosse laminar. De modo análogo, para que a taxa de transferência de massa do estado líquido para o estado vapor (por exemplo, o sistema de resfriamento evaporativo relacionado com a transpiração) seja razoável, seriam necessárias superfícies muito grandes se o fluido escoasse laminarmente e não de modo turbulento”.

A turbulência também é importante na mistura de fluidos. É muito mais fácil misturar creme num copo de café (escoamento turbulento) do que misturar perfeitamente duas cores de uma tinta viscosa (escoamento laminar).

Porém, para que os engenheiros possam efetuar seus cálculos, métodos empíricos de experimentação foram aplicados para o regime turbulento, por ser muito mais complicado. Isto foi necessário, pois, a maioria dos escoamentos industriais ocorre no regime turbulento, no qual as tensões cisalhantes são muito grandes e provocam grandes quedas de pressão. Por exemplo, uma das expressões empíricas desenvolvidas para um tubo liso é:

$$\frac{dP}{dx} = -0,16 \left(\rho V_{\text{média}}^2 / D \right) \text{Re}^{-0,25} \quad (15)$$

Podemos integrar expressão anterior e obter:

$$\Delta P = 0,16 \left(\rho V_{média}^2 / D \right) L \text{Re}^{-0,25} \quad (16)$$

a expressão para a queda de pressão no regime laminar é:

$$\Delta P = 32 \left(\rho V_{média}^2 / D \right) L \text{Re}^{-1} \quad (17)$$

considerando que o número de Reynolds do escoamento seja igual a 2300, teremos que a perda de carga se o regime for laminar será dada por:

$$\Delta P_{laminar} = 0,014 \left(\rho V_{média}^2 / D \right) L \quad (18)$$

e se for turbulento:

$$\Delta P_{turbulento} \approx 0,023 \left(\rho V_{média}^2 / D \right) L \text{Re}^{-1} \quad (19)$$

FONTE: Munson, Young e Okiishi. 2006

A experiência indica que a maneira mais prática de se identificar as características de bombeamento no regime turbulento é através do coeficiente de fricção “ f ”. Uma fórmula bastante simples é a proposta por Haaland:

$$\frac{1}{f^{0,5}} = -1,8 \log \left[\frac{6,9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon / D}{3,7} \right)^{1,11} \right] \quad (20)$$

onde ε indica a rugosidade do tubo. O quadro 02 apresenta alguns valores:

QUADRO 2 – RUGOSIDADE

MATERIAL	RUGOSIDADE
Aço oxidado	2,0 mm
Aço inoxidável	0,002 mm
Aço comercial, novo	0,046 mm
Ferro fundido, novo	0,26 mm
Ferro forjado, novo	0,046 mm
Ferro galvanizado, novo	0,15 mm
Plástico	0,0015 mm
Concreto, alisado	0,04 mm
Concreto, rugoso	2,0 mm
Tubulação de cobre ou latão	0,0015 mm

FONTE: BRAGA FILHO (2006, p. 124)

2.5.1 O Diagrama de Moody

O fator de atrito no escoamento turbulento e totalmente desenvolvido em um tubo depende do número de Reynolds e da rugosidade relativa ϵ/D , que é a razão entre a altura média da rugosidade do tubo e o diâmetro do tubo.

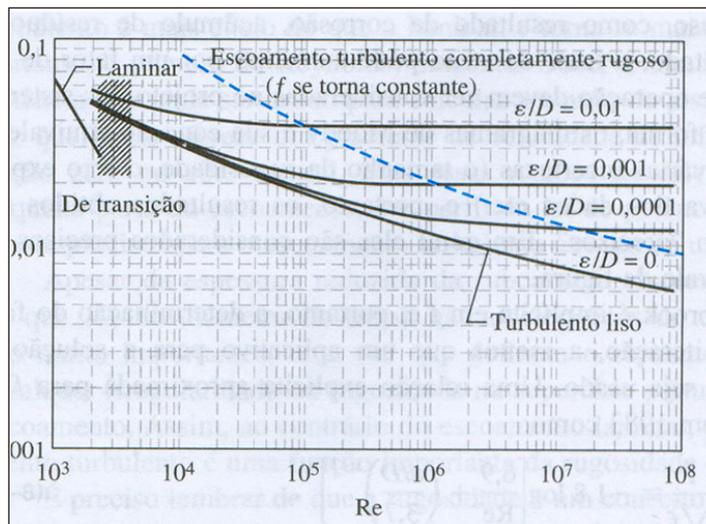
Em 1939, Cyril F. Colebrook (1910 – 1997) combinou os dados disponíveis para o escoamento de transição e o escoamento turbulento, tanto em tubos lisos quanto em tubos rugosos na seguinte relação implícita conhecida como equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \text{ para escoamento turbulento} \quad (21)$$

De acordo com Çengel e Cimbala (2007, p. 296), podemos fazer as seguintes observações por meio do diagrama de Moody:

- Para o escoamento laminar, o fator de atrito diminui quando o número de Reynolds diminui, e depende da rugosidade da superfície.
- O fator de atrito é mínimo para um tubo suave e aumenta com a rugosidade. Neste caso, a equação de Colebrook se reduz à equação de Prandtl, expressa por $1/\sqrt{f} = 2,0\log(\text{Re}\sqrt{f}) - 0,8$
- A região do regime laminar para o turbulento ($2300 < \text{Re} < 4000$) é indicada pela área sombreada do diagrama de Moody, Figura 20. O escoamento nesta região pode ser laminar ou turbulento, dependendo dos distúrbios no escoamento, ou pode alternar entre laminar e turbulento e, portanto, o fator de atrito também pode alternar entre valores de escoamento laminar ou turbulento. Os dados desse intervalo são os menos confiáveis. Com rugosidade relativamente pequena, o fator de atrito aumenta na região de transição e se aproxima do valor para os tubos lisos.

FIGURA 20 – DIAGRAMA DE MOODY PARA Re MUITO GRANDES



FONTE: ÇENDEL; CIMBALA (2007, p. 296)

- Com números de Reynolds muito grandes, as curvas do fator de atrito correspondente às curvas de rugosidade relativas especificadas são quase horizontais e, portanto, os fatores de atrito não dependem do número de Reynolds, conforme a Figura 16. O escoamento nesta região é chamado de escoamento turbulento completamente rugoso ou apenas escoamento completamente rugoso, porque a espessura da subcamada viscosa diminui com o aumento do número de Reynolds, e torna-se tão fina que pode ser desprezada em uma comparação com a altura da rugosidade da superfície.

2.5.2 Tipos de Problemas de Escoamento de Fluidos

Agora, vamos ver alguns problemas implicando perda de carga em tubulações, que são dissipações de energia durante o escoamento dos fluidos em tubulações. Swamee e Jain propuseram fórmulas aproximadas para a determinação da queda de pressão, da vazão volumétrica e do diâmetro que dão excelentes resultados, dentro de uma aproximação da ordem de 2% do diagrama de Moody.

No projeto ou análise dos sistemas de tubos que envolva o uso do diagrama de Moody, em geral, encontramos três tipos de problemas:

- Determinar a **queda de pressão** ou a perda de carga quando o comprimento e o diâmetro do tubo são dados, para uma vazão ou velocidade especificadas:

$$h_L = 1,07 \frac{\dot{Q}L}{gD^5} \left\{ \ln \left[\frac{\epsilon}{3,7D} + 4,62 \left(\frac{vD}{\dot{Q}} \right)^{0,9} \right] \right\}^{-2}, \text{ válida se } \begin{matrix} 10^{-26} < \epsilon / D < 10^{-2} \\ 3000 < Re < 3 \times 10^8 \end{matrix} \quad (22)$$

- Determinar a **vazão** quando o comprimento e o diâmetro do tubo são dados, para uma queda de pressão ou perda de carga especificada.

$$\dot{Q} = -0,965 \left(\frac{gD^5 h_L}{L} \right)^{0,5} X \ln \left[\frac{\epsilon}{3,7D} + \left(\frac{3,17v^2 L}{gD^3 h_L} \right)^{0,5} \right], \text{ válida se } Re > 2000. \quad (23)$$

- Determinar o **diâmetro** do tubo quando o comprimento do tubo e a vazão são dados, para a queda de pressão ou perda de carga especificada.

$$D = 0,66 \left[\epsilon^{1,25} \left(\frac{L\dot{Q}^2}{gh_L} \right)^{4,75} + v \dot{Q}^{9,4} \left(\frac{L}{gh_L} \right)^{5,2} \right]^{0,04}, \text{ válida se } \begin{matrix} 10^{-6} < \epsilon / D < 10^{-2} \\ 5000 < Re < 3 \times 10^8 \end{matrix} \quad (24)$$

Nas expressões acima, $h_L = \frac{\Delta P}{\rho g}$. (25)



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Água a 60°F ($\rho = 62,36 \text{ lbm/pés}^3$ e $\mu = 7,536 \times 10^{-4} \text{ lbm/pés.s}$) escoia estacionariamente em um tubo horizontal de 2 pol de diâmetro feito de aço inoxidável a uma vazão de 0,2 pés³/s. Determine a queda de pressão, a perda de carga e a entrada de potência de bombeamento necessária para o escoamento em uma seção do tubo com 200 pés de comprimento.

SOLUÇÃO) Considerando: 01) o escoamento estacionário e incompressível; 02) os efeitos da entrada são desprezíveis e, portanto, o escoamento é totalmente desenvolvido; 03) o tubo não envolve nenhum componente, como curvas, válvulas e conectores; 04) a seção da tubulação não envolve dispositivos de trabalho como uma bomba ou turbina.

Determinamos a velocidade média e o n° de Reynolds para determinar o regime de escoamento:

$$V = \frac{\dot{Q}}{A_c} = \frac{\dot{Q}}{\pi D^2 / 4} = \frac{0,2 \text{ pé}^3 / \text{s}}{\pi (2/12 \text{ pés})^2 / 4} = 9,17 \text{ pés} / \text{s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(62,36 \text{ lbm} / \text{pés}^3)(9,17 \text{ pés} / \text{s})(2/12 \text{ pés})}{7,536 \times 10^{-4} \text{ lbm} / \text{pés.s}} = 126.400.$$

O escoamento é turbulento. A rugosidade relativa é calculada usando os dados da Tabela e é

$$\varepsilon / D = \frac{0,000007 \text{ pé}}{2/12 \text{ pés}} = 0,000042$$

Determinando f através do diagrama de Moody,

$$f = 0,0174.$$

Então, a queda de pressão, a perda de carga e a entrada de potência necessária tornam-se:

$$\begin{aligned} \Delta P = \Delta P_L &= f \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2} = 0,0174 \frac{200 \text{ pés}}{2/12 \text{ pés}} \frac{(62,36 \text{ lbm} / \text{pés}^3)(9,17 \text{ pés} / \text{s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ lbf}}{32,2 \text{ lbm.pés} / \text{s}^2} \right) \\ &= 1.700 \text{ lbf} / \text{pés}^2. \end{aligned}$$

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0,0174 \frac{200 \text{ pés}}{2/12 \text{ pés}} \frac{(9,17 \text{ pés} / \text{s})^2}{2(32,2 \text{ pés} / \text{s}^2)} = 27,3 \text{ pés}.$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{Q} \Delta P = (0,2 \text{ pé}^3 / \text{s})(1700 \text{ lbf} / \text{pés}^2) \left(\frac{1 \text{ W}}{0,737 \text{ lbf.pés} / \text{s}} \right) = 461 \text{ W}.$$

FONTE: ÇENGLER; CIMBALA (2007, p.289).

RESUMO DO TÓPICO 4

Caro(a) acadêmico(a)! Neste quarto tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- Um fluido é composto por diferentes moléculas, que, ao ser submetido a um escoamento, pode apresentar uma distorção de seus elementos iniciais. Desta forma, é necessário acompanhar a velocidade em vários pontos do escoamento para obter uma avaliação de seu comportamento como um todo.
- Quando temos escoamentos com baixas velocidades, não havendo misturas macroscópicas, temos um escoamento laminar.
- Com o aumento da velocidade, temos um estágio intermediário, conhecido como regime de transição e quando ocorre uma mistura macroscópica, temos um escoamento turbulento.
- O regime de escoamento depende das propriedades de cada escoamento em particular. O parâmetro estabelecido pela relação entre o diâmetro (D), a velocidade média (V) e a viscosidade cinemática (ν) é conhecido como o número de Reynolds (Re) e é definido por

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

- A relação entre o número de Reynolds e o escoamento pode sofrer alterações para diferentes autores. Neste caso, assumimos a relação:

$$\begin{array}{lll} Re \leq 2.300 & \text{escoamento} & \text{la min ar} \\ 2.300 \leq Re \leq 4.000 & \text{escoamento} & \text{transição} \\ Re \geq 4.000 & \text{escoamento} & \text{turbulento} \end{array}$$

- Definimos os escoamentos em permanente quando o campo de velocidade não tem dependência temporal; não permanente quando o campo de velocidades tem dependência temporal e transiente; aquele que ocorre na fase inicial.
- A **queda de pressão ou perda de carga** para o escoamento laminar é expressa como $\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu L V_{méd}}{R^2} = \frac{32\mu L V_{méd}}{D^2}$.
- Para o escoamento turbulento, uma das expressões empíricas desenvolvidas para um tubo liso é $\frac{dP}{dx} = -0,16(\rho V_{méd}^2 / D) Re^{-0,25}$.

AUTOATIVIDADE



Olá! Chegamos ao final deste quarto tópico. Para reforçar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exercícios:

- 1 Discorra sobre os três regimes de escoamento: laminar, de transição e turbulento.
- 2 (ÇENGEL; CIMBALA, 2007) O ar aquecido a 1 atm e 35°C deve ser transportado em um duto plástico circular com 150 m de comprimento, a uma vazão de 0,35 m³/s. Se a perda de carga no tubo não exceder os 20 m, determine o diâmetro mínimo do duto.
- 3 (ÇENGEL; CIMBALA, 2007) Óleo a 20°C ($\rho=888 \text{ kg/m}^3$ e $\mu=0,800 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$) escoar estacionariamente através de um tubo de 5 cm de diâmetro e 40 m de comprimento. A pressão na entrada e saída do tubo é medida como 745 KPa e 97 KPa respectivamente. Determine a vazão do óleo através do tubo supondo que o tubo seja horizontal.
- 4 Discorra a respeito do n° de Reynolds, explicando o que é e qual a sua relação com o regime de escoamento.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

A partir do estudo desta unidade, o(a) acadêmico(a) estará apto(a) a:

- identificar e descrever os conceitos fundamentais e os mecanismos de transferência de calor;
- abordar as leis e os princípios que regem a transmissão de calor;
- reconhecer os três modos distintos de transmissão de calor: condução, convecção e radiação;
- usar os conhecimentos adquiridos para calcular taxas de transferências de calor e/ou temperaturas de materiais.

PLANO DE ESTUDOS

Esta segunda unidade está dividida em quatro tópicos. No final de cada um deles, você encontrará atividades que contribuirão para sua reflexão e análise dos estudos já realizados.

TÓPICO 1 – FUNDAMENTOS DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

TÓPICO 2 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO

TÓPICO 3 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

TÓPICO 4 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

FUNDAMENTOS DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

1 INTRODUÇÃO

O calor é a forma de introduzir energia térmica entre dois corpos pela diferença de temperatura existente entre eles.

Neste tópico, apresentaremos os princípios e fundamentos básicos para o estudo dos diferentes modos de transferência de calor por: condução, convecção e radiação, para apresentá-los com maior profundidade nos tópicos seguintes.

Tais formas são fundamentalmente distintas, regidas por leis próprias, e podem ocorrer simultaneamente.

2 CONCEITOS, ORIGENS FÍSICAS E EQUAÇÕES DE TAXA

O conceito de transferência de calor vem da Termodinâmica e esta é definida segundo Incropera (2007 p. 2) como, transferência de calor (ou calor), é a energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura.

Sempre que houver uma diferença de temperatura em um meio (entre regiões diferentes do mesmo meio) ou entre dois meios, ocorrerá a transferência de calor do meio de maior temperatura para o meio de menor temperatura. Se dois corpos, a diferentes temperaturas, são dispostos em contato direto, ocorrerá uma transferência de calor do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura até que ocorra a equivalência de temperatura entre os dois corpos (o sistema tende a atingir o equilíbrio térmico).

O calor em um corpo é identificado quando atravessa a fronteira de um sistema. É um fenômeno breve, que cessa quando não existe mais uma diferença de temperatura.

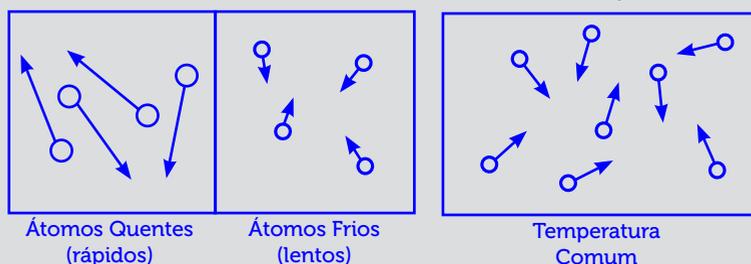
As formas de transmissão de calor são atribuídas como mecanismos de transferência de calor. Existem três mecanismos, que podem ser reconhecidos, conforme segue:

2.1 CONDUÇÃO

Quando a transferência de energia ocorrer em um meio estacionário, que pode ser um sólido ou um fluido, em virtude de um gradiente de temperatura, usa o termo transferência de calor por condução.

O fluxo de calor por **condução** ocorre via as colisões entre átomos e moléculas de uma substância e a subsequente transferência de energia cinética. Vamos considerar duas substâncias a diferentes temperaturas separadas por uma barreira que é removida subitamente, como mostra a Figura 21 a seguir.

FIGURA 21 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO



FONTE: Disponível em: <<http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/calor/conducao.html>>. Acesso em: 7 mar. 2009.

Quando a barreira é removida, os átomos “quentes” colidem com os átomos “frios”. Em tais colisões, os átomos rápidos perdem alguma velocidade e os mais lentos ganham velocidade. Logo, os mais rápidos transferem alguma de sua energia para os mais lentos. Esta transferência de energia do lado quente para o lado frio é chamada de fluxo de calor por condução.

Materiais diferentes transferem calor por condução com diferentes velocidades. Esta é uma medida da **condutividade térmica**.

FONTE: Disponível em: <<http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/calor/conducao.html>>. Acesso em: 7 mar. 2009.

2.1.1 Condutividade Térmica

A Condutividade térmica equivale à quantidade de calor Q transmitida através de uma espessura L , numa direção normal à superfície de área A , devido a uma variação de temperatura ΔT , sob condições de estado fixo e quando a transferência de calor é dependente apenas da variação de temperatura.



A lei de Fourier constitui uma lei empírica, isto é, estabelecida a partir da experiência e descreve a teoria da condutibilidade calorífica em regimes de temperaturas estacionárias e variáveis e resolve diversos problemas: parede, barra, esfera, entre outros.

Esta lei estabelece que a taxa do fluxo de calor por condução, numa dada direção, é proporcional à área normal à direção do fluxo e ao gradiente de temperatura naquela direção.

Para a parede plana unidimensional, mostrada na Figura 3 com uma distribuição de temperaturas $T(x)$, a equação da taxa é representada na forma:

$$q''_x = -k \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

O fluxo térmico q''_x (W/m^2) é a taxa de transferência de calor na direção x por unidade de área perpendicular à direção da transferência e ele é proporcional ao gradiente de temperatura, dT/dx , nesta direção. O parâmetro k é uma propriedade de transporte conhecida como condutividade térmica ($\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$) e é uma característica do material da parede. O sinal de menos é uma consequência do fato do calor ser transferido na direção da temperatura decrescente. Nas condições de estado estacionário mostradas na Figura 22, com a distribuição de temperatura linear, o gradiente de temperatura pode ser representado como

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (2)$$

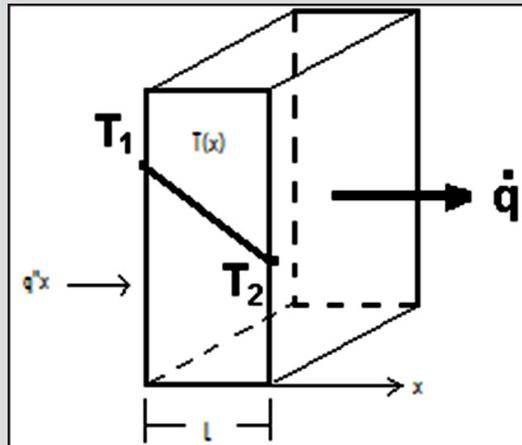
E o fluxo térmico é então,

$$q''_x = -k \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (3)$$

ou

$$q''_x = -k \frac{T_1 - T_2}{L} = k \frac{\Delta T}{L} \quad (4)$$

FIGURA 22 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR UNIDIMENSIONAL POR CONDUÇÃO (DIFUSÃO DE ENERGIA)



FONTE: INCROPERA et al (2007, p. 3)



Materiais que possuem uma alta condutividade térmica são resistores térmicos pobres, ou seja, isolantes ruins. Por outro lado, materiais com pequena condutividade térmica possuem grande resistência térmica - são bons isolantes.
 Condutividades térmicas: (kcal/s)/(oC m)

Alumínio	$4,9 \cdot 10^{-2}$
Cobre	$9,2 \cdot 10^{-2}$
Aço	$1,1 \cdot 10^{-2}$
Ar	$5,7 \cdot 10^{-6}$
Gelo	$4 \cdot 10^{-4}$
Madeira	$2 \cdot 10^{-5}$
Vidro	$2 \cdot 10^{-4}$
Amianto	$2 \cdot 10^{-5}$

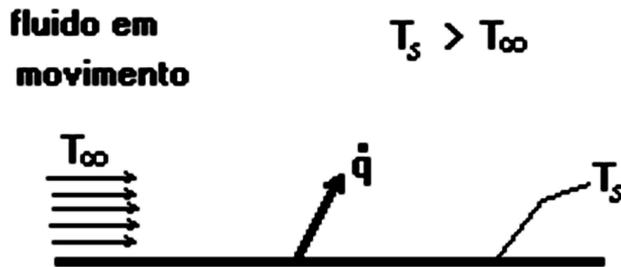
$$1 \text{ kcal} = 4184 \text{ J}$$

FONTE: Disponível em: <<http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/calor/conducao.html>>. Acesso em: 14 mar. 2009.

2.2 CONVECÇÃO

Quando a transferência de energia acontece entre uma superfície e um fluido em movimento devido à diferença de temperatura entre eles, empregamos o termo transferência de calor por convecção. A Figura 23 ilustra a transferência de calor por convecção quando um fluido escoava sobre uma placa aquecida.

FIGURA 23 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

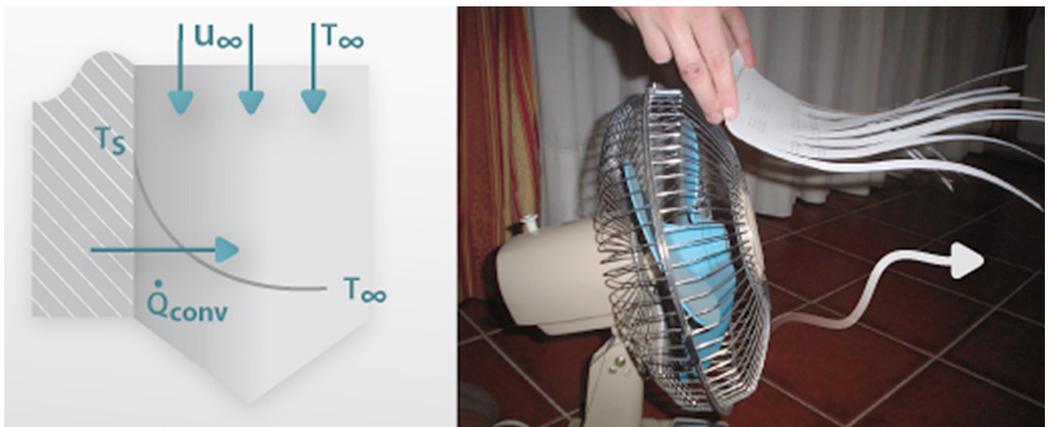


FONTE: Disponível em: <www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/tr/tra_nscal-capitulos%201,2,3.doc>. Acesso em: 8 mar. 2009.

2.2.1 Convecção Forçada e Natural

Quando o movimento do fluido for introduzido artificialmente por uma bomba ou ventilador, que força o fluxo do fluido sobre a superfície, diz-se que a transferência de calor se processa por convecção forçada. A Figura 24 demonstra a transferência de calor através de um fluido em movimento – convecção forçada.

FIGURA 24 – TRANSFERÊNCIA DE CALOR ATRAVÉS DE UM FLUIDO EM MOVIMENTO CONVECÇÃO FORÇADA



FONTE: Portal da Engenharia Química – Transferência de Calor. Disponível em: <http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=422#3>. Acesso em: 8 mar. 2009.

Caso o movimento do fluido resultar dos efeitos da ascensão provocada pela diferença de densidade causada pela diferença de temperatura do fluido, a transferência de calor se dá por convecção natural, conforme ilustrado na Figura 25.

FIGURA 25 – FORMAÇÃO DE CORRENTES DE CONVECÇÃO NATURAL (OU LIVRE) PROVOCADAS PELO AQUECIMENTO DO ÓLEO NUMA FRIGIDEIRA OU DO AR EM TORNO DE UM CORPO QUENTE



FONTE: Portal da Engenharia Química – Transferência de Calor. Disponível em: http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=422#3. Acesso em: 8 mar. 2009.

Os cálculos da transferência de calor entre uma superfície quente a temperatura T_s e um fluido que escoava sobre ela a uma temperatura t_∞ , são definidos pela equação básica do coeficiente de transferência de calor. A lei de Newton do resfriamento: $q_x = hA(T_\infty - T_s)$ (5)

Na transferência de calor do fluido quente para a parede fria, a equação é definida pela lei de aquecimento em relação à parede, logo: $q_x = hA(T_s - T_\infty)$ (6)

onde o fluxo de calor q é função de:

h – coeficiente de transferência de calor por convecção ($W/m^2 \cdot ^\circ C$) (depende do tipo de fluxo, geometria do corpo, área, temperatura, propriedades físicas do fluido e do mecanismo de transferência de calor ser convecção forçada ou natural).

T_s – temperatura da superfície sólida (**K**) ou ($^\circ C$)

T_∞ – temperatura do fluido (**K**) ou ($^\circ C$)

A – área perpendicular a direção do fluxo de calor (m^2)

Através do Quadro 3, percebemos que os líquidos em geral apresentam uma melhor capacidade de conduzir calor por convecção em relação aos gases, especialmente no caso da convecção forçada.

QUADRO 3 – VALORES TÍPICOS DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

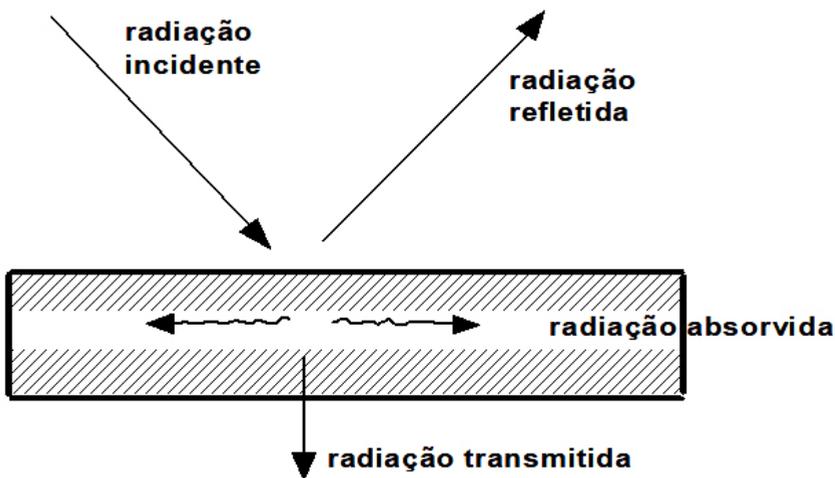
TIPO DE CONVECÇÃO	h (W/m ² .K)
Convecção natural em gases	2 - 25
Convecção natural em líquidos	50 – 1000
Convecção forçada em gases	25 - 250
Convecção forçada em líquidos	100 – 20.000
Convecção com mudança de fase: ebulição e condensação	2500 – 100.000

FONTE: INCROPERA et al (2007, p. 6).

2.3 RADIAÇÃO

Todos os corpos emitem continuamente energia em virtude da sua temperatura. Esta energia é chamada de radiação térmica. Esta radiação é transmitida no espaço em forma de ondas eletromagnéticas, segundo a clássica teoria eletromagnética de Maxwell ou na forma de fótons discretos, de acordo com a hipótese de Planck. A emissão ou absorção da energia radiante por um corpo é um processo de massa. A Figura 26 mostra uma energia radiante atingindo a superfície de um corpo, parte da energia total é refletida, parte é absorvida e parte é transmitida através do corpo.

FIGURA 26 – COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS EM RELAÇÃO À RADIAÇÃO



FONTE: Disponível em: TRANFERÊNCIA DE CALOR (TCL). Volume I. Prof. Carlos Boabaid Neto ... 1.3 - Introdução aos modos de transferência de calor e seus princípios físicos...wiki.sj.cefetsc.edu.br/wiki/images /0/08/Apostila_TCL_Versao_2_(2007).doc Acesso em: 8 mar 2009.

A radiação que é emitida pela superfície tem sua origem na energia térmica da matéria delimitada pela superfície e a taxa na qual a energia é liberada por unidade de área (W/m^2) é conhecida como poder emissivo, E_n , da superfície. Há um limite superior para o poder emissivo, que é determinado pela lei de **Stefan-Boltzmann**.

$$E_n = \sigma T_s^4 \quad (7)$$

onde, T_s - é a temperatura absoluta (K) da superfície e σ - é a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4)$). Tal superfície é chamada um radiador ideal ou corpo negro.

O fluxo térmico emitido por uma superfície real é menor do que aquele emitido por um corpo negro à mesma temperatura e é dado por

$$E_n = \epsilon \sigma T_s^4 \quad (8)$$

onde ϵ é uma propriedade radiante da superfície conhecida por emissividade. Com valores na faixa de $0 \leq \epsilon \leq 1$, essa propriedade fornece uma medida da eficiência na qual uma superfície emite energia em relação ao corpo negro. Ela depende fortemente do material da superfície e de seu acabamento.

A radiação também pode incidir sobre a superfície a partir de sua vizinhança. A radiação pode ser oriunda de uma fonte especial, tal como o sol, ou de outras superfícies às quais a superfície de interesse esteja exposta. Independente da(s) fonte(s), designamos a taxa na qual todas essas radiações incidem sobre uma área unitária da superfície por irradiação, G .

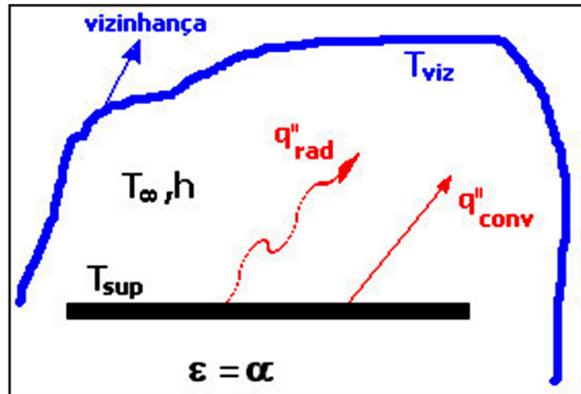
Uma porção, ou toda a irradiação, pode ser absorvida pela superfície, aumentando dessa forma a energia térmica do material. A taxa na qual a energia radiante é absorvida, por unidade de área da superfície, pode ser calculada com o conhecimento de uma propriedade radiante da superfície conhecida por *absortividade* α , ou seja, $G_{abs} = \alpha G$

Onde $0 \leq \alpha \leq 1$. Se $\alpha < 1$ e a superfície é opaca, porções da irradiação são refletidas. Se a superfície é semitransparente, porções da irradiação podem também ser transmitidas. Contudo, enquanto a radiação absorvida e a emitida aumentam e reduzem, respectivamente, a energia térmica da matéria, a radiação refletida e a transmitida não têm efeito nessa energia. Note que o valor de α depende da natureza da irradiação, assim como da superfície propriamente dita. Sólidos podem ser opacos (como é o caso dos metais) ou semitransparentes (como é o caso de finas folhas de alguns polímeros e alguns materiais semicondutores).

Frações da radiação incidente podem ser absorvidas, refletidas ou transmitidas pelo material. Para a condição da Figura 27, a irradiação G pode ser aproximada pela emissão de um corpo negro à temperatura da vizinhança T_{viz} ,

$$G = \sigma T_{viz}^4 \quad (9)$$

FIGURA 27 – TROCA POR RADIAÇÃO ENTRE UMA SUPERFÍCIE E UMA VIZINHANÇA



FONTE: Disponível em: http://www.eduloureiro.com.br/index_arquivos/taula1.pdf. Acesso em: 15 mar. 2009.

Se a superfície for considerada uma para a qual $\alpha = \epsilon$ (uma superfície cinza), a taxa líquida de transferência de calor por radiação saindo da superfície, expressa por unidade de área da superfície, é,

$$q''_{rad} = \frac{q}{A} = \epsilon E_n(T_s) - \alpha G = \epsilon \sigma (T_s^4 - T_{viz}^4) \quad (10)$$

Em muitas aplicações, é conveniente utilizar a expressão na forma,

$$q_{rad} = h_r A (T_s - T_{viz}) \quad (11)$$

onde, o coeficiente de transferência de calor por radiação h_r , é,

$$h_r = \epsilon \sigma (T_s + T_{viz})(T_s^2 + T_{viz}^2) \quad (12)$$

h_r depende fortemente da temperatura, enquanto a dependência do coeficiente de transferência de calor por convecção h em relação à temperatura é, em geral, fraca.

As superfícies podem também, simultaneamente, transferir calor por convecção para um gás adjacente. A taxa total de transferência de calor saindo da superfície é, então, $q = q_{conv} + q_{rad} = hA(T_s + T_{\infty}) + \epsilon \sigma A (T_s^4 + T_{viz}^4)$ (13)

FONTE: INCROPERA et AL. (2007, p. 6-7)



Corpo Negro: Ou irradiador ideal, é um corpo que emite e absorve, a qualquer temperatura, a máxima quantidade possível de radiação em qualquer comprimento de onda. O corpo negro é um conceito teórico padrão com o qual as características de radiação dos outros meios são comparadas.

Corpo Cinzento: é o corpo cuja energia emitida ou absorvida é uma fração da energia emitida ou absorvida por um corpo negro.

3 RELAÇÃO ENTRE A TRANSFERÊNCIA DE CALOR E A TERMODINÂMICA

A Termodinâmica é o ramo da física que trata da relação entre o calor e as outras formas de energia. A energia pode ser transferida através de interações entre um corpo e/ou sistema e suas vizinhanças. Estas interações são denominadas calor e trabalho.

A Primeira Lei da Termodinâmica governa quantitativamente estas interações, $E_2 - E_1 = \Delta E_{acu}^{tot} = {}_1Q_2 - W_2$ (14)

onde ΔE_{acu}^{tot} é a variação da energia total acumulada no sistema, Q é o valor líquido do calor transferido para o sistema, W é o valor líquido do trabalho efetuado pelo sistema e pode ser enunciada de como, a variação líquida de energia de um sistema é sempre igual à diferença entre o calor trocado com o meio externo e o trabalho realizado por ele durante uma determinada transformação.

A Segunda Lei da Termodinâmica, enunciada pelo físico francês Sadi Carnot, de acordo com o site <http://www.brasilecola.com/fisica/principio-termodinamica.htm>, “[...]faz limitações para as transformações realizadas pelas máquinas térmicas, e diz que, para que um sistema realize conversões de calor em trabalho, ele deve realizar de forma contínua, ciclos entre uma fonte quente e fria. A cada ciclo, é retirada uma quantidade de calor da fonte quente, que é parcialmente convertida em trabalho e a quantidade de calor restante é rejeitada para a fonte fria”.

De acordo com o site <http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>, “[...] existe uma diferença fundamental entre a transferência de calor e a termodinâmica. Apesar de a termodinâmica tratar das interações do calor e o que ele desempenha na primeira e na segunda lei, ela não leva em consideração o mecanismo de transferência de calor nem os métodos de cálculo da taxa de transferência de calor.

A termodinâmica trabalha com os estados de equilíbrio da matéria em que inexistem gradientes de temperatura. Podendo ser utilizada para determinar a quantidade de energia solicitada na forma de calor para um sistema passar de um estado de equilíbrio para outro, a mesma não pode quantificar a **taxa** (velocidade) na qual a transferência do calor ocorre”.

4 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

No estudo da transferência de calor, focamos nossa atenção nas formas de energia mecânica e térmica. A soma das energias térmica e mecânica não é conservada, podendo existir conversão entre outras formas de energia e energia térmica.

Um enunciado da primeira lei para a análise da transferência de calor é:

Equação das Energias Térmica e Mecânica para um Intervalo de Tempo (Δt)

O aumento na quantidade de energia térmica e mecânica acumulada (armazenada) em um volume de controle devem ser iguais à quantidade de energia térmica e mecânica que entra no volume de controle, menos a quantidade de energia térmica e mecânica que deixa o volume de controle, mais a quantidade de energia térmica que é gerada no interior do volume de controle.

$$\text{Assim, podemos escrever: } \Delta E_{acu} = E_{ent} - E_{sai} + E_g \quad (15)$$

Essa expressão se aplica em um intervalo de tempo Δt , e todos os termos representando energia são medidos em joules. Como a primeira lei deve ser satisfeita a cada e em todo instante de tempo t , podemos também formular a lei tomando por base taxas. Isto é, em qualquer instante, deve existir um equilíbrio entre todas as taxas de energia, medidas em joules por segundo (W).

Em palavras, isto é dito da seguinte forma,

Equação das Energias Térmica e Mecânica em um Instante (t)

A taxa de aumento da quantidade de energia térmica e mecânica acumulada (armazenada) em um volume de controle deve ser igual à taxa na qual as energias térmicas e mecânica entram no volume de controle, menos a taxa na qual as energias térmica e mecânica deixam o volume de controle, mais a taxa na qual a energia térmica é gerada no interior do volume de controle.

$$\text{Logo, } \Delta E_{acu} \equiv \frac{dE_{acu}}{dt} = \dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} + \dot{E}_g \quad (16)$$



Volume de controle: é um volume arbitrário no espaço através do qual o fluido escoava. O contorno geométrico do volume de controle é chamado de superfície de controle.

Equação simplificada da energia térmica para sistemas com escoamento em regime estacionário; $q = m c_p (T_{sai} - T_{ent})$ (17)

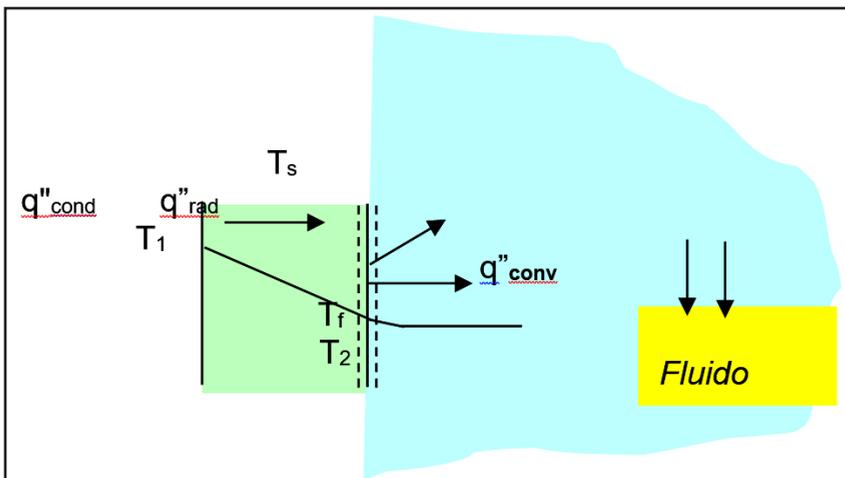
O q representa a taxa líquida de saída de entalpia; ou seja, a energia térmica mais o trabalho de escoamento (para um gás ideal ou para um líquido incompressível). O m é a vazão mássica de um fluido e pode ser representada por $\dot{m} = \rho V A_{sr}$, onde ρ é a densidade do fluido, A_{sr} é a área da seção transversal do canal pelo qual o fluido escoava e V é a vazão volumétrica.

5 O BALANÇO DE ENERGIA EM UMA SUPERFÍCIE

O balanço de energia é a soma algébrica do conjunto dos fluxos energéticos que afetam um dado sistema ou uma fina camada.

Consideramos na Figura 28 o balanço de energia na superfície de um meio:

FIGURA 28 – BALANÇO DE ENERGIA NA SUPERFÍCIE DE UM MEIO



FONTE: Disponível em: <www.exatec.unisinos.br/~jaqueline/engtermIII/introduc.doc>. Acesso em: 15 mar. 2009.

$$\dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} = 0 \quad (18)$$

$$q_{cond}'' - q_{conv}'' - q_{rad}'' = 0 \quad (19)$$

6 RELEVÂNCIA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A transferência de calor é fundamental para todos os ramos da engenharia. Assim como o engenheiro mecânico enfrenta problemas de refrigeração de motores, de ventilação, ar condicionado etc., o engenheiro metalúrgico não pode dispensar a transferência de calor nos problemas relacionados aos processos pirometalúrgicos e hidrometalúrgicos, ou no projeto de fornos, regeneradores, conversores etc.

Em nível idêntico, o engenheiro químico ou nuclear necessita da mesma ciência em estudos sobre evaporação, condensação ou em trabalhos em refinarias e reatores, enquanto o electricista e o eletrônico a utilizam no cálculo de transformadores e geradores e dissipadores de calor em microeletrônica e o engenheiro naval aplica em profundidade a transferência de calor em caldeiras, máquinas térmicas etc.

Até mesmo o engenheiro civil e o arquiteto sentem a importância de, em seus projetos, preverem o isolamento térmico adequado que garanta o conforto dos ambientes.

Como visto, a transferência de calor é importante para a maioria de problemas industriais e ambientais. Como exemplo de aplicação, consideremos a vital área de produção e conversão de energia:

Na geração de eletricidade (hidráulica, fusão nuclear, fóssil, geotérmica etc.) existem numerosos problemas que envolvem condução, convecção e radiação e estão relacionados com o projeto de caldeiras, condensadores e turbinas.

Existe também a necessidade de maximizar a transferência de calor e manter a integridade dos materiais em altas temperaturas.

É necessário minimizar a descarga de calor no meio ambiente, evitando a poluição térmica através de torres de refrigeração e recirculação.

FONTE: Disponível em: <<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>>. Acesso em: 14 mar. 2009.

A transferência de calor não é importante somente em sistema de engenharia, mas também na natureza. A temperatura regula e dispara respostas biológicas em todos os sistemas vivos e, no limite, marca a fronteira entre a doença e a saúde. Dois exemplos comuns incluem a hipotermia, que resulta do resfriamento excessivo de um corpo humano, e o choque térmico, que é disparado em ambientes quentes e úmidos. Ambos são mortais e estão associados a temperaturas corporais que excedem os limites fisiológicos. Ambos estão diretamente ligados aos processos de convecção, radiação e evaporação que ocorrem na superfície do corpo, ao transporte de calor no interior do corpo e à energia metabólica gerada volumetricamente no interior do corpo. (INCROPERA, 2007, p. 20).

7 UNIDADES E DIMENSÕES

As **dimensões** fundamentais são quatro: tempo, comprimento, massa e temperatura. **Unidades** são meios de expressar numericamente as dimensões.

Utilizamos para nosso estudo o Sistema Internacional de Unidades (SI). Apesar de o sistema inglês e do sistema prático métrico ainda serem utilizados em todo o mundo.

O desenvolvimento da transferência de calor está totalmente baseado nas quatro dimensões básicas do Sistema Internacional, que estão listadas no quadro a seguir.

QUADRO 4 – UNIDADES BÁSICAS DO SI E SUPLEMENTARES

GRANDEZA	SÍMBOLO	UNIDADE E SÍMBOLO
Comprimento	L	metro (m)
Massa	M	kilograma (kg)
Tempo	t	segundo (s)
Temperatura	T	kelvin (K)
Concentração	C	mole (mol)
Corrente elétrica	I	ampère (A)
Ângulo plano ^a	θ	radiano (rad)
Ângulo sólido ^a	ω	estereorradiano (sr)

FONTE: INCROPERA et al. (2007, p. 21)

Apesar de a unidade SI para temperatura ser o Kelvin (K), o uso da escala Celsius é ainda bastante comum. O zero, na escala Celsius (0°C), é equivalente a 273,15 K. Assim, $T(K) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15$ (20)

As diferenças de temperatura são equivalentes para as duas escalas, e podem ser expressas por $^{\circ}\text{C}$ ou K. Ou seja: $\Delta T(K) = \Delta T(^{\circ}\text{C})$ (21)

Dessas unidades básicas, derivam-se as outras unidades utilizadas na transferência de calor, como vemos no Quadro 5.

QUADRO 5 – UNIDADES DERIVADAS DO SI PARA ALGUMAS GRANDEZAS

GRANDEZA	NOME E SÍMBOLO	FÓRMULA	EXPRESSÃO EM UNIDADE SI BÁSICAS
Força	Newton (N)	$m \cdot \text{kg} / \text{s}^2$	$m \cdot \text{kg} / \text{s}^2$
Pressão	Pascal (Pa)	N / m^2	$\text{kg} / \text{m} \cdot \text{s}^2$
Energia	Joule (J)	$\text{N} \cdot \text{m}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} / \text{s}^2$
Potência	Watt (W)	J / s	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} / \text{s}^3$
Condutibilidade térmica	k	$\text{W} / \text{m} \cdot \text{K}$	$\text{m} \cdot \text{kg} / \text{s}^3 \cdot \text{K}$
Coefficiente de transf. de calor	-	$\text{W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}$	$\text{kg} / \text{s}^3 \cdot \text{K}$

FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>. Acesso em: 14 mar. 2009.

No Quadro 6, apresentamos conversão de fatores úteis ao nos depararmos com unidades do sistema Inglês, que ainda são comuns nos EUA e também na Inglaterra.

QUADRO 6 – FATORES DE CONVERSÃO ÚTEIS

FATOR DE CONVERSÃO	FATOR DE CONVERSÃO
1 lbf = 4,448 N	1 Btu = 1055 J
1 lbf/pol ² (PSI) = 6,895 kPa	1 kcal = 4,1868 kJ
1 pol = 0,0254 m	1 kW = 3412 Btu/h
1 lbm = 0,4536 kg	1 kW = 3412 Btu/h
1 litro (l) = 0,001 m ³	1 TR = 3517 W = 12000 Btu/h
1 ft = 12 in (polegadas) = 12 x 0,0254 m = 0,3048 m	1 kcal/h = 1,163 W = 3,97 Btu/h

FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>. Acesso em: 14 mar. 2009.

Frequentemente, necessitamos trabalhar com números extremamente grandes ou pequenos. Logo, apresentamos no Quadro 7 um conjunto de prefixos padrões multiplicadores.

QUADRO 7 – PREFIXOS MULTIPLICADORES

FATOR	PREFIXO	SIMBOLO	FATOR	PREFIXO	SIMBOLO
10^{-12}	pico	p	10^2	hecto	h
10^{-9}	nano	n	10^3	kilo	k
10^{-6}	micro	m	10^6	mega	M
10^{-3}	mili	m	10^9	giga	G
10^{-2}	centi	c	10^{12}	tera	T

FONTE: INCROPERA et al. (2007, p. 22).

RESUMO DO TÓPICO 1

Caro(a) acadêmico(a)! Neste primeiro tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- A transferência de calor, que é a energia em trânsito, devido a uma diferença de temperatura e os três mecanismos de transferência de calor: Condução: Meio estacionário; Convecção: Superfície e fluido em movimento; Radiação: Superfície com temperatura não nula.
- As origens físicas e o estudo da variação de uma propriedade na unidade de tempo, que definimos como as equações de taxa.
- A relação entre a transferência de calor e a termodinâmica. Aprendemos que, na termodinâmica, a energia é transferida entre um sistema e suas vizinhanças na forma de calor e trabalho. Logo, trabalha-se com estados de equilíbrio desconsiderando a existência de gradientes de temperaturas. A transferência de calor permite uma análise microscópica (local), fornecendo informações mais precisas sobre o processo analisado.
- A conservação de energia que estabelece que a quantidade total de energia em um sistema isolado permanece constante. Não pode ser criada nem destruída, mas transformada em outras formas de energia.
- O balanço de energia sendo a soma algébrica do conjunto dos fluxos energéticos que afetam um dado sistema ou uma fina camada.
- A importância da transferência de calor para todos os ramos da engenharia.
- Através de relações das unidades e dimensões o(a) acadêmico(a) deverá ser capaz de utilizar e identificar o sistema de medida adequado nas equações de transferência de calor num dado conjunto de condições.



Caro(a) acadêmico(a)! Como autoavaliação do Tópico 01, responda às questões a seguir:

- 1 Qual a relevância do estudo de transmissão de calor?
- 2 Ar com vazão de 2,5 kg/s é aquecido de -10 a 30°C em um trocador de calor. Qual é a taxa de transferência de calor?
- 3 (KREITH, 1977) Uma relação empírica para determinar o coeficiente de transmissão de calor para o fluxo de ar num tubo é dada pela relação $h = 0,10 (V^{0,3} / D^{0,7})$, onde h é o coeficiente de transmissão de calor, em Btu / h.pé 2 °F; V a velocidade, em pés/s; e D o diâmetro interno, em pés. Se quisermos expressar h em $W/m^2 K$, qual será a constante, em lugar de 0,10?
- 4 (BRAGA FILHO, 2006) Deseja-se dissipar cerca de 1840 Watts através de uma parede cujas dimensões não podem ultrapassar 0,08 m² e espessura de 0,10 m. Sabendo-se que a temperatura da face esquerda não pode ultrapassar 110°C e a temperatura da face direita não pode cair abaixo de 40°C, determine a condutividade térmica do material a ser utilizado.
- 5 (INCROPERA, 2007) Uma tubulação de vapor sem isolamento térmico passa através de uma sala em que o ar e as paredes se encontram a 25°C. O diâmetro externo do tubo é de 70 mm, e a temperatura da superfície e a emissividade são, respectivamente, 200°C e 0,8. Quais são o poder emissivo e a irradiação da superfície? Se o coeficiente associado à transferência de calor por convecção natural da superfície para o ar é de 15 $W/m^2 K$, qual a taxa de calor perdida pela superfície do tubo por unidade de comprimento?
- 6 (INCROPERA, 2007) Qual a espessura necessária para uma parede de alvenaria com condutividade térmica 0,75 $W/m K$, se a taxa de calor deve ser 80% da taxa de calor através de uma estrutura composta cuja condutividade térmica é 0,25 $W/m K$ e a espessura de 100 mm? As duas paredes estão sujeitas à mesma diferença de temperatura em suas superfícies.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

A transmissão de calor por condução é a passagem da energia (calor) através de elementos em sistema(s) em contacto, devido a um gradiente de temperatura, porém sem variação da posição relativa dos elementos do sistema(s). Condução é a forma de transmissão de calor sem transporte de massa.

Neste tópico, estudaremos mais profundamente a Lei de Fourier, sua aplicação em diferentes geometrias. Desenvolveremos, a partir de princípios básicos, a equação do calor, que governa a distribuição de temperatura em um meio. A transmissão de calor por condução unidimensional em regime estacionário se a temperatura, em cada ponto do sistema, for independente do tempo. Determinaremos expressões para distribuição de temperatura e para taxa de transferência de calor em geometria plana, cilíndrica e esférica. Apresentaremos circuitos térmicos como modelos de escoamento de calor.

Em cada uma dessas etapas, diversas operações estão envolvidas para melhor aprofundarmos o entendimento da transferência de calor por condução.

2 CONDUÇÃO DE CALOR UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE

Como foi apresentado, a condução está associada ao conceito de atividade molecular. A condução deve ser tratada como a transferência de energia das moléculas mais energéticas para as moléculas menos energéticas.

A partir de agora, avaliaremos a quantidade de energia ou de calor que é transferida pelo mecanismo da condução. Consideraremos condução de calor unidimensional em regime permanente através de sistemas simples, de modo que a temperatura e o fluxo de calor são funções de apenas uma coordenada. Aplicamos este tipo de tratamento em diversos problemas industriais.

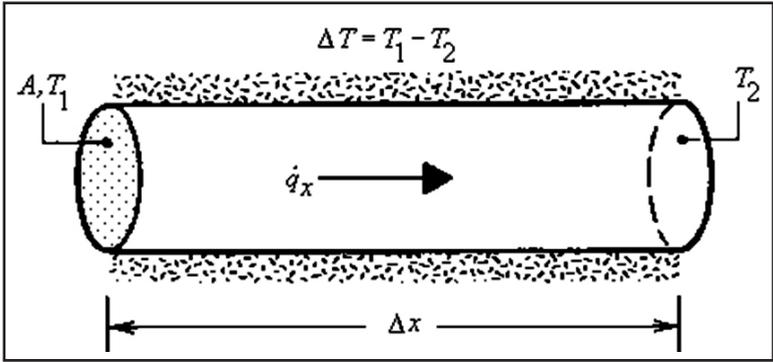
2.1 LEI DE FOURIER



CURIOSIDADE - De acordo com o site: [http://www.infopedia.pt/\\$lei-de-fourier](http://www.infopedia.pt/$lei-de-fourier), "[...] a lei de Fourier, como o próprio nome indica, foi estabelecida em 1811 pelo matemático e físico francês Jean Baptiste Joseph, mais conhecido por barão de Fourier. Este publicou uma teoria de propagação do calor, por meio da qual introduziu as séries trigonométricas (séries de Fourier)".

A lei de Fourier é fenomenológica. Esta denominação deu-se pelo fato de que foi desenvolvida através da observação dos fenômenos experimentais. Na Figura 29, apresentamos um experimento, em regime estacionário, cujo fluxo de calor resultante é medido após a variação das condições experimentais. Imaginamos a transferência de calor por uma barra de ferro, tendo uma das extremidades aquecidas e com a área lateral isolada termicamente.

FIGURA 29 – EXPERIMENTO DE CONDUÇÃO TÉRMICA EM REGIME ESTACIONÁRIO



FONTE: INCROPERA et al. (2007,005A p. 38)

Baseando-se em experiências, ao variarmos a área da seção da barra, a diferença de temperatura e a distância entre as extremidades, obtemos a seguinte relação de proporcionalidade: $q_x \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$ (1)

Utilizando-se um coeficiente de proporcionalidade (medida do comportamento do material), transforma-se a proporcionalidade da Lei de Fourier em igualdade e pode ser apresentada como $q''_x = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$ (2)

Onde:

q'' – fluxo de calor por condução (W/m^2).

k – constante de proporcionalidade da equação, chamada de condutividade térmica, e que depende do material de que é feita a parede ($W/(m \cdot K)$).

A – área da seção através da qual o calor flui por condução, medida perpendicularmente à direção do fluxo (m^2).

$\frac{\Delta T}{\Delta x}$ – razão de variação da temperatura T com a distância, na direção x do fluxo de calor.

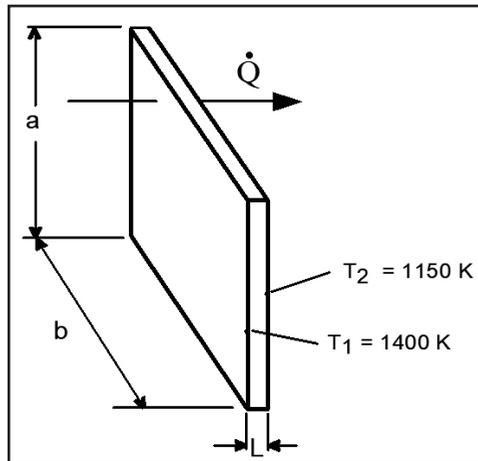


O sinal de menos é necessário porque o calor é sempre transferido no sentido da diminuição das temperaturas.



EXERCICIO RESOLVIDO

A parede de um forno industrial é construída de um tijolo de 0,15 m de espessura, com condutividade térmica de $1,7 W / m \cdot K$. A temperatura nas faces interna e externa da parede são respectivamente 1400 e 1150K. Qual é a perda de calor através de uma parede de 0,5 m por 3 m?



Dados: $L = 0,15 \text{ m}$; $k = 1,7 \text{ W/m.K}$; $T_1 = 1400 \text{ K}$; $T_2 = 1150 \text{ K}$

A área superficial da parede é dada por: $A = a \times b$

onde, $a = 0,5 \text{ m}$ $b = 3,0 \text{ m}$

Assim, $A = a \times b = 0,5 \times 3,0 \Rightarrow A = 1,5 \text{ m}^2$

Solução: como a transferência de calor através da parede é por condução, o fluxo de calor pode ser dado pela Lei de Fourier,

$$q'' = k \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{L} = 1,7 \times \frac{(1400 - 1150)}{0,15} = 2833 \text{ W/m}^2$$

O valor acima representa a quantidade de calor que passa por cada m^2 da parede. A quantidade total de calor será, então, $\dot{Q} = q'' \cdot A = 2833 \times 1,5 = 4250 \text{ W}$

FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+1+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+1+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 15 mar. 2009.

2.2 PROPRIEDADES TÉRMICAS DOS MATERIAIS

Incropera (2007, p. 39) diz que “[...] para usar a lei de Fourier, a condutividade térmica do material deve ser conhecida. Essa propriedade, que é classificada como uma propriedade de transporte, fornece uma indicação da taxa na qual a energia é transferida pelo processo de difusão. Ela depende da estrutura física da matéria, atômica e molecular, que está relacionada ao estado da matéria”.

2.2.1 Condutividade Térmica

O fator de proporcionalidade k (condutividade térmica) da equação de Fourier é uma propriedade de cada material e expressa a maior ou menor capacidade que um material apresenta à condução de calor. A condutividade térmica associada à condução na direção x é definida como:

$$k_x \equiv \frac{q_x''}{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)} \quad (3)$$

Os valores de condutividade térmica estão relacionados no Quadro 8, para alguns materiais a 0°C .

QUADRO 8 – VALORES DE CONDUTIVIDADE TÉRMICA A 0 °C

TIPO DE MATÉRIA	MATERIAL	CONDUTIVIDADE TÉRMICA k (W/m·K)
METAL	prata	410
	cobre	385
LÍQUIDO (parado)	água	0,556
	Freon 12	0,073
GÁS (parado)	ar	0,024
	dióxido de carbono	0,0146
MATERIAL ISOLANTE	fibra de vidro	0,035
	espuma de uretano	0,024

FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>. Acesso em: 19 mar. 2009.

Conforme a constituição química, estado físico e temperatura dos materiais, os valores numéricos de k apresentam faixas variadas. Para valores de k com:

Alta condutividade térmica → material “condutor térmico”.
 Baixa condutividade térmica → material “isolante térmico”.

Observamos que os metais possuem uma melhor condutividade do que líquidos e gases. Isto ocorre devido às moléculas dos metais estarem mais próximas uma das outras (maior densidade), facilitando a propagação de calor por condução. Os materiais isolantes geralmente têm uma baixa densidade, por esta razão não conduzem bem o calor. Logo:

Alta densidade → maior condutividade.
 Baixa densidade → menor condutividade.

A condutividade térmica normalmente oferece uma forte dependência com a temperatura. Nos gases, esta dependência é direta, pois quanto maior a temperatura, a agitação das moléculas aumenta e maior é a velocidade de propagação da condução de calor. Nos líquidos, existe a influência de forças moleculares, cuja relação de dependência nem sempre é direta. Nos metais, a relação da condutividade varia dependendo da matéria.



Condutividade térmica para o ar a 1 bar e valores em $10^{-3} \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}$,

$T (^\circ\text{C})$	-20	0	50	100	150	200	250	300	350
k	22	24	28	31	34	37	40	43	45



Verifique mais propriedades termofísicas da matéria, disponíveis no Livro texto: INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. São Paulo: LTC, 2007, pp. 588 a 599. Tabelas A.1 a A.3.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Deseja-se que o fluxo de calor através de um bloco de amianto ($k = 0,74 \text{ W/m} \cdot \text{K}$) seja de 5000 W/m^2 , para uma diferença de temperatura de $200 \text{ }^\circ\text{C}$ entre as faces do bloco. Qual deve ser a espessura do bloco?

Dados: $k = 0,74 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ $\Delta T = 200 \text{ }^\circ\text{C}$
 $q'' = 5000 \text{ W/m}^2$

Solução: Pede-se a espessura da placa L . Utilizaremos a Lei de Fourier:

$$q'' = k \cdot \frac{\Delta T}{L} \rightarrow L = \frac{k \cdot \Delta T}{q''} = \frac{0,74 \times 200}{5000} = 0,0296 \text{ m} = 2,96 \text{ cm}$$

FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&tr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&tr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>. Acesso em: 5 abr. 2009.

2.2.2 Difusividade Térmica

Na análise de transferência de calor, a razão entre a condutividade térmica (k) e a capacidade térmica volumétrica (ρc_p) é chamada de difusividade térmica (α) m^2/s ,

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \rightarrow (m^2/s)(4)$$

onde

ρ – densidade do material (kg/m^3)

c_p – calor específico ($J/kg \cdot ^\circ C$)

O parâmetro ρc_p mede a habilidade em estocar energia térmica e α mede a habilidade do material para produzir energia térmica em relação à estocagem de energia. Em geral, $\alpha_{\text{metal}} > \alpha_{\text{não metal}}$. Exemplo de difusividade térmica a temperatura de $27^\circ C$,

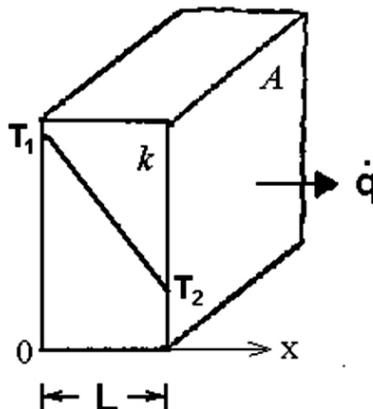
$$\alpha_{\text{alúminio}} = 97,1 \times 10^{-6} m^2/s$$

$$\alpha_{\text{parafina}} = 7,7 \times 10^{-9} m^2/s$$

3 CONDUÇÃO DE CALOR EM UMA PAREDE PLANA

Consideremos a transferência de calor por condução através de uma parede plana submetida a uma diferença de temperatura conforme Figura 30. A parede possui espessura L , área transversal A e foi construída com material de condutividade térmica k . A temperatura da superfície interna da parede é constante e igual a T_1 e a da superfície externa é constante e igual a T_2 . Por hipótese $T_1 > T_2$.

FIGURA 30 – CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE UMA PAREDE PLANA



FONTE: Disponível em: <www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc>. Acesso em: 21 mar. 2009.

Aplicado-se a Equação (2) da Lei de Fourier e separando-se as várias, obteremos: $q'' \Delta x = -kA \Delta T$ (5)

Na face interna ($x = 0$), a temperatura é T_1 e na face externa ($x = L$) a temperatura é T_2 . A transferência em regime permanente à taxa de transferência de calor é constante. Sendo a área transversal da parede uniforme e a condutividade k um valor médio, a integração da Equação (5) com os limites da Figura 30, temos:

$$q'' \int_0^L \Delta x = -kA \int_{T_1}^{T_2} \Delta T \quad (6)$$

$$q'' L = kA (T_1 - T_2) \quad (7)$$

$$q'' = \frac{kA}{L} \Delta T \quad (8)$$



EXEMPLO PRÁTICO

O engenheiro responsável pela operação de um forno necessita reduzir as perdas térmicas que ocorrem pela parede de um forno por razões econômicas. Considerando a Equação (8), o engenheiro possui as opções apresentadas no Quadro 9.

QUADRO 9 – POSSIBILIDADES PARA REDUÇÃO DE FLUXO DE CALOR EM UMA PAREDE PLANA

Desafio	Constantes	Solução
$q'' \downarrow$	$k \downarrow$	Substituir a parede por uma de menor condutividade térmica
	$A \downarrow$	Diminuir a área superficial do forno
	$L \uparrow$	Expandir a espessura da parede
	$\Delta T \uparrow$	Diminuir a temperatura interna do forno

FONTE: Disponível em: <<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>>. Acesso em: 5 abr. 2009.

COMENTÁRIO:

A substituição da parede ou a diminuição da temperatura interna implicam ações de difícil execução; contudo, a colocação de isolamento térmico sobre a parede satisfaz ao mesmo tempo as ações de redução da condutividade térmica e aumento de espessura da parede.

FONTE: Disponível em: <http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>. Acesso em: 5 abr. 2009.

3.1 ANALOGIA ENTRE RESISTÊNCIA TÉRMICA E RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Dois sistemas são análogos quando obedecem a equações e propriedades semelhantes. Logo, a equação de descrição de um sistema pode ser transformada em uma equação para outro sistema através da troca dos símbolos das variáveis.

A Lei de Fourier pode ser apresentada de uma maneira conceitualmente similar. A diferença de temperatura através de um material é a função potencial (a “força” que permite a existência da transferência de calor através deste material), semelhante à diferença de potencial elétrico.

A transferência de calor seria o fenômeno induzido pela diferença de temperatura, similar à corrente elétrica.

A combinação da condutividade térmica, espessura de material e área representaria a resistência térmica à passagem do calor.

Com isso, a transferência de calor pode ser compreendida como um fenômeno similar à eletricidade:

Como a Equação (8), que fornece o fluxo de calor através de uma parede plana, pode ser colocada na seguinte forma: $q'' = \frac{\Delta T}{\left(\frac{L}{k \cdot A}\right)}$ (9)

Onde:

ΔT – a diferença entre a temperatura da face quente e da face fria consiste no potencial que causa a transferência de calor.

$\frac{L}{k \cdot A}$ – é equivalente a uma resistência térmica (R) que a parede oferece à transferência de calor.

$$R_T = \frac{L}{k \cdot A} \quad (10)$$

Portanto, o fluxo de calor através da parede pode ser expresso da seguinte forma: $q'' = \frac{\Delta T}{R}$ (11)

ΔT – é o potencial térmico,

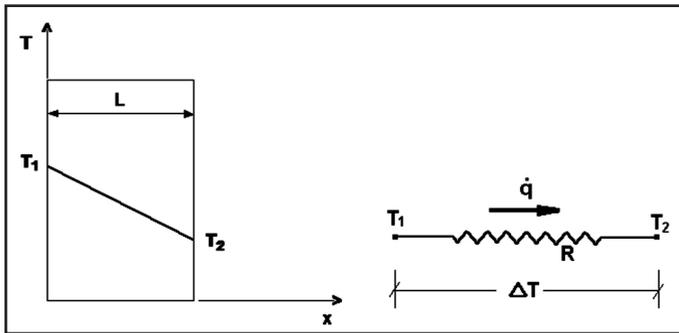
R – é a resistência da parede.

Substituindo-se na Equação (10) o símbolo do potencial de temperatura ΔT pelo da diferença de tensão ΔU , e o símbolo da resistência térmica R pelo da resistência elétrica R_e , obtemos a Equação (11) (lei de Ohm) para i , a intensidade de corrente elétrica.

$$i = \frac{\Delta U}{R_e} \quad (12)$$

Apresentada esta analogia, é comum a utilização de uma notação semelhante à usada em circuitos elétricos, quando representamos a resistência térmica de uma parede ou associações de paredes. Uma parede de resistência R , submetida a um potencial ΔT e atravessada por um fluxo de calor q'' , pode ser representada pela Figura 31.

FIGURA 31 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA ANALOGIA ELÉTRICA PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO



FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>. Acesso em: 21 mar. 2009.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

1- Calcular a resistência térmica de condução de uma parede de alvenaria de 2,5 por 3,0 m, cuja espessura é de 30 cm. A condutividade térmica da alvenaria é de 1,0 W/m.K.

Dados: L = 30 cm = 0,30 m ; A = 2,5 x 3,0 = 7,5 m², k = 1,0 W/m.K

Solução: A resistência térmica de condução é dada pela equação (10):

$$R_t = \frac{L}{k.A} = \frac{0,30}{1,0 \times 7,5} = 0,04 \text{ K/W}$$

2- Qual a taxa de transferência de calor na parede do exercício 1, se for submetida a uma diferença de temperatura de 30 °C entre suas faces?

Dados: $\Delta T = 30 \text{ }^\circ\text{C}$

$R_t = 0,04 \text{ K/W}$

Solução: Como já dispomos da resistência térmica da parede, podemos utilizar diretamente a equação (11),

$$q'' = \frac{\Delta T}{R_t} = \frac{30}{0,04} = 750 \text{ W}$$

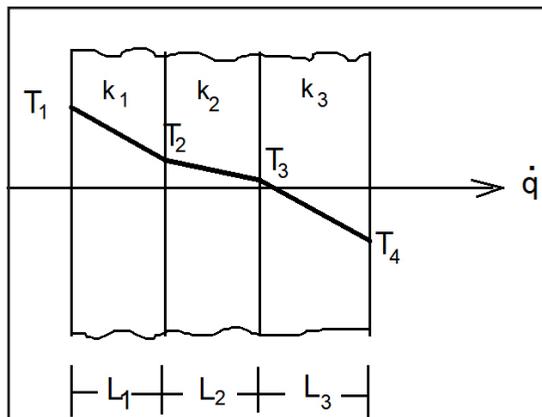
FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 21 mar. 2009.

A analogia elétrica pode ser empregada para a solução de problemas mais complexos, como em paredes compostas. As quais podem possuir uma quantidade qualquer de resistências térmicas em série e em paralelo, pela presença de camadas de diferentes materiais.

3.2. ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM SÉRIE

Consideremos um sistema de paredes planas associadas em série, com temperaturas constantes e conhecidas em ambas as extremidades. Assim, haverá um fluxo de calor contínuo no regime permanente através da parede composta. Analisaremos a transferência de calor através da parede de um forno, que pode ser composta de uma camada interna de refratário (condutividade k_1 e espessura L_1), uma camada intermediária de isolante térmico (condutividade k_2 e espessura L_2) e uma camada externa de chapa de aço (condutividade k_3 e espessura L_3). A Figura 32 ilustra o perfil de temperatura ao longo da espessura da parede composta, onde $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$.

FIGURA 32 – ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM SÉRIE



FONTE: Disponível em: www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc. Acesso em: 22 mar. 2009.

O fluxo de calor é o mesmo através de todas as seções e pode ser escrito:

$$q'' = k_1 \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{L_1} = k_2 \cdot A \cdot \frac{(T_2 - T_3)}{L_2} = k_3 \cdot A \cdot \frac{(T_3 - T_4)}{L_3} \quad (13)$$

onde A é a área da seção transversal das paredes ($A_1 = A_2 = A_3$). Como não podemos medir as temperaturas internas à parede (T_2 e T_3), a determinação da taxa de transferência através de qualquer uma das equações acima se torna difícil. Contudo, a taxa é a mesma através de todas as seções da parede.

Colocando em evidência as diferenças de temperatura em cada uma das equações acima e somando, obtemos:

$$\begin{aligned} (T_1 - T_2) &= \frac{q'' \cdot L_1}{k_1 \cdot A_1} \\ (T_2 - T_3) &= \frac{q'' \cdot L_2}{k_2 \cdot A_2} \\ (T_3 - T_4) &= \frac{q'' \cdot L_3}{k_3 \cdot A_3} \end{aligned} \quad (14)$$

$$T_1 - T_2 + T_2 - T_3 + T_3 - T_4 = \frac{q'' \cdot L_1}{k_1 \cdot A_1} + \frac{q'' \cdot L_2}{k_2 \cdot A_2} + \frac{q'' \cdot L_3}{k_3 \cdot A_3}$$

$$T_1 - T_4 = \frac{q'' \cdot L_1}{k_1 \cdot A_1} + \frac{q'' \cdot L_2}{k_2 \cdot A_2} + \frac{q'' \cdot L_3}{k_3 \cdot A_3} \quad (15)$$

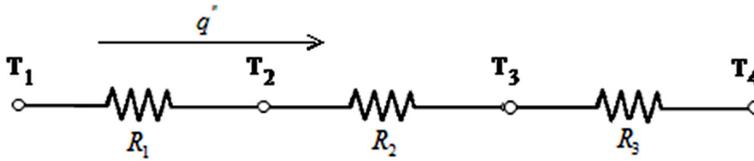
Colocando em evidência o fluxo de calor q'' ,

$$q'' = \frac{T_1 - T_4}{\frac{L_1}{k_1 \cdot A_1} + \frac{L_2}{k_2 \cdot A_2} + \frac{L_3}{k_3 \cdot A_3}} \quad (16)$$

Esta equação já pode ser resolvida, pois depende apenas das características geométricas, da condutividade do material de cada seção e das temperaturas das faces externas (T_1 e T_4).

Analisando o sistema do ponto de vista da analogia elétrica, o arranjo físico da Figura 4 poderia ser representado pela seguinte associação de resistores:

FIGURA 33 – ARRANJO FÍSICO DA FIGURA 32



FONTE: Disponível em: <www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc>. Acesso em: 22 mar. 2009.

fazendo $R_1 = \frac{L_1}{k_1 \cdot A_1}$, $R_2 = \frac{L_2}{k_2 \cdot A_2}$, $R_3 = \frac{L_3}{k_3 \cdot A_3}$ substituindo os valores das resistências térmicas em cada parede na Equação 16, obtemos o fluxo de calor pela parede do forno.

$$q'' = \frac{T_1 - T_4}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (17)$$

Portanto, para o caso geral em que temos uma associação de n paredes planas associadas em série, o fluxo de calor é dado por:

$$q'' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_{total}} \quad (18)$$

$$\text{onde } R_{total} = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

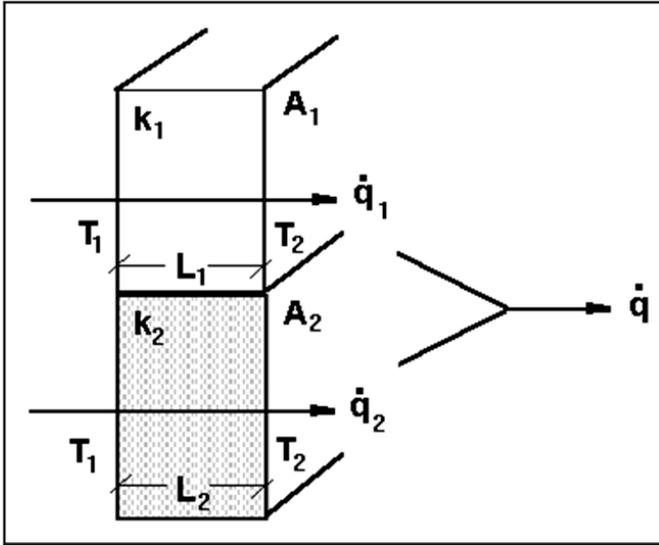
$(\Delta T)_{total}$ – é a diferença de temperatura ao longo de toda a parede (entre as duas faces mais externas da parede).

3.3 ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM PARALELO

As paredes compostas podem também ser associadas em paralelo (série-paralelo), com temperaturas constantes e conhecidas em ambas as extremidades. Também, haverá um fluxo de calor contínuo no regime permanente passando pela parede composta. Avaliaremos a transferência de calor através da parede de um forno, podendo ser composta na parte inferior de refratário especial (condutividade k_2) e parte superior de refratário comum (condutividade k_1), como representado na Figura 34. Consideremos as seguintes situações:

- Todas as paredes estão sujeitas à mesma diferença de temperatura;
- As paredes podem possuir materiais e/ou dimensões diferentes;
- O fluxo de calor total é a soma dos fluxos por cada parede individual.

FIGURA 34 – ASSOCIAÇÃO DE PAREDES PLANAS EM PARALELO



FONTE: Disponível em: <www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc>. Acesso em: 22 mar. 2009.

Obtemos o fluxo de calor que atravessa a parede composta, em cada uma das paredes planas individualmente:

$$q_1'' = \frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} \cdot (T_1 - T_2); \quad q_2'' = \frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \cdot (T_1 - T_2) \quad (19)$$

O fluxo de calor total é igual à soma dos fluxos da Equação 19.

$$q_{total}'' = q_1'' + q_2'' = \left[\frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} \cdot (T_1 - T_2) \right] + \left[\frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \cdot (T_1 - T_2) \right] = \left[\frac{k_1 \cdot A_1}{L_1} + \frac{k_2 \cdot A_2}{L_2} \right] \cdot (T_1 - T_2) \quad (20)$$

Pela definição de resistência térmica para parede plana, temos:

$$R = \frac{L}{k \cdot A} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{k \cdot A}{L} \quad (21)$$

Substituindo as Equações 20 e 21, obtemos:

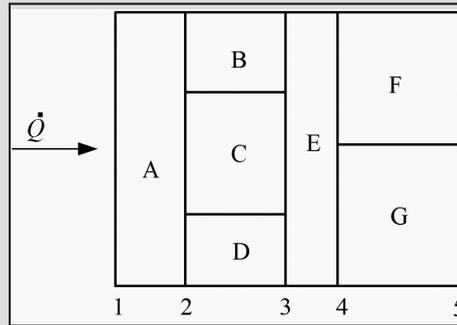
$$q'' = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \cdot (T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{R_t} \quad (22)$$

onde $\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

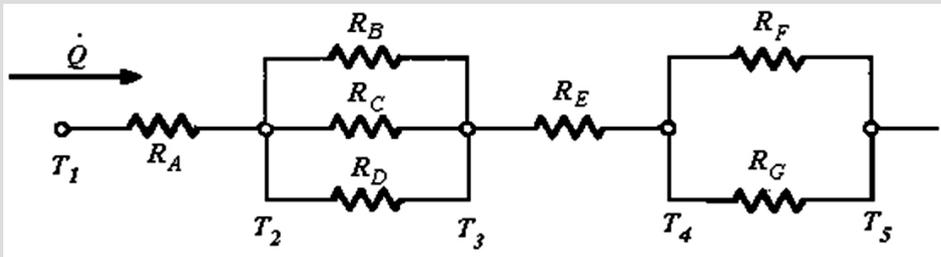
Logo, para o caso geral em que temos uma associação de n paredes planas associadas em paralelo, o fluxo de calor é dado por: $q'' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_{total}}$ (23)

$$\text{onde } \frac{1}{R_{total}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Agora observe a situação a seguir. Esta apresenta um sistema de parede composta em série e paralelo.



Se as condutividades térmicas dos materiais não forem muito diferentes entre si, pode-se assumir um fluxo de calor unidimensional. Assim, esta situação física seria representada pelo circuito de resistências a seguir:



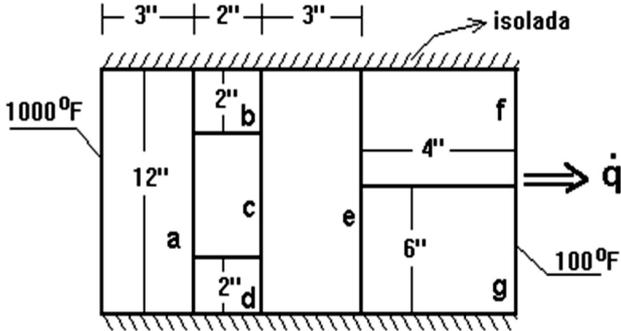
FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-R&lr=lang_pt&ei=qqu1Sf frDJsTjm QenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-R&lr=lang_pt&ei=qqu1Sf frDJsTjm QenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 22 mar. 2009.

Em um conjunto de elementos em paralelo, mesmo tendo-se transferência de calor bidimensional, geralmente é aceitável adotar condições unidimensionais. Nestas condições, admite-se que as superfícies paralelas à direção x são isotérmicas. Porém, à medida que a diferença entre as condutividades térmicas das paredes ($k_1 - k_2$) aumenta, os efeitos bidimensionais tornam-se cada vez mais importantes.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

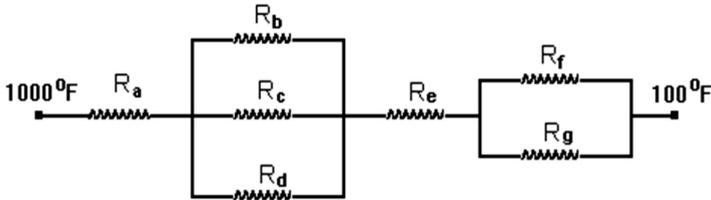
Calcular o fluxo de calor na parede composta a seguir:



Onde:

material	a	b	c	d	e	f	g
k (Btu/h.ft.°F)	100	40	10	60	30	40	20

Usando a analogia elétrica, o circuito equivalente à parede composta temos:



Para uma área unitária de transferência de calor ($A = 1 \text{ ft}^2$), as resistências térmicas de cada parede individual são:

$$R_a = \frac{3/12 \text{ (ft)}}{100 \left(\frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot \text{°F}} \right) \times 1 \text{ (ft}^2\text{)}} = 0,0025 \text{ h} \cdot \text{°F} / \text{Btu}$$

$$R_b = \frac{2/12}{40 \times 2/12} = 1/40 \text{ h} \cdot \text{°F} / \text{Btu}$$

$$R_c = \frac{2/12}{10 \times 8/12} = 1/40 \text{ h} \cdot \text{°F} / \text{Btu}$$

$$R_d = \frac{2/12}{60 \times 2/12} = 1/60 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_e = \frac{3/12}{30 \times 1} = 0,00833 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_f = \frac{4/12}{40 \times 6/12} = 1/60 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_g = \frac{4/12}{20 \times 6/12} = 1/30 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Para os circuitos paralelos:

$$1/R_{bcd} = 1/R_b + 1/R_c + 1/R_d = 40 + 40 + 60 = 140 \Rightarrow R_{bcd} = 0,00714 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

$$1/R_{fg} = 1/R_f + 1/R_g = 60 + 30 = 90 \Rightarrow R_{fg} = 0,01114 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

Para os circuitos em série:

$$R_t = R_a + R_{bcd} + R_e + R_{fg} = 0,0025 + 0,00714 + 0,00833 + 0,0111 = 0,02907 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}$$

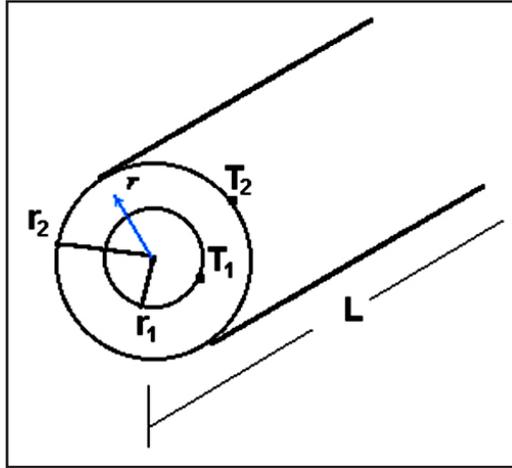
$$\text{Portanto, } q'' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_t} = \frac{(1000 - 100)^\circ\text{F}}{0,02907 \text{ h.}^\circ\text{F/Btu}} = 30960 \text{ Btu/h}$$

FONTE: Disponível em: <http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>.
Acesso em: 22 de mar 2009.

4 CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE PAREDES CILÍNDRICAS

Consideremos um cilindro vazado de raio interno r_1 , raio externo r_2 e comprimento L , como mostrado na Figura 35, e submetido a um diferencial de temperatura entre a superfície interna e a superfície externa. Se a temperatura da superfície interna for constante e igual a T_1 , enquanto que a temperatura da superfície externa se mantém constante e igual a T_2 , teremos uma transferência de calor por condução no regime permanente na direção radial.

FIGURA 35 – FLUXO DE CALOR QUE ATRAVESSA A PAREDE CILÍNDRICA



FONTE: Disponível em: <www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc>. Acesso em: 22 mar. 2009.

Para calcular a taxa de transferência de calor que atravessa a parede cilíndrica, utilizaremos mais uma vez a Lei de Fourier (Equação 2). Neste caso, a área da seção através da qual flui o calor varia continuamente com o raio. Logo,

$$q'' = -k.A \frac{dT}{dr} \quad (2)$$

onde $\frac{dT}{dr}$ é o gradiente de temperatura na direção radial.

Para configurações cilíndricas, a área é uma função do raio,

$$A = 2.\pi.r.L \quad (24)$$

onde r é uma variável e $r_1 \leq r \leq r_2$,

$$\text{temos que } q'' = -k.(2.\pi.r.L).\frac{dT}{dr}. \quad (25)$$

Separando as variáveis e integrando entre T_1 em r_1 e T_2 em r_2 , conforme Figura 7, chegamos a:

$$\int_{r_1}^{r_2} q'' \cdot \frac{dr}{r} = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot dT$$

$$q'' \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = - k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$q'' \cdot \left(\ln r \Big|_{r_1}^{r_2} \right) = - k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \left(T \Big|_{T_1}^{T_2} \right)$$

$$q'' \cdot [\ln r_2 - \ln r_1] = - k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_2 - T_1)$$

$$q'' \cdot \left[\ln \frac{r_2}{r_1} \right] = k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_1 - T_2) \quad (26)$$

O fluxo de calor através de uma parede cilíndrica será:

$$q'' = \frac{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (T_1 - T_2)}{\left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (27)$$

onde a notação \ln significa o logaritmo natural da razão $\left(\frac{r_2}{r_1} \right)$.

O conceito de resistência térmica pode ser usado para paredes cilíndricas compostas, da mesma forma que para paredes planas. Devido à analogia com a eletricidade, um fluxo de calor na parede cilíndrica também pode ser representado por:

$$q'' = \frac{\Delta T}{R}$$

Onde ΔT - é o potencial térmico e R - é a resistência térmica da parede.

Então, para a parede cilíndrica, obtemos:

$$q'' = \frac{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \Delta T}{\left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right)} = \frac{\Delta T}{R} \quad (28)$$

Simplificando o ΔT na Equação (28), obtemos a resistência térmica de uma parede cilíndrica:

$$R = \frac{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} \quad (29)$$

Para o caso geral em que temos uma associação de n paredes cilíndricas em paralelo, por analogia com paredes planas, o fluxo de calor é dado por:

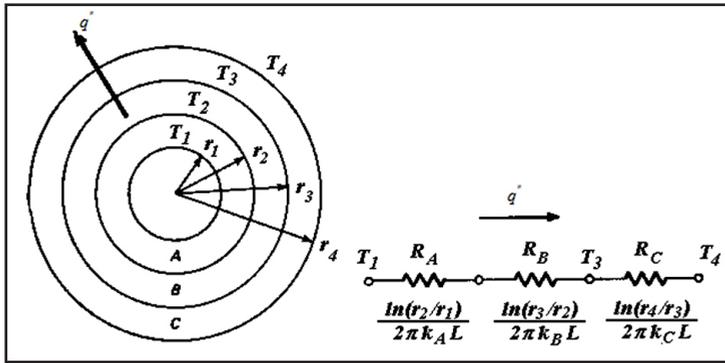
$$q'' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_{total}} \quad (30)$$

onde $R_{total} = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

Para o sistema de três camadas apresentado na Figura 36, a solução é dada pela Equação (23):

$$q'' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_{total}} \quad (23)$$

FIGURA 36 – FLUXO DE CALOR EM SISTEMA DE TRÊS CAMADAS



FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1Sf rDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+1+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1Sf rDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+1+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>. Acesso em: 22 mar. 2009.

$$q'' = \frac{\Delta T_{total}}{R_{total}} = \frac{(T_1 - T_4)}{R_A + R_B + R_C}$$

Onde:

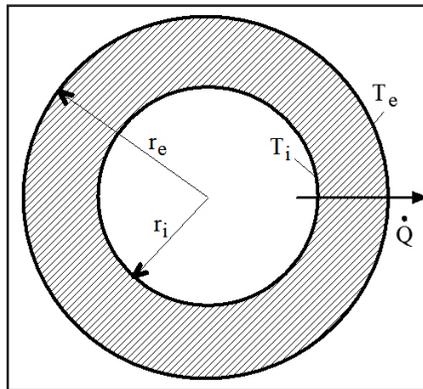
$$R_A = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k_A \cdot L} \quad R_B = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k_B \cdot L} \quad R_C = \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k_C \cdot L}$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um tubo de aço carbono ($k = 60,5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) de 10 cm de diâmetro externo e 2 cm de espessura conduz vapor de água superaquecido. Se a temperatura da parede interna do tubo é mantida a $200 \text{ }^\circ\text{C}$ e a superfície externa encontra-se a $20 \text{ }^\circ\text{C}$, calcule a perda de calor por metro de comprimento de tubo.

Dados: A situação física é demonstrada pela Figura a seguir:



$$\begin{aligned}
 t &= 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m} \\
 D_e &= 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \quad L = 1 \text{ m} \\
 k &= 60,5 \text{ W/m}^\circ\text{C} \\
 T_i &= 200 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_e = 20 \text{ }^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

Sabe-se que

$$\bullet \ r_e = \frac{D_e}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ m} \quad \bullet \ r_i = r_e - t = 0,05 - 0,02 = 0,03 \text{ m}.$$

Solução: Podemos aplicar a equação do fluxo de calor através de uma parede cilíndrica, Equação 27:

$$\begin{aligned}
 \dot{q} &= \frac{2\pi \cdot k \cdot L \cdot (T_i - T_e)}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} = \frac{2 \times \pi \times 60,5 \times 1 \times (200 - 20)}{\ln\left(\frac{0,05}{0,03}\right)} \\
 \dot{q} &= \frac{380,13 \times (180)}{\ln(1,667)} = \frac{68423,4}{0,511} = 133894,3 \text{ W} = 133,9 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

Ou seja, 133,9 kW de calor estarão sendo transferidos para o ambiente, a cada metro de tubo. Observe que a perda de calor é significativa. De fato, sempre que temos a situação física acima (tubo de aço conduzindo vapor de água) é utilizado isolamento térmico para se reduzir esta perda.

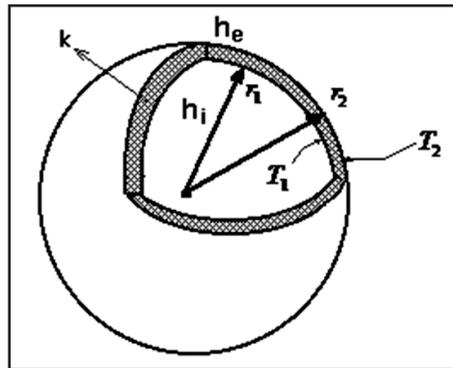
FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 22 mar. 2009.

5 CONDUÇÃO DE CALOR ATRAVÉS DE UMA CONFIGURAÇÃO ESFÉRICA

Na indústria, é muito frequente a utilização de configurações esféricas na armazenagem de fluidos em baixa temperatura. Devido a uma maior relação volume/superfície da esfera, os fluxos de calor são minimizados.

Consideremos uma esfera oca submetida a uma diferença de temperatura entre a superfície interna e a superfície externa, como mostrada na Figura 37. Se a temperatura da superfície interna for constante e igual a T_1 , enquanto que a temperatura da superfície externa se mantém constante e igual a T_2 , teremos uma transferência de calor por condução no regime permanente. Analisaremos como exemplo, a transferência de calor em um reservatório esférico de raio r que contém um fluido em alta temperatura:

FIGURA 37 – CONDUÇÃO DE CALOR EM UMA ESFERA OCA



FONTE: Disponível em: <www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc>. Acesso em: 22 mar. 2009.

O fluxo de calor que atravessa a parede esférica poder ser obtido através da equação de Fourier, ou seja: $q'' = -k.A.\frac{dT}{dr}$ (31)

onde $\frac{dT}{dr}$ – é o gradiente de temperatura na direção radial.

Para configurações cilíndricas a área é uma função do raio:

$$A = 4.\pi.r^2 \quad (32)$$

onde r é uma variável e $r_1 \leq r \leq r_2$.

Levando a Equação 32 na Equação 31, obtemos:

$$q'' = -k.(4.\pi.r^2).\frac{dT}{dr} \quad (33)$$

Fazendo a separação de variáveis e integrando entre T_1 em r_1 e T_2 em r_2 , conforme mostrado na Figura 37 chega-se a:

$$\int_{r_1}^{r_2} q'' \cdot \frac{dr}{r^2} = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot 4 \cdot \pi \cdot dT$$

$$q'' \int_{r_1}^{r_2} r^{-2} \cdot dr = - 4 \cdot k \cdot \pi \cdot \int_{T_1}^{T_2} \cdot dT$$

$$q'' \left(-r^{-1} \Big|_{r_1}^{r_2} \right) = -4 \cdot k \cdot \pi \left(T \Big|_{T_1}^{T_2} \right)$$

$$q'' \left[-\frac{1}{r_1} - \left(-\frac{1}{r_2} \right) \right] = -4 \cdot k \cdot \pi (T_2 - T_1)$$

$$q'' \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] = 4 \cdot k \cdot \pi (T_1 - T_2) \quad (34)$$

O fluxo de calor através de uma parede esférica será:

$$q'' = \frac{4 \cdot k \cdot \pi}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \cdot (T_1 - T_2) \quad (35)$$

O conceito de **resistência térmica** também pode ser aplicado à parede esférica. Devido à analogia com a eletricidade, um fluxo de calor na parede esférica também pode ser representado como: $q'' = \frac{\Delta T}{R}$,

onde ΔT - é o potencial térmico e R - é a resistência térmica da parede.

Então, para a parede esférica, obtemos:

$$q'' = \frac{4 \cdot k \cdot \pi}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \cdot \Delta T = \frac{\Delta T}{R} \quad (36)$$

Eliminado o ΔT na Equação 36, obtemos a resistência térmica de uma parede esférica:

$$R = \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}{4 \cdot k \cdot \pi} \quad (37)$$

Para o caso geral em que temos n paredes esféricas associadas em série, por analogia com paredes planas, o fluxo de calor é dado por:

$$q'' = \frac{(\Delta T)_{total}}{R_{total}}, \quad (38)$$

Onde:

$$R_{total} = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

RESUMO DO TÓPICO 2

Caro(a) acadêmico(a)! Neste segundo tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- A transferência de calor por condução que é a forma de transmissão de calor sem transporte de massa.
- A condução de calor unidimensional em regime permanente através de sistemas simples, em que a temperatura e o fluxo de calor são funções de uma única coordenada.
- A lei de Fourier para resolver diversos problemas como: parede plana, composta, em série, em paralelo, paredes cilíndricas e configurações esféricas. Ela permite quantificar a transmissão de calor entre os extremos de materiais em regime permanente, em função das dimensões, características do material e das temperaturas nos seus extremos.
- Condutividade térmica dos materiais, sendo a propriedade que indica o poder em conduzir calor através de si mesmo. Como o calor se difunde através de um material pela sua difusividade térmica que depende da velocidade de condução da energia térmica no interior do material e da capacidade térmica volumétrica.
- A resistência elétrica e a resistência térmica possuem grandezas análogas (obedecem a equações e propriedades semelhantes) e representam à dimensão na direção da corrente. A condutividade elétrica e a condutividade térmica são grandezas que dependem, fundamentalmente, da natureza do material e da temperatura. Com isso, bons isolantes elétricos são bons isolantes térmicos.



Caro(a) acadêmico(a), como autoavaliação do Tópico 02, resolva as questões a seguir:

- 1 (<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>) Um equipamento condicionador de ar deve manter uma sala de 15 m de comprimento, 6 m de largura e 3 m de altura a 22 °C. As paredes da sala, de 25 cm de espessura, são feitas de tijolos com condutividade térmica de 0,14 Kcal/h.m.°C e a área das janelas podem ser considerada desprezível. A face externa das paredes pode estar até a 40 °C em um dia de verão. Desprezando a troca de calor pelo piso e pelo teto, que estão bem isolados, pede-se o calor a ser extraído da sala pelo condicionador (em HP).

Dado: 1 HP = 641,2 Kcal/h.

- 2 (<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>) As superfícies internas de um grande edifício são mantidas a 20 °C, enquanto que a temperatura na superfície externa é -20 °C. As paredes medem 25 cm de espessura, e foram construídas com tijolos de condutividade térmica de 0,6 kcal/h m °C.

Calcular a perda de calor para cada metro quadrado de superfície por hora.

Sabendo-se que a área total do edifício é 1000 m² e que o poder calorífico do carvão é de 5500 kcal/kg, determinar a quantidade de carvão a ser utilizada em um sistema de aquecimento durante um período de 10 h. Supor o rendimento do sistema de aquecimento igual a 50%.

- 3 O equipamento chamado “placa quente protegida” é utilizado para medir a condutividade térmica de materiais isolantes, baseado na Lei de Fourier. Neste equipamento, são medidas a espessura (L) da amostra, a área superficial da amostra (A), a diferença de temperatura entre um lado e outro da placa (ΔT), a potência elétrica dissipada pela placa quente (q''). Suponha que uma amostra de um material (um determinado tipo de argamassa), de 50 cm por 50 cm e 15 cm de espessura esteja sendo testada e tenha fornecido um ΔT de 45,5 °C para uma potência dissipada de 25 W. Qual a condutividade térmica do material sendo testado?
- 4 (INCROPERA, 2007) Um tambor metálico esférico de parede delgada é utilizado para armazenar nitrogênio líquido a 77 K. O tambor tem um diâmetro de 0,5 m e é coberto com um isolamento reflectivo composto de pó de sílica (com vácuo). A espessura do isolamento é 25 mm, e a sua superfície externa encontra-se exposta ao ar ambiente a 300 K. O coeficiente de convecção é dado por 20 W / m² K. O calor latente de vaporização e a massa específica do nitrogênio líquido são 2×10^5 J / kg e 804 kg / m³, respectivamente.

Qual a taxa de transferência de calor para o nitrogênio líquido?

Qual a taxa de evaporação do líquido?

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

1 INTRODUÇÃO

A transferência de calor por convecção ocorre no contato entre um fluido (líquido ou gás), em movimento molecular aleatório ou pelo movimento global do fluido e uma superfície, quando os dois se encontram em temperaturas diferentes.

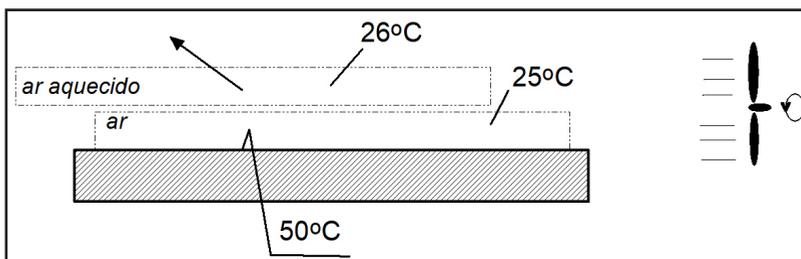
A transferência por convecção pode ser classificada de acordo com a natureza do escoamento do fluido. Chamamos de convecção forçada quando o movimento do fluido é causado por meios externos e convecção natural quando o movimento do fluido é originado a partir de diferenças de densidade causadas por variações na temperatura do fluido.

Neste tópico estudaremos os mecanismos físicos que fundamentam a transferência de calor por convecção.

2 LEI BÁSICA PARA CONVECÇÃO

Suponhamos que a massa de ar na Figura 38 estivesse fixada à placa. A tendência seria que esse ar se aquecesse e a placa esfriasse, até chegarem ao equilíbrio térmico. Contudo, como o ar está em movimento, o ar que foi aquecido pelo contato com a placa será deslocado e substituído pelo ar ambiente. Sempre haverá ar ambiente (frio) em contato com a placa.

FIGURA 38 – REPRESENTAÇÃO DE UMA PLACA AQUECIDA COM FLUXO AR PASSADO SOBRE A PLACA



FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=langpt&ei=qqu1Sf frDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80NCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=langpt&ei=qqu1Sf frDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80NCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>.
Acesso em: 23 de mar. 2009.

Com isso, podemos concluir que a quantidade de calor que pode ser retirada da placa é bem maior quando o ar está em movimento. Definimos então que a transmissão de calor por convecção é feita por intermédio de um fluido em movimento, que pode ser um líquido ou gás e pode ser calculado através da relação proposta por Isaac Newton:

$$q'' = h \cdot A \cdot \Delta T, \quad (1)$$

Onde:

q'' – fluxo de calor transferido por convecção (W/m^2);

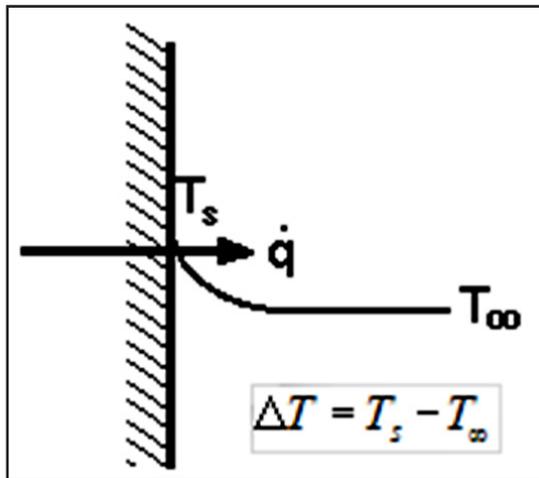
A – área de transferência de calor (m^2);

ΔT – diferença de temperatura entre a superfície (T_s) e a do fluido em um local afastado da superfície (T_∞) ($^\circ C$);

h – coeficiente de transferência de calor por convecção ou coeficiente de película, ($W/m^2.K$).

A Figura 39 ilustra o perfil de temperatura para um fluido escoando sobre uma superfície aquecida.

FIGURA 39 – PERFIL DE TEMPERATURA PARA UM FLUIDO ESCOANDO SOBRE UMA SUPERFÍCIE AQUECIDA



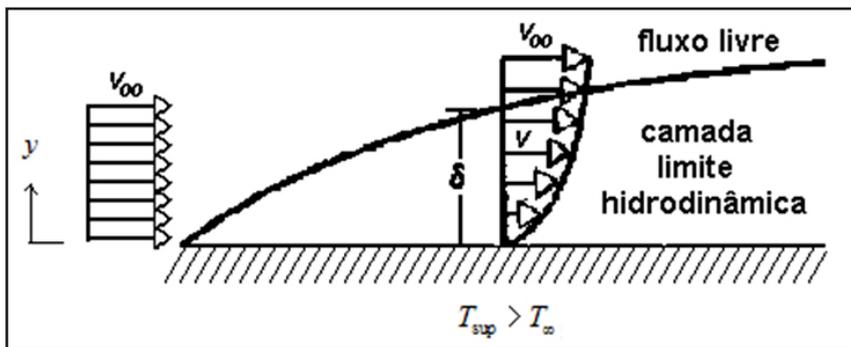
FONTE: Disponível em: <<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>>. Acesso em: 23 mar. 2009.

3 CAMADA LIMITE

Quando um fluido escoar ao longo de uma superfície, seja o escoamento em regime laminar ou turbulento, as partículas na vizinhança da superfície são desaceleradas em virtude das forças viscosas. A porção de fluido contida na região cuja velocidade varia de zero (em $y = 0$) até um valor V_∞ associado ao escoamento do fluido é denominada de camada limite hidrodinâmica.

Se, no escoamento de um fluido ao longo de uma superfície, existe uma diferença de temperatura que varia de T_{sup} ($y = 0$) até T_∞ entre o fluido e a superfície, o fluido contido na região de variação substancial de temperatura é chamado de camada limite térmica, que pode ser menor, igual ou maior que a camada limite hidrodinâmica. A Figura 40 apresenta o desenvolvimento da camada limite de velocidade sob uma placa plana.

FIGURA 40 – DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LIMITE DE VELOCIDADE SOB UMA PLACA PLANA



FONTE: Disponível em: <<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>>. Acesso em: 27 de mar 2009.

4 O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO

A equação de Newton não apresenta as dificuldades envolvidas no estudo da convecção, apenas auxilia como uma definição do coeficiente de transferência de calor por convecção (h).

$$h = \frac{q}{A \cdot T\Delta} \quad (2)$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção (h) é uma função complexa do movimento (escoamento) do fluido, das propriedades físicas do meio fluido e da geometria do sistema. Seu valor numérico normalmente não é uniforme sobre a superfície. Por isto, utiliza-se um valor médio para a superfície. Série de variáveis relacionadas ao coeficiente (h):

- Geometria do sistema:

D – é a dimensão que determina o fenômeno da convecção. Ex.: diâmetro de um tubo, altura de uma placa.

Propriedades Físicas do Fluido ($\mu, \rho, c_p, k, \delta$):

μ – viscosidade dinâmica do fluido;

ρ – densidade do fluido;

c_p – calor específico do fluido;

k – condutividade térmica do fluido;

δ – coeficiente de expansão volumétrica.

Estado de Movimento do Fluido ($V, g, \Delta T$):

V – velocidade do fluido;

g – aceleração da gravidade;

ΔT – diferença de temperatura entre a superfície e o fluido.

Temos, então, h como uma função do tipo:

$$h = f(D, \mu, \rho, c_p, k, \delta, V, g, \Delta T) \quad (3)$$

Estes parâmetros expressos em uma única fórmula tornam-se muito complexos. O estudo foi separado em casos particulares, em que são obtidas equações empíricas, cujo coeficiente de transferência de calor por convecção é calculado a partir de equações empíricas obtidas correlacionando-se os dados experimentais com o auxílio da análise dimensional.

5 CONVECÇÃO FORÇADA

Na convecção forçada, o escoamento do fluido é mantido pela ação de meios externos, como ventiladores ou sopradores, com o objetivo de uma troca de calor maior (isto é, um maior coeficiente de convecção) do que a troca na convecção livre.

Para Convecção Forçada em interior de tubos, temos o balanço de calor:

$$q'' = m \cdot c_p \cdot (T_p - T_m) \quad (4)$$

Onde:

q'' – calor transmitido, por unidade de tempo, ao fluido.

m – vazão mássica

c_p – calor específico à pressão constante

T_p – temperatura da parede

T_m – temperatura de mistura, definida por $\Rightarrow T_m = \frac{T_s + T_\infty}{2}$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

A superfície de uma placa de aço de 8m^2 é mantida a uma temperatura de $150\text{ }^\circ\text{C}$. Uma corrente de ar é soprada por um ventilador e passa por sobre a superfície da placa. O ar se encontra a uma temperatura de $25\text{ }^\circ\text{C}$. Calcular a taxa de transferência de calor trocado por convecção, entre a placa e o ar, considerando um coeficiente de troca de calor por convecção de $150\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$.

Dados: $T_p = 150\text{ }^\circ\text{C}$, $T_\infty = 25\text{ }^\circ\text{C}$, $A = 8\text{m}^2$ $h = 150\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

Solução: Aplicando-se a equação da transferência de calor por convecção:

$$q'' = h \cdot A \cdot (T_p - T_\infty) = 150 \times 8 \times (150 - 25) = 375000\text{ W}$$

Ou seja, 375 kW estarão sendo transferidos da placa para o fluido.

FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80NCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80NCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 28 mar. 2009.

5.1 CORRELAÇÕES EMPÍRICAS

A equação de Dittus Boelter é uma das correlações para transferência de calor no interior de tubos com a temperatura da parede constante.

$$Nu = f(Re, Pr) \Rightarrow Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n$$

Nu – é função do número de Reynolds (Re) e do número de Prandtl (Pr):

$$n = \begin{cases} 0,3 & p \text{ fluido esfriando} \\ 0,4 & p \text{ fluido aquecendo} \end{cases}$$

Onde:

$$Nu = \frac{h \cdot D}{k} \Rightarrow \text{Número de Nusselt}$$

- Relaciona calor transmitido por convecção e por condução no fluido em contato próximo com a superfície e o gradiente de temperatura de referência.

$$Re = \frac{D \cdot V \cdot \rho}{\mu} \Rightarrow \text{Número de Reynolds}$$

- Relaciona o escoamento, com o movimento do fluido. É a medida da relação entre o efeito de inércia e o efeito viscoso e também da possibilidade de desenvolvimento de turbulência.

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{k} \Rightarrow \text{Número de Prandtl}$$

- Relaciona as propriedades do fluido. A quantidade de movimento em relação ao calor transmitido por condução. É o parâmetro que relaciona as espessuras relativas das camadas limite hidrodinâmica e térmica.

Esta correlação é recomendada para $Re > 10.000$. As propriedades físicas são determinadas na temperatura de mistura.



O parâmetro que indica o regime de escoamento é o número de Reynolds Re . Em geral, são adotados os critérios a seguir:

QUADRO 10 – REGIME DE ESCOAMENTO

Escoamento	Tubo cilíndrico (direção longitudinal)	Tubo retangular (escoamento interno)	Placa plana (escoamento superior)
Laminar	$0 < Re \leq 2320$	$0 < Re \leq 350$	$0 < Re \leq 400000$
Transitório	$2320 < Re \leq 10000$		$400000 < Re \leq 600000$
Turbulento	$10000 < Re$	$350 < Re$	$600000 < Re$

FONTE: Disponível em: <http://www.mspc.eng.br/termo/trc_convect_110.shtml>. Acesso em: 28 mar. 2009.

Outra equação largamente usada é devida a Sieder e Tate, e considera as grandes variações de viscosidade que ocorrem da parede até o seio do fluido.

$$Nu = 0,027 Re^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14} \quad (5)$$

Com validade para $Re \geq 10.000$.

Todas as propriedades são válidas em T_m , exceto μ_s (viscosidade na superfície), que é determinada na temperatura da parede.

Para escoamento laminar, Sieder e Tate recomendam:

$$Nu = 1,86 \left(\text{RePr} \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{u}{u_s} \right)^{0,14} \quad (6)$$

FONTE: SOUZA, José Antonio Ribeiro de. **Transferência de Calor e Recuperação de Energia na Indústria Têxtil**. SENAI/UFSC, 1999.

6 CONVECÇÃO NATURAL

Na convecção natural, a movimentação do fluido se dá por meios naturais, ou seja, pelo próprio aquecimento do fluido.

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

Nu – é função do número de Grashof (Gr) e do número de Prandtl (Pr),

onde: $Gr = \frac{L^3 \delta g T \Delta}{\nu^2} \Rightarrow$ Número de Grashof

Indica relações entre forças de empuxo e forças de viscosidade.

L – Comprimento ou altura da placa

ν – Viscosidade cinemática $\Rightarrow \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \left(\frac{m^2}{s} \right)$

$$Ra = Gr Pr = \frac{L^3 \delta g T \Delta}{\nu \alpha} \Rightarrow \text{Número de Rayleigh}$$

6.1 CORRELAÇÕES EMPÍRICAS - TEMPERATURA DA PAREDE CONSTANTE

6.1.1 Placa vertical

Correlação de Churchill e Chu:

$$Nu = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (7)$$

Válida para qualquer valor de Ra .

6.1.2 Cilindro vertical

A correlação anterior pode ser usada para um cilindro de altura L , e corresponde à condição: $\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr^{1/4}}$

6.1.3 Placa horizontal

$L = \frac{A_s}{P}$ onde L – comprimento, A_s – área da placa e P – perímetro

Para uma placa em posição horizontal e com fluxo ascendente ($T_s > T_\infty$),

$$Nu = 0,54 Ra^{1/4} \quad 10^4 \leq Ra \leq 10^7$$

$$Nu = 0,15 Ra^{1/3} \quad 10^7 \leq Ra \leq 10^{11}$$

Para uma placa em posição horizontal e com fluxo descendente ($T_s < T_\infty$),

$$Nu = 0,27 Ra^{1/4} \quad 10^5 \leq Ra \leq 10^{10}$$

6.1.4 Cilindro horizontal

De acordo com Incropera (2007, p. 365), “para um cilindro isotérmico, Morgan sugere uma expressão do tipo $\bar{Nu}_D = \frac{h\bar{D}}{k} = C Ra_D^n$

Onde C e n são dadas na Tabela 1 e \bar{Nu}_D e Ra_D são baseados no diâmetro do cilindro. Ao contrário, Churchill e Chu recomendam uma única correlação para uma ampla faixa do número de Rayleigh:

$$Nu = \left\{ 0,60 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{1/6} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad 10^{-5} \leq Ra \leq 10^{12}$$

onde L (comprimento) é substituído por D (diâmetro)”.

TABELA 1 – CONSTANTES PARA CONVECÇÃO LIVRE SOBRE UM CILINDRO CIRCULAR HORIZONTAL.

Ra_D	C	n
$10^{-10} - 10^{-2}$	0,675	0,058
$10^{-2} - 10^2$	1,02	0,148
$10^2 - 10^4$	0,850	0,188
$10^4 - 10^7$	0,480	0,250
$10^7 - 10^{12}$	0,125	0,333

FONTE: Incropera et al. (2007, p. 366)

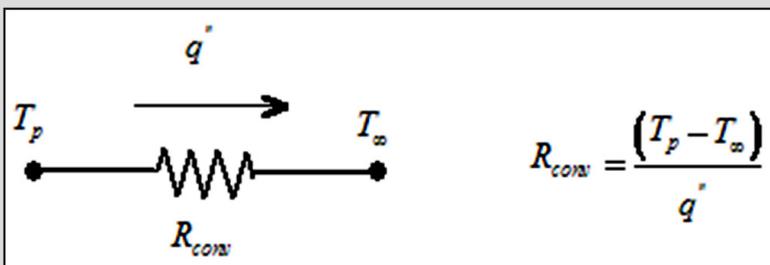
Nas correlações apresentadas, as propriedades físicas são analisadas na temperatura de transferência, definida como, $T_m = \frac{T_s + T_\infty}{2}$.



Caro (a) acadêmico (a), sugiro que você verifique o resumo das correlações empíricas de convecção livre para geometrias imersas, no livro INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. São Paulo: LTC, 2007, p. 367.

7 A RESISTÊNCIA TÉRMICA DE CONVECÇÃO

Faremos uma analogia similar à realizada com a equação da condução do calor. Podemos definir uma resistência térmica conectiva



$$\text{como } q'' = h \cdot A \cdot (T_p - T_\infty) \quad \rightarrow \quad \frac{(T_p - T_\infty)}{q''} = \frac{1}{h \cdot A}$$

Assim, $R_{conv} = \frac{1}{h.A}$

Observe que quanto maior o coeficiente de transferência de calor por convecção, bem como quanto maior for a área de troca, teremos uma menor resistência térmica, ou, em outras palavras, uma maior facilidade para haver troca de calor.

Dessa maneira, a resistência térmica conectiva pode ser associada à resistência térmica condutiva.

FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 28 mar 2009.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Para um fluido escoando dentro de um duto de diâmetro D, o número de Nusselt é dado por $Nu = 0,023.Re^{0,8}.Pr^{0,4}$ onde:

$$Re = \frac{D.V.\rho}{\mu}, \quad Pr = \frac{c_p.\mu}{k} \quad e \quad V = \frac{\dot{m}}{\rho_f.A}$$

Suponha que tivéssemos água a 27°C ($k = 0,614 \text{ W/m.K}$, $C_p = 4179 \text{ J/Kg} \cdot \text{K}$, $\rho = 995,8 \text{ Kg/m}^3$, $\mu = 8,6 \times 10^{-4} \text{ Kg/m.s}$) escoando por um tubo de diâmetro 50 mm, a uma taxa de a3 Kg/s. De quanto seria o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção?

Solução: Aplicando-se as definições

$$Pr = \frac{4179 \times 8,6 \times 10^{-4}}{0,614} = 5,85$$

$$V = \frac{3}{995,8 \times \left(\frac{\pi \cdot 0,05^2}{4}\right)} = 1,534 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{995,8 \times 1,534 \times 0,05}{8,6 \times 10^{-4}} = 88811,5$$

$$Nu = 0,023 \times (88811,5)^{0,8} \times (5,85)^{0,4} = 424$$

Finalmente:

$$h = \frac{0,614 \times 424}{0,05} = 5206,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Este será o coeficiente de transferência de calor por convecção entre a parede interna do duto e o fluido em escoamento, no caso, água a 27°

FONTE: Disponível em: [http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJSTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJSTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%8ANCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1). Acesso em: 28 mar 2009.

RESUMO DO TÓPICO 3

Caro(a) acadêmico(a)! Neste terceiro tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- A transferência de calor por convecção que ocorre no contato entre um fluido em movimento, podendo ser um líquido ou gás encontrado em temperaturas diferentes e calculado através da relação proposta por Isaac Newton.
- O coeficiente de transferência de calor por convecção em função do movimento do fluido, das propriedades físicas do meio fluido e da geometria do sistema.
- A convecção forçada pela ação de meios externos e a convecção natural na qual a movimentação do fluido é realizada por meios naturais e a das correlações empíricas.
- Aplicação de metodologia para determinar os tipos de escoamento, laminar ou turbulento, e estabelecer o comprimento da região de entrada através de correlações de convecção pelos parâmetros adimensionais necessários para caracterizar tais escoamentos e o cálculo das taxas de transferência de calor. Utiliza-se, para isso, a relação de correlações empíricas.



Caro (a) acadêmico (a)! Para melhor entendimento deste do tópico, resolva as questões a seguir:

- 1 Um determinado fluido escoar através de um tubo de 20 cm de diâmetro interno. O fluido se encontra a uma temperatura de 50°C. A temperatura da superfície interna do tubo pode ser determinada, e é de 25°C. Considerando um coeficiente de transferência de calor por convecção de 2000 W/m² K, calcule a taxa de transferência de calor por metro de comprimento linear de tubo.
- 2 Um prédio metálico recebe, no verão, uma brisa leve. Um fluxo de energia solar total de 450W/m² incide sobre a parede externa. Destes, 100W/m² são absorvidos pela parede, sendo o restante dissipado para o ambiente por convecção. O ar ambiente, a 27°C, escoar pela parede a uma velocidade tal que o coeficiente de transferência de calor é estimado em 50W/m² K. Estime a temperatura da parede.
- 3 (<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>) Em uma placa plana de 150 X 100 mm, eletricamente aquecida, a máxima temperatura permissível no centro da placa é 135°C. Para este caso específico, o número de Grashof é $2,2 \times 10^7$ e o número de Prandtl é 0,7. Sabendo que a equação empírica, obtida com o auxílio da análise dimensional, que descreve a convecção natural (regime laminar) em uma placa plana é dada pela equação:

$$Nu = 0,555 \times Gr^{1/4} \times Pr^{1/4} \quad \text{onde, } Nu = \frac{h \cdot L}{k}$$

Calcular o fluxo de calor transferido por convecção, por ambos os lados da placa, para o ar atmosférico a 25°C ($k_{ar} = 0,026 \text{ Kcal/h.m.}^\circ\text{C}$).

- 4 (INCROPERA, 2007) Uma tela de vidro protetora de lareiras, utilizada para reduzir a saída do ar ambiente através de uma chaminé, tem uma altura de 0,71 m e largura de 1,02 m e alcança uma temperatura de 232°C. Se o ar se encontra a 23°C, estime a taxa de calor por convecção da lareira para o ambiente.

TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

1 INTRODUÇÃO

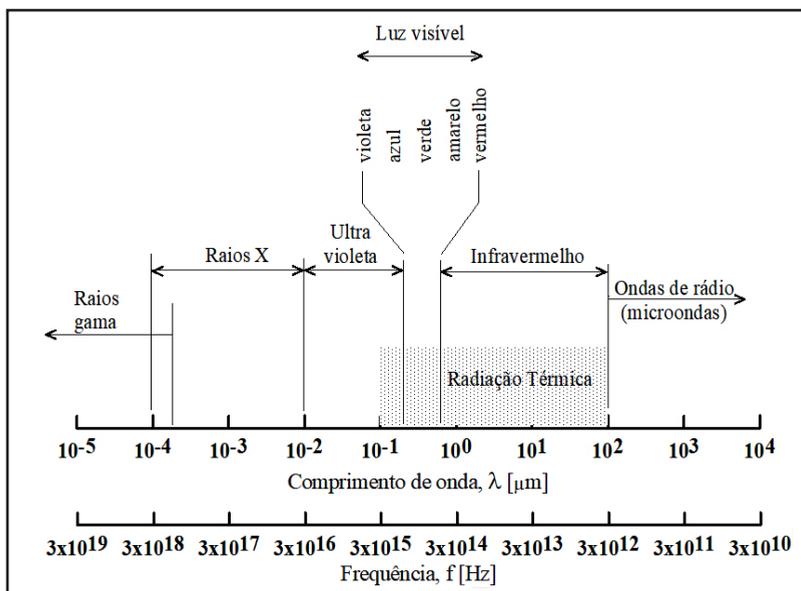
A radiação térmica é o processo no qual o calor é transferido de um corpo sem o auxílio de um meio material para a colisão de partículas ou transferência de massa. É a radiação eletromagnética emitida pela matéria em função de sua temperatura. Todo material sólido ou fluido emite uma radiação de calor de acordo com a temperatura da superfície. É utilizada em processos de aquecimento, resfriamento, secagem e conversão de energia.

Neste tópico, iremos tratar das características da radiação térmica e da transmissão de calor pela radiação.

2 FUNDAMENTOS FÍSICOS

As ondas eletromagnéticas (fótons) são uma manifestação de transmissão de energia. A radiação não necessita da presença de um meio material. A transferência de calor por radiação é mais eficiente no vácuo. Na Figura 41, estão relacionados os comprimentos de vários tipos de ondas.

FIGURA 41 – ESPECTRO DA RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA



FONTE: Disponível em: <[http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80NCIA+DE+CALOR+\(TCL\)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&lr=lang_pt&ei=qqu1SfrDJsTjmQenhcHnBQ&sa=X&oi=spell&resnum=0&ct=result&cd=1&q=TRANSFER%C3%80NCIA+DE+CALOR+(TCL)+Volume+I+Prof.+Carlos+Boabaid+Neto&spell=1)>.
Acesso em: 28 mar 2009.

De acordo com Incropera (2007 p. 461), “[...] para a propagação da radiação em um meio particular, as duas propriedades são relacionadas por:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad \nu, \quad (1)$$

onde c é a velocidade da luz no meio e ν é a frequência da onda. Para a propagação no vácuo, $c_0 = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$. A unidade de comprimento de onda é normalmente o micrôn $1\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ ”.

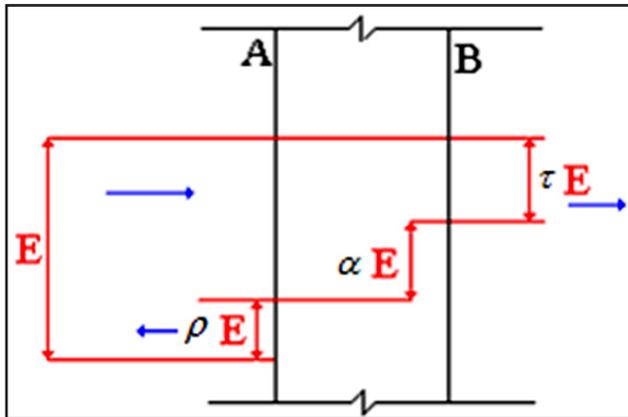
Os comprimentos de onda pequenos são muito energéticas, utilizadas em física e energia nuclear. As ondas de grande comprimento (são menos energéticas), como as ondas de rádio, são empregadas na engenharia eletrônica, para transmissão de rádio, TV e comunicação via satélite.

Pela Figura 41, observamos a porção intermediária do espectro, que vai de aproximadamente 0,1 a 100 μ

3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS EM RELAÇÃO À RADIAÇÃO

Todo corpo à temperatura acima do zero absoluto, por menor que seja, emite radiação térmica. De acordo com o site <http://www2.unijui.tche.br/~martinelli/tc.htm>, “[...] seja a Figura 42 uma parede de espessura unitária sobre a qual incide uma energia radiante E na face **A**. Uma parte dessa energia é refletida, uma parte absorvida e o restante sai através da superfície **B**. Se designamos com ρ , α , τ respectivamente os coeficientes de reflexão, absorção e transparência (transmissividade):

FIGURA 42 – PAREDE RECEBENDO ENERGIA RADIANTE



FONTE: Disponível em: <<http://www2.unijui.tche.br/~martinelli/tc.htm>>. Acesso em: 28 mar. 2009.

Podemos escrever:

$$\rho + \alpha + \tau = 1 \quad (2)$$

A refletividade, absortividade e a transmissividade são propriedades térmicas dos materiais.

Muitos corpos sólidos não transmitem radiação térmica e, para muitos problemas aplicados, a transmissividade pode ser considerada igual a zero, $\tau = 0$. Assim",

$$\rho + \alpha = 1 \quad (3)$$

3.1 TIPOS DE REFLEXÃO

A Equação (2) permite fazer as seguintes hipóteses:

$\Rightarrow \rho = 1, \alpha = \tau = 0$ - A superfície reflete toda a energia radiante recebida e chamamos de **especular** ou **espelho ideal**;

$\Rightarrow \tau = 1, \alpha = \rho = 0$ - A superfície transmite toda a energia radiante recebida; estamos em presença de uma superfície **diatérmica** ou de **vácuo absoluto**;

$\Rightarrow \alpha = 1, \rho = \tau = 0$ - A superfície absorve toda a energia radiante recebida; o sistema está limitado por uma superfície denomina-se **corpo negro** (mas emite radiação em função da sua temperatura).

3.2 PODER EMISSIVO DE UM CORPO

A emissividade é a relação entre o poder de emissão de um corpo real e o poder de emissão de um corpo negro.

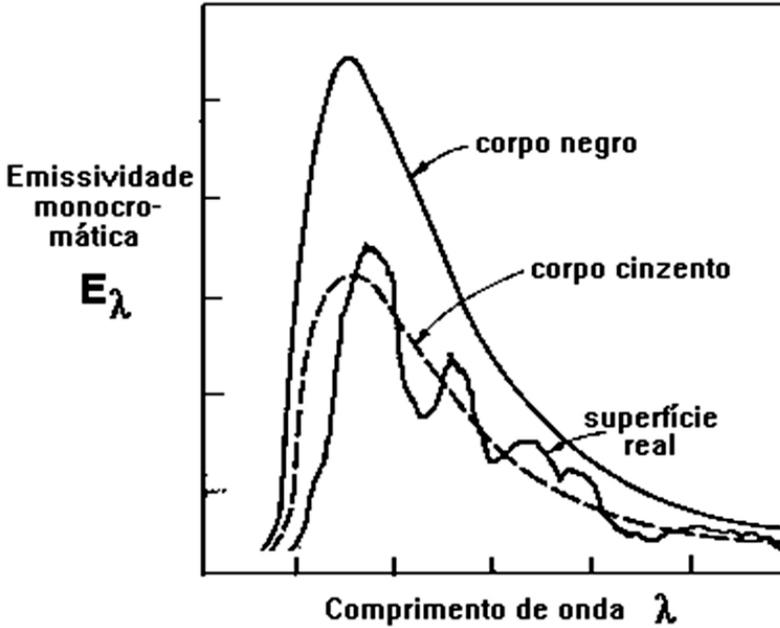
O poder emissivo hemisférico total, E (W/m^2), é a taxa na qual a radiação é emitida por unidade de área em todos os possíveis comprimentos de onda e em todas as direções possíveis. Conforme Incropera (2007 p. 463),

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) d\lambda, \quad (4)$$

onde E_{λ} - poder emissivo monocromático.
 λ - comprimento de onda.

A Figura 43 mostra as características de radiação dos corpos cinzentos próximos das características dos corpos reais.

FIGURA 43 – CARACTERÍSTICA DE RADIAÇÃO DOS CORPOS



FONTE: Disponível em: <<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>>. Acesso em: 29 mar. 2009.

$$\varepsilon = \frac{E_c}{E_n}, \quad (5)$$

onde E_c - poder de emissão de um corpo cinzento.
 E_n - poder de emissão de um corpo negro.

4 CÁLCULO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

Os cálculos da transferência de calor podem ser feitos das seguintes maneiras:

4.1 LEI DE STEFAN-BOLTZMAN

Com a determinação experimental de Stefan e a dedução matemática de Boltzmann, chegou-se à quantidade máxima de energia térmica por unidade de área que um corpo pode emitir, quando no vácuo, é dada por:

$$E = \sigma . T^4, \quad (6)$$

onde E - fluxo de energia emitida (W/m^2).
 T - temperatura absoluta (K).

$$\sigma - \text{constante de Stefan-Boltzman} \Rightarrow \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

Em um corpo com uma área da superfície A_s , a uma temperatura superficial T_s , a taxa de transferência de calor de radiação é

$$q''_{rad,max} = A_s \cdot \sigma \cdot T_s^4 \quad (7)$$

Os materiais não se comportam todos iguais a um corpo negro. Alguns são próximos ou inferiores a este comportamento. Para isso, foi definida uma propriedade física do material, a emissividade (ϵ), de modo que:

$$q''_{rad,real} = \epsilon \cdot A_s \cdot \sigma \cdot T_s^4 \quad (8)$$

4.2 LEI DE KIRCHHOFF

A capacidade de emissão de energia radiante de um corpo é igual à sua capacidade de absorção desta mesma energia:

$$\epsilon = \alpha \quad (9)$$

Com isso, podemos concluir que quando um corpo é bom emissor de radiação, também é um bom absorvedor de radiação. Alguns valores de emissividade de superfície estão mostrados no Quadro 11.

QUADRO 11 – VALORES DE EMISSIVIDADES DE SUPERFÍCIE

MATERIAL	EMISSIVIDADE, ϵ
Vegetação, solo, água, pele	0,92 – 0,96
Asfalto	0,85 – 0,93
Aço inox polido	0,17
Ouro, prata ou cobre polidos.	0,018 – 0,035

FONTE: Disponível em: <Portal de Engenharia Química – Transferência de Calor http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=422>. Acesso em: 11 mar. 2009.



Caro (a) acadêmico (a), sugiro que você conheça outros valores típicos de emissividade total, para vários tipos de materiais e superfícies, na Tabela A.11 do livro INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. São Paulo: LTC, 2007, pp. 613 e 615.

4.3 TRANSFERÊNCIA LÍQUIDA DE CALOR POR RADIAÇÃO

Estudamos que todas as substâncias e todos os corpos emitem radiação. Tendo um corpo A que emite radiação e atinge um corpo B, este também está emitindo radiação que atingirá o corpo A. Logo,

$$q''_{rad,A} = q''_{A-B} - q''_{B-A} \quad (10)$$

Se a área superficial do corpo é muito pequena em relação à área de emissão do meio, a taxa líquida de transferência de calor por radiação pode ser

$$q''_{rad} = \epsilon_s \cdot A_s \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (11)$$

ou

$$q''_{rad} = \frac{q_{rad}}{A_s} = \epsilon_s \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (12)$$

se $T_s > T_\infty \rightarrow (T_s^4 - T_\infty^4) > 0 \rightarrow q''_{rad} > 0 \rightarrow$ corpo perde calor por radiação;

se $T_s < T_\infty \rightarrow (T_s^4 - T_\infty^4) < 0 \rightarrow q''_{rad} < 0 \rightarrow$ corpo ganha calor por radiação.

4.4 O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR RADIAÇÃO

A transferência de calor por radiação poderá vir associada a situações de transferência de calor por convecção

$$q''_{conv} = h_{conv} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \quad (13)$$

$$q''_{rad} = h_{rad} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \Rightarrow \frac{q''_{rad}}{A_s} = h_{rad} \cdot (T_s - T_\infty) \quad (14)$$

O calor total é a soma do calor transferido por convecção e radiação.

$$q''_{total} = q''_{conv} + q''_{rad} = (h_{conv} + h_{rad}) \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \quad (15)$$

Os termos à esquerda das Equações (12) e (14) representam o fluxo de calor na superfície. Logo, igualando os termos a direita obtemos:

$$h_{rad} \cdot (T_s - T_\infty) = \varepsilon_s \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (16)$$

$$h_{rad} = \varepsilon_s \cdot \sigma \cdot (T_s^2 + T_\infty^2) \cdot (T_s + T_\infty) \quad (17)$$

De acordo com Incropera (2007, p. 7), “[...] as superfícies podem também, simultaneamente, transferir calor por convecção para um gás adjacente. A taxa total de transferência de calor saindo da superfície é, então:

$$q = q_{conv} + q_{rad} = hA(T_s + T_\infty) + \varepsilon A\sigma(T_s^4 + T_{viz}^4) \quad (18)$$

5 TROCA DE RADIAÇÃO ENTRE SUPERFÍCIES

5.1 FATOR FORMA

O fator de forma, segundo Incropera (2007, p. 514), “[...] é definido como a fração da radiação total difusa que deixa a superfície e é interceptada por outra e vice-versa”.

Expressão para o fluxo de calor transferido por radiação entre duas superfícies a diferentes temperaturas:

$$q'' = \sigma \cdot A_1 \cdot F_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

O fator forma depende da geometria relativa dos corpos e de suas emissividades (ε).

⇒ Superfícies negras paralelas e de grandes dimensões, $F_{12} = 1$

⇒ Superfícies cinzentas grandes e paralelas, $F_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$

⇒ Superfície cinzenta (1) muito menor que superfície cinzenta (2), $F_{12} = \varepsilon_1$



Olá, agora que você já sabe um pouco sobre fator de forma, sugiro a leitura do conteúdo do livro INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. São Paulo: LTC, 2007, p. 514 a 519.

5.2 TROCA DE RADIAÇÃO ENTRE DUAS SUPERFÍCIES CINZAS

$$q'' = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}$$

$\frac{1-\epsilon}{\epsilon A}$ → Resistência superficial

$\frac{1}{A_1 F_{12}}$ → Resistência espacial → (fração emitida pelo corpo 1 que atinge o corpo 2)

F_{12} - fator de forma radiante

5.3 SUPERFÍCIE REIRRADIANTE

São superfícies próximas às reais, irradiam energia com a mesma taxa que recebem a energia incidente. São bem isoladas.

Consideramos as superfície 1 e 2 conectadas a superfície reirradiante R,

$$q_{12}'' = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12} + \left(\frac{1}{A_1 F_{1R}} + \frac{1}{A_2 F_{2R}} \right)^{-1}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}$$



Que tal ler um pouco mais a respeito de troca de radiação entre duas superfícies cinza e superfície reirradiante. Sugiro a leitura do conteúdo do livro INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. São Paulo: LTC, 2007, pp. 521 a 529.



E para implementar o estudo de transferência de calor, é importante conhecer as aplicações de transferência de calor, para isso sugiro a leitura do conteúdo do livro INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. São Paulo: LTC, 2007, pp. 425 a 445.

LEITURA COMPLEMENTAR

TROCADOR DE CALOR

Frank Kreith

Projeto e seleção

Um trocador de calor é um dispositivo que efetua a transmissão de calor de um fluido para outro. O tipo mais simples de trocador de calor é um recipiente no qual um fluido quente e um frio são misturados diretamente. Num sistema como esse, ambos os fluidos atingem a mesma temperatura final, e a quantidade de calor transferida pode ser estimada igualando-se a energia perdida pelo fluido mais quente à energia ganha pelo mais frio. Superaquecedores, condensadores de jato e aquecedores de água de alimentação abertos são exemplos de equipamentos de troca de calor que empregam a mistura direta dos fluidos. São mais comuns, no entanto, os trocadores de calor nos quais um fluido é separado do outro por uma parede ou partição através da qual passa o calor.

Esses tipos de trocadores de calor são chamados de recuperadores. Existem muitas formas desses equipamentos, indo desde o simples tubo-dentro-de-tubo, com uns poucos metros quadrados de superfície de troca de calor, até os complexos condensadores e evaporadores de superfície, com, milhares de metros quadrados de superfície de troca de calor. Entre esses extremos há uma vasta gama de trocadores comuns do tipo carcaça-e-tubos. Essas unidades são largamente empregadas porque podem ser construídas com grandes superfícies de troca de calor num volume relativamente pequeno, podem ser fabricados de ligas para reduzir a corrosão, e são adequadas para aquecimento, resfriamento, evaporação ou condensação de todas as espécies de fluido.

O projeto completo de um trocador de calor pode ser subdividido em três fases principais:

- a análise térmica;
- o projeto mecânico preliminar;
- o projeto de fabricação.

A fase do projeto visa primordialmente à determinação da área de troca de calor requerida para transmitir o calor, numa determinada quantidade por unidade de tempo, dadas as velocidades de escoamento e as temperaturas dos fluidos.

O projeto mecânico envolve considerações sobre as pressões e temperaturas de operação, as características corrosivas de um ou de ambos os fluídos, as expansões térmicas relativas e as consequentes tensões térmicas, e a relação do trocador de calor com os demais equipamentos.

O projeto de fabricação requer a tradução das características e dimensões físicas em uma unidade que possa ser construída a um baixo custo. A seleção dos materiais, vedações, invólucros e arranjo mecânico ótimo devem ser feitos, e os processos de fabricação devem ser especificados.

Para alcançar o máximo de economia, a maior parte dos fabricantes adotou linhas padronizadas de trocadores de calor. Os padrões estabelecem diâmetros de tubos, pressões de teste, e promovem o uso de desenhos e procedimentos de fabricação padrões. A padronização não significa, entretanto, que os trocadores de calor sejam itens de prateleira, pois os requisitos de serviço variam muito. Algum projeto de engenharia é sempre necessário para quase todo trocador de calor, mas se as condições permitirem, o uso de trocadores construídos segundo linhas padronizadas proporciona economia. O engenheiro envolvido na instalação de trocadores de calor em usinas, equipamentos etc., é solicitado frequentemente, portanto, a selecionar uma unidade de troca de calor que seja adequada para uma aplicação particular. A seleção requer uma análise térmica para determinar se uma unidade padronizada, de tamanho e geometria especificados, pode satisfazer os requisitos de aquecimento ou resfriamento de um dado fluído, a uma velocidade especificada. Nesse tipo de análise, o custo inicial precisa ser pesado em confronto com fatores como a vida do equipamento, facilidade de limpeza e espaço requerido. É importante também que os códigos de segurança ASME sejam satisfeitos e, para isso, devem ser observadas as normas da *Tubular Exchanger Manufacturers Association* (TEMA).

Tipos básicos de trocadores de calor

O tipo mais simples de trocador de calor carcaça-e-tubo consiste num tubo localizado concentricamente dentro de outro tubo, que forma a carcaça. Um dos fluídos escoia dentro do tubo interior, e o outro através do anel formado entre os tubos internos e externos. Como ambas as correntes fluidas atravessam o trocador apenas uma vez, esse arranjo é chamado de trocador de calor de passe simples. Se ambos os fluídos escoam na mesma direção, o trocador é do tipo de correntes paralelas; se os fluídos se movem em sentidos opostos, o trocador é do tipo de correntes opostas. A diferença de temperatura entre os fluídos quente e frios em geral não é constante ao longo do tubo, e a quantidade de calor transmitida por unidade de tempo variará de seção para seção.

Quando dois fluídos ao longo da superfície de troca de calor, movem-se em ângulos retos entre si, o trocador de calor é do tipo de correntes cruzadas. São possíveis três arranjos distintos desse tipo de trocador. No primeiro caso, cada um dos fluídos não se mistura ao passar através do trocador e, portanto, as temperaturas dos fluídos, ao deixarem o trocador, não são uniformes, sendo maiores num lado que no outro. Um aquecedor tipo placa plana, usado em regeneradores de turbinas para recuperar a energia dos gases de descarga, ou um radiador de automóvel aproximam-se desse tipo de trocador. No segundo caso, um dos fluídos não se mistura, e o outro é perfeitamente misturado ao escoar através do trocador. A temperatura do fluído misturado será uniforme através de qualquer seção, e só variará na direção do escoamento. Um exemplo desse tipo é o aquecedor de ar de correntes cruzadas. O ar que escoar sobre uma bancada de tubos é misturado, enquanto que os gases quentes, no interior dos tubos, estão confinados e, portanto, não se misturam. No terceiro caso, ambos os fluídos são misturados ao passar através do trocador; isto é; a temperatura de ambos os fluídos será uniforme através da seção, e só variará na direção do escoamento.

A fim de aumentar a área superficial de troca de calor efetiva por unidade de volume, a maioria dos trocadores de calor comerciais prevê mais de um passe através dos tubos, e o fluido que escoar fora dos tubos na carcaça é guiado em ziguezague por meio de defletores.

FONTE: Extraído e adaptado de: KREITH, Frank. **Princípios da Transferência de Calor**. São Paulo: Blucher, 1977, pp. 444 – 448.

RESUMO DO TÓPICO 4

Caro(a) acadêmico(a)! Neste quarto tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- A radiação térmica em que o calor é transferido de um corpo sem o auxílio de um meio material para a colisão de partículas ou transferência de massa. Qualquer corpo troca constantemente com o exterior este tipo de radiação.
- As propriedades térmicas dos materiais, como a refletividade, absorvidade, a transmissividade e a emissividade sendo a relação entre o poder de emissão de um corpo real e o poder de emissão de um corpo negro.
- A radiação térmica está restrita aos comprimentos de onda entre 0.1 e 100 μm do espectro eletromagnético. Tendo o espectro da radiação térmica uma rápida variação com a composição do corpo, há uma classe de corpos, designados por corpos negros que, à mesma temperatura, emitem radiação térmica que apresenta o mesmo espectro.
- A aplicação dos cálculos de transferência de calor por radiação para determinar a quantidade máxima de energia térmica por unidade de área que um corpo pode emitir, quando no vácuo e o coeficiente de transferência de calor por radiação.
- A troca de radiação entre superfícies aplicando-se o fator de forma que depende da geometria relativa dos corpos e de suas emissividades.



Caro(a) acadêmico(a)! Como autoavaliação do Tópico 2, resolva as questões a seguir:

- 1 (<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>). Duas placas grandes de metal, distantes 2" uma da outra, são aquecidas a 300°C e 100°C, respectivamente. As emissividades são 0,95 e 0,3 respectivamente. Calcular a taxas de transferência de calor por radiação através do par de placas.
- 2 A superfície de uma placa de aço polido, de 8 m² de superfície, é mantida a uma temperatura de 150 °C. O ar, bem como o ambiente que a cerca, se encontra a uma temperatura de 25°C. Calcular a taxa de transferência de calor trocado por radiação, entre a placa e o ar.
- 3 (<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>) Um duto de ar quente, com diâmetro externo de 22 cm e temperatura superficial de 93°C, está localizado num grande compartimento cujas paredes estão a 21°C. O ar no compartimento está a 27°C e o coeficiente de película é 5 kcal/h.m².°C. Determinar a quantidade de calor transferida por unidade de tempo, por metro de tubo, se :
 - o duto é de estanho (= 0,1).
 - o duto é pintado com laca branca (= 0,9).
- 4 Em uma central nuclear, a água de refrigeração passa por uma tubulação que contém, no seu interior, o tubo em que se encontra o combustível nuclear. Se a parede do cilindro interno, que tem uma emissividade de 0,19, se encontra a uma temperatura de 500 K, e a parede interna do cilindro externo, que tem uma emissividade de 0,24, se encontra a uma temperatura de 350 K, qual a transferência de calor por radiação, por metro de comprimento de tubo? O tubo interno tem um diâmetro de 7 cm, e o externo, 12 cm. Desconsidere a presença da água passando entre os tubos.
- 5 Uma tubulação atravessa uma grande sala, conduzindo água a 95°C, com coeficiente de película 20 kcal/h.m².°C. O tubo, de diâmetro externo 4" e resistência térmica desprezível, está isolado com lã de rocha (k = 0,035 kcal/h.m.°C) de 2" de espessura. Sabendo-se que a temperatura da face externa do isolamento do tubo é 22°C, determinar:

- o fluxo de calor transferido através da tubulação.
- a emissividade da superfície do isolamento, sabendo-se que a metade do fluxo de calor transferido da tubulação para o ambiente se dá por radiação e que a temperatura da face interna das paredes da sala é 5°C .

TRANSFERÊNCIA DE MASSA

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

A partir do estudo desta unidade, o(a) acadêmico(a) estará apto(a) a:

- conhecer os fundamentos da transferência de massa, os quais permitem a análise de processos e o projeto de equipamentos no qual esse fenômeno de transporte seja importante;
- estudar a influência da convecção sobre o fluxo mássico;
- identificar as relações existentes da transferência de massa com os processos de transferência de quantidade de movimento e de calor;
- conhecer a modelagem que rege a difusão em regime permanente;
- estudar a difusão em regime transiente, entendendo a geometria do cilindro infinito.

PLANO DE ESTUDOS

Esta terceira unidade será dividida em três tópicos. No final de cada um deles, você encontrará atividades que contribuirão para sua reflexão e análise dos estudos já realizados.

TÓPICO 1 – COEFICIENTE E MECANISMOS DA DIFUSÃO

TÓPICO 2 – DIFUSÃO EM REGIME PERMANENTE SEM REAÇÃO QUÍMICA

TÓPICO 3 – DIFUSÃO EM REGIME TRANSIENTE

COEFICIENTES E MECANISMOS DA DIFUSÃO

1 INTRODUÇÃO

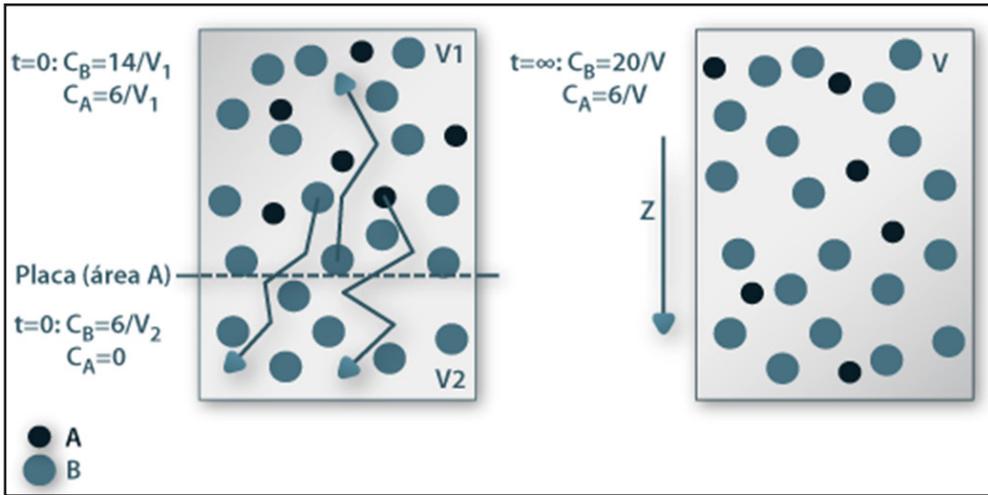
A transferência de massa é o processo de transporte no qual existe a migração de uma ou mais espécies químicas em um dado meio, podendo esse ser sólido, líquido ou gasoso. O transporte das espécies químicas pode ser feito por dois mecanismos: difusão e/ou convecção. A difusão ocorre pela diferença de potenciais químicos das espécies, ou seja, a diferença de concentrações entre dois pontos num dado sistema. A convecção ocorre pelas condições de escoamento de um sistema, por exemplo, líquido em movimento sobre uma placa.

2 DIFUSÃO EM GASES

Analisando a difusão em gases o estabelecimento da igualdade de concentrações, ao fim de um determinado tempo, resulta do movimento molecular aleatório em todas as direções do espaço (este movimento de natureza estatístico é explicado pela teoria cinética dos gases a baixas pressões).

Segundo o *site* <http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=249&Itemid=423>, “[...]na Figura 44 está representado um recipiente dividido por uma placa de área A . Uma das partes contém moléculas A e B , enquanto a outra divisão só contém moléculas B , sendo $C_A = 0 \text{ mol/m}^3$. Se a placa que divide o recipiente for retirada, o movimento molecular aleatório permite que moléculas A e B possam frequentar o espaço anteriormente definido por $V/2$. Contudo, a probabilidade de uma molécula A entrar nesse espaço é maior do que a de sair do mesmo, uma vez que aí a sua concentração inicial era 0. Ao fim de algum tempo, todo o espaço conterá moléculas A e a concentração será uniforme”.

FIGURA 44 – DIFUSÃO DO COMPONENTE “A” NUM RECIPIENTE APÓS A REMOÇÃO DE UMA PLACA QUE O DIVIDE EM DUAS SECÇÕES



FONTE: Disponível em: <http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=249&Itemid=423>. Acesso em: 29 abr. 2009.

A transferência de massa é influenciada pelo espaçamento molecular. Logo, a difusão ocorre mais facilmente: gases > líquidos > sólidos.

2.1 COMPOSIÇÃO DE MISTURAS

Uma mistura consiste em dois ou mais constituintes químicos (espécies) e a quantidade de qualquer espécie μ i pode ser quantificada em função de sua concentração mássica ρ_i (kg/m^3) ou sua concentração molar C_i ($kmol/m^3$).

A concentração mássica e a concentração molar estão relacionadas pela massa molar da espécie, M_i ($kg/kmol$). De acordo com Incropera (2007, p. 561), temos

$$\rho_i = M_i C_i \quad (1)$$

onde ρ_i é a massa da espécie i por unidade de volume da mistura.

- Massa específica da mistura: $\rho = \sum_i \rho_i$ (2)
- Número total de moles por unidade de volume da mistura: $C = \sum_i C_i$ (3)
- Das equações anteriores, segue que: $\sum_i m_i = 1$ (6) $\sum_i x_i = 1$ (7)
- Em uma mistura de gases ideais, a concentração específica e a concentração molar de qualquer constituinte são relacionadas à pressão parcial do constituinte através da lei dos gases ideais: $\rho_i = \frac{p_i}{R_i T}$ (8) $C_i = \frac{p_i}{RT}$ (9)

onde: $R_i \rightarrow$ Constante dos gases para espécie i .
 $R \rightarrow$ Constante universal dos gases.

- Utilizando as equações em conjunto com a lei de Dalton das pressões parciais:

$$p = \sum_i p_i \quad (10) \quad \text{temos que:} \quad x_i = \frac{C_i}{C} = \frac{p_i}{p} \quad (11)$$

2.2 LEI DE FICK DA DIFUSÃO

A lei de Fick é uma lei quantitativa na forma de equação diferencial que descreve diversos casos de difusão de matéria ou energia em um meio no qual inicialmente não existe equilíbrio químico ou térmico. Recebe seu nome de Adolf Fick, que as derivou em 1855.

A equação da taxa para a difusão mássica é conhecida como “Lei de Fick” e para a transferência da espécie A , em uma mistura binária de A e B , pode ser escrita na forma vetorial como:

$$\Rightarrow \text{Fluxo em massa: } j_A = -\rho D_{AB} \nabla m_A \quad \text{onde} \quad \nabla m_A = \frac{dm_A}{dz} \quad (12)$$

e $j_A = \frac{kg}{sm^2}$, quantidade de A transferida por difusão por unidade de tempo e por unidade de área perpendicular à direção da transferência.

Proporcional a:

- Massa específica da mistura: $\rho = \rho_A + \rho_B \rightarrow (kg/m^3) \quad (13)$

- Gradiente da fração mássica da espécie: $m_A = \frac{\rho_A}{\rho} \quad (14)$

$$\Rightarrow \text{Fluxo molar: } J_A^* = -CD_{AB} \nabla x_A \quad \text{onde} \quad \nabla x_A = \frac{dx_A}{dz} \quad (15)$$

e $J_A^* = \frac{kmol}{sm^2}$, fluxo molar difusivo da espécie.

Proporcional a:

- Concentração molar total da mistura: $C = C_A + C_B \rightarrow (kmol/m^3) \quad (16)$

- Gradiente da fração molar da espécie: $x_A = \frac{C_A}{C} \quad (17)$

⇒ **Coefficiente de difusão binária ou difusividade mássica:** D_{AB}



Na equação da primeira lei de Fick, o sinal negativo indica decréscimo da concentração da espécie A com o sentido do fluxo.

2.3 TEORIA CINÉTICA DOS GASES

A teoria cinética dos gases relaciona os conceitos de temperatura, volume e pressão com as leis e princípios da mecânica clássica.

As suposições fundamentais para a construção dessa teoria são consequências:

- I - um gás ideal puro é constituído por um grande número de moléculas iguais de massa m ;
- II - as moléculas são esferas rígidas de diâmetro d ;
- III - todas as moléculas são dotadas da mesma velocidade, sendo a **velocidade média molecular** (Ω) dada por:

$$\Omega = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}} = \sqrt{\frac{8RT}{M\pi}} \quad m \rightarrow \text{massa molar} ; M \rightarrow \text{massa molecular} \quad (18)$$

- IV - todas as moléculas movem-se paralelas entre si no eixo coordenado e a ele.

FONTE: CREMASCO (2002)

$$k \rightarrow \text{Constante de Boltzmann} = 1,38048 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Velocidade Relativa (v_r): De acordo com Cremasco (2002, p. 39), “[...] as posições em que duas moléculas encontram-se na iminência da colisão”.

$$v_r^2 = v_A^2 + v_B^2 - 2v_A v_B \cos \Psi \quad (19)$$

$\Psi \rightarrow$ Ângulo de choque entre as moléculas A e B.

$$\Rightarrow \text{Quando } v_A = v_B = \Omega \quad \text{logo: } v_r = \Omega \sqrt{2(1 - \cos \Psi)} \quad (20)$$

⇒ Para $\psi = 90^\circ$ e $\psi = 270^\circ$, temos $\cos\psi = 0$

$$\text{Então: } v_r = \Omega \sqrt{2} \quad (21)$$

Frequência de colisões (z): “O número de colisões sofridas por uma molécula num determinado intervalo de tempo é a frequência de colisão da molécula A”. (CREMASCO, 2002, p. 42).

$$z = \sqrt{2}\pi d^2 N_0 \frac{P}{RT} \Omega \quad (22)$$

N_0 → Número de Avogrado = $6,023 \times 10^{23}$ moléculas / mol

d → diâmetro molecular ou eficaz de choque

Caminho livre médio (λ): “A distância média entre duas moléculas na iminência da colisão”. (CREMASCO, 2002, p.43).

(Caminho livre médio) = (Distância percorrida sem choques) / (Número de colisões)

ou $\lambda = \frac{\Omega \Delta t}{z \Delta t} = \frac{\Omega}{z} \quad (23) \quad \text{logo, } \lambda = \frac{RT}{N_0 \sqrt{2}\pi d^2 P} \quad (24)$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

A) Calcule a frequência de colisão e o caminho livre médio para o Hélio (raio atômico $\cong 0,93$ Å; massa molecular = 4 g/gmol) em um sistema hipotético a $P = 760$ mmHg e $T = 27^\circ\text{C}$.

Dados: 1 atm = 760 mmHg = $1,0133 \times 10^6$ (g/cm.s²); $R = 8,3144 \times 10^7$ (g.cm²/gmol.s².K).

$$z = (6,023 \times 10^{23}) (\sqrt{2}) (\pi) d^2 \frac{P}{RT} \Omega \quad \text{ou} \quad z = (2,676 \times 10^{24}) d^2 \frac{P}{RT} \Omega \quad (1)$$

Substituindo $\Omega = \sqrt{\frac{8RT}{M\pi}}$ na equação (1), temos;

$$z = (2,676 \times 10^{24}) d^2 \left(\frac{8}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{P^2}{MRT}\right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad z = (4,27 \times 10^{24}) d \left(\frac{P^2}{MRT}\right)^{1/2} \quad (2)$$

Visto: $T = 27^\circ\text{C} = 27 + 273,15 = 300,15$ K; $P = 1,0133 \times 10^6$ (g/cm.s²)

$R = 8,3144 \times 10^7$ (g.cm²/gmols.s².K); e $d = (2)(0,93) \text{ \AA} = 1,86 \times 10^{-8}$ cm;

Temos em (2);

$$z = (4,27 \times 10^{24})(1,86 \times 10^{-8})^2 \left[\frac{(1,0133 \times 10^6)^2}{(4)(8,3144 \times 10^7)(300,15)} \right]^{1/2} = 4,738 \times 10^9 \quad 1/s$$

B) Calcule o caminho livre médio para o exemplo A.

Solução: Temos as equações: $\lambda = \frac{\Omega}{z}$ (3) e $\Omega = \left(\frac{8RT}{M\pi} \right)^{1/2}$ (4)

Substituindo os dados do exemplo (A) na equação (4):

$$\Omega = \left[\frac{(8)(8,3144 \times 10^7)(300,15)}{(4)\pi} \right]^{1/2} = 12,604 \times 10^4 \text{ cm/s}$$

Levando esse resultado em conjunto com a frequência de colisão calculada no exemplo (A) na expressão (3):

$$\lambda = \frac{(12,604 \times 10^4)}{(4,738 \times 10^9)} = 2,660 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 42)

2.4 COEFICIENTE DE DIFUSÃO PARA GASES

Cremasco (2002) define o coeficiente de difusão como “a mobilidade do soluto no meio governada pela interação soluto/meio”.

2.4.1 Coeficiente de autodifusão A/A

$$D_{AA} = \frac{1}{3} \Omega \lambda \tag{25}$$

D_{AA} → Coeficiente de difusão (autodifusão), em que A difunde-se num meio constituído dele próprio.

Substituindo a velocidade média molecular (Ω) da Equação (18) e o caminho livre médio (λ) da Equação (24) na definição do D_{AA} , obtemos a equação que apresenta a dependência da difusividade com as propriedades do gás:

$$D_{AA} = \frac{2}{3 N_0 P d^2} \left(\frac{RT}{\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{M} \right)^{1/2} \tag{26}$$

2.4.2 Coeficiente de difusão em gases para o par apolar A/B

$$D_{AB} = \frac{1}{3} \lambda_{AB} \Omega_{AB} \quad (27)$$

D_{AB} → Coeficiente de difusão do soluto A no meio B (ou B no meio A - difusão mútua).

Velocidade média molecular (Ω_{AB}) para o par AB:

$$\Omega_{AB} = 2 \left[\frac{RT}{\pi} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right) \right]^{1/2} \quad (28)$$

Caminho livre médio (λ_{AB}):

$$\lambda_{AB} = \frac{RT}{N_0 \sqrt{2\pi} d_{AB}^2 P} \quad (29)$$

Levando Ω_{AB} e λ_{AB} na equação (27) do D_{AB} chegamos em:

$$D_{AB} = \frac{2}{3\sqrt{2}N_0 P d_{AB}^2} \left(\frac{RT}{\pi} \right)^{3/2} \left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right]^{1/2} \quad (30)$$

Substituindo $N_0 = 6,023 \times 10^{23}$ (moléculas / gmol) e $R = 8,3144 \times 10^7$ (g.cm²/gmol.s².K)

com as unidades de pressão e diâmetro em termos de (atm) e $^{\circ}A$, (conservando as unidades restantes) obtemos:

$$D_{AB} = 1,053 \times 10^{-3} \frac{T^{3/2}}{P d_{AB}^2} \left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right]^{1/2} \quad (31)$$

A Equação (31) apresenta as influências do meio (T e P) e características das espécies químicas A e B. Ver Quadro 12 - Resultados experimentais para pares A/B.

QUADRO 12 – COEFICIENTE DE DIFUSÃO BINÁRIA EM GASES

Sistema	T (K)	$D_{AB} \cdot P$ ($\text{cm}^2 \cdot \text{atm/s}$)	Sistema	T (K)	$D_{AB} \cdot P$ ($\text{cm}^2 \cdot \text{atm/s}$)
ar/acetato de etila	273	0,0709	CO ₂ /metanol	298,6	0,105
ar/acetato de propila	315	0,092	CO ₂ /nitrogênio	298	0,158
ar/água	298	0,260	CO ₂ /óxido nitroso	298	0,117
ar/amônia	273	0,198	CO ₂ /propano	298	0,0863
ar/anilina	298	0,0726	CO/etileno	273	0,151
ar/benzeno	298	0,0962	CO/hidrogênio	273	0,651
ar/bromo	293	0,091	CO/nitrogênio	288	0,192
ar/difenil	491	0,160	CO/oxigênio	273	0,185
ar/dióxido de carbono	273	0,136	He/água	298	0,908
ar/dióxido de enxofre	273	0,122	He/argônio	273	0,641
ar/etanol	298	0,132	He/benzeno	298	0,384
ar/éter etílico	293	0,0896	He/etanol	298	0,494
ar/iodo	298	0,0834	He/hidrogênio	293	1,64
ar/mercúrio	614	0,473	He/neônio	293	1,23
ar/metanol	298	0,162	H ₂ /água	293	0,850
ar/naftaleno	298	0,0611	H ₂ /amônia	293	0,849
ar/nitrobenzeno	298	0,0868	H ₂ /argônio	293	0,770
ar/n-octano	298	0,0602	H ₂ /benzeno	273	0,317
ar/oxigenio	273	0,175	H ₂ /etano	273	0,439
ar/tolueno	298	0,0844	H ₂ /metano	273	0,625
NH ₃ /etileno	293	0,177	N ₂ /oxigênio	273	0,697
argônio/neônio	293	0,329	N ₂ /amônia	293	0,241
CO ₂ /acetato de etila	319	0,0666	N ₂ /etileno	298	0,163
CO ₂ /água	298	0,164	N ₂ /hidrogênio	288	0,743
CO ₂ /benzeno	318	0,0715	N ₂ /iodo	273	0,070
CO ₂ /etanol	273	0,0693	N ₂ /oxigênio	273	0,181
CO ₂ /éter etílico	273	0,0541	O ₂ /amônia	293	0,253
CO ₂ /hidrogênio	273	0,550	O ₂ /benzeno	296	0,0939
CO ₂ /metano	273	0,153	O ₂ /etileno	293	0,182

FONTE: CREMASCO (2002, p. 49)

2.4.3 Potencial de Lennard-Jones

Um par de átomos neutros ou moléculas está disponível a sofrer duas forças diferentes no limite de maior e menor separação: uma força atrativa a grande distância (forças de London - forças de van der Waals) e uma força repulsiva em menores distâncias o **potencial de Lennard-Jones** (também conhecido como potencial L-J, potencial 6-12 ou potencial 12-6) é um modelo matemático simples que representa este comportamento. Foi proposto em 1924 por John Lennard-Jones e apresentado como:

$$\varphi_{AB}(r) = 4\varepsilon_{AB} \left[\left(\frac{\sigma_{AB}}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma_{AB}}{r} \right)^6 \right] \quad (32)$$

Onde: $\sigma_{AB} = \left(\frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} \right)$ (33) e $\varepsilon_{AB} = \sqrt{\varepsilon_A + \varepsilon_B}$ (34)

σ_i (para $i = A$ ou B) \rightarrow é o diâmetro característico da espécie química i . Pode ser considerado como diâmetro de colisão (à distância "finita" na qual o potencial interpartícula é zero).

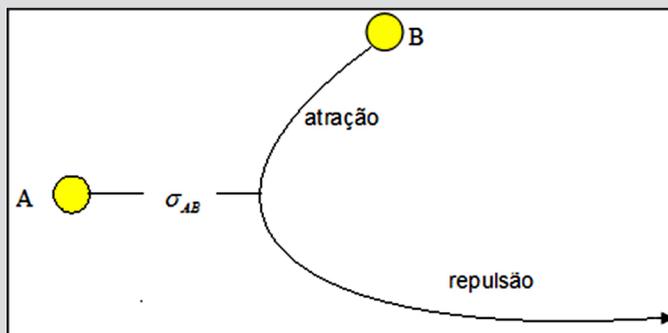
$\varepsilon \rightarrow$ energia máxima de atração entre duas moléculas.

Estes parâmetros podem ser ajustados para reproduzir dados experimentais ou podem ser deduzidos de resultados muito precisos de cálculos de química quântica.

O termo $\left(\frac{1}{r} \right)^{12} \rightarrow$ descreve a repulsão e $\left(\frac{1}{r} \right)^6 \rightarrow$ descreve a atração

Admitindo uma molécula parada (molécula A) e outra (molécula B), conforme Figura 45, vindo ao seu encontro, esta última chegará a uma distância limite, σ_{AB} , na qual é repelida pela primeira.

FIGURA 45 – COLISÃO ENTRE DUAS MOLÉCULAS CONSIDERANDO-SE A ATRAÇÃO E REPULSÃO ENTRE ELAS



FONTE: CRÉMASCO (2002, p. 50)

Encontramos valores tabelados para σ_i e ε_{AB} segundo Cremasco (2002), em literaturas como: Bird et al (1960), Welty et al. (1976), Reid et al. (1077, 1988), entre outros. Porém, existem correlações que estimam esses parâmetros como no Quadro 13 (para o ar, utilizar $\sigma_i = 3,711^0A$ e $\varepsilon_i/k = 78,6K$);

QUADRO 13 – CORRELAÇÕES PARA A ESTIMATIVA DE σ_i E ε_i/k

Grupos	$\sigma_i =$	$\varepsilon_i/k =$
^b condições à T_b	$1,18V_b^{1/3}$ (35)	$1,15T_b$ (38)
^b condições à T_c	$0,84V_c^{1/3}$ (36)	$0,77T_c$ (39)
^c fator acêntrico	$(2,3551 - 0,087w) (T_c / P_c)^{1/3}$ (37)	$(0,7915 + 0,1693w) T_c$ (40)

FONTE: CREMASCO (2002, p. 51).

No Quadro, σ_i está em 0A ; V_b é o volume molar à temperatura normal de ebulição e está em ($cm^3 / gmol$); T_b é a temperatura normal de ebulição em (K); T_c , a temperatura crítica (K); P_c , a pressão crítica (atm); w é o fator acêntrico; V_c é o volume crítico ($cm^3 / gmol$). Os valores desses parâmetros para diversas moléculas estão apresentados nos Quadros 14 e 15.

QUADRO 14 – PROPRIEDADES DE GASES E DE LÍQUIDOS INORGÂNICOS

Espécies	Fórmula Molecular	Massa Molecular (g/gmol)	T_b (K)	V_b^b ($cm^3/gmol$)	T_c (K)	P_c (atm)	V_c ($cm^3/gmol$)	w	μ_p (debyes)	R_i^{10A}
água	H ₂ O	18,015	373,2	18,7	647,3	217,6	56,0	0,344	1,8	0,615
amônia	NH ₃	17,031	239,7	25,0	405,6	111,3	75,5	0,25	1,5	0,8533
argônio	Ar	39,948	87,3	-	150,8	48,1	74,9	-0,004	0,0	-
bromo	Br ₂	159,808	331,9	53,2	584,0	102,0	127,0	0,132	0,2	1,076
dióxido de carbono	CO ₂	44,010	194,7	34,0	304,2	72,8	94,0	0,225	0,0	0,9918
dióxido de enxofre	SO ₂	64,063	263,0	43,8	430,8	77,8	122,0	0,251	1,6	1,6738
hidrogênio	H ₂	2,016	20,4	14,3	33,2	12,8	65,0	-0,22	0,0	0,3708
hélio-4	He(4)	4,003	4,21	-	5,19	2,24	57,3	-0,387	0,0	0,8077
monóxido de carbono	CO	28,010	81,7	30,7	132,9	34,5	93,1	0,049	0,1	0,5582
neônio	Ne	20,183	27,0	31,2	44,4	27,2	41,7	0,0	0,0	0,8687
nitrogênio	N ₂	28,013	77,4	-	126,2	33,5	89,5	0,04	0,0	0,5471
óxido nitroso	N ₂ O	44,013	184,7	36,4	309,6	71,5	97,4	0,16	0,2	1,1907
oxigênio	O ₂	31,999	90,2	25,6	154,6	49,8	73,4	0,021	0,0	0,6037

FONTE: CREMASCO (2002, p. 52)

QUADRO 15 – PROPRIEDADES DE GASES E DE LÍQUIDOS ORGÂNICOS

Espécies	Fórmula Molecular	Massa Molecular (g/gmol)	T_b (K)	V_b^b (cm ³ /gmol)	T_c (K)	P_c (atm)	V_c (cm ³ /gmol)	w	μ_p (debyes)	$R_i^{10}A$
ácido acético	C ₂ H ₄ O ₂	60,052	391,1	64,1	594,4	57,1	171,0	0,454	1,3	2,5950
acetona	C ₃ H ₆ O	58,080	329,4	77,5	508,1	46,4	209,0	0,309	2,9	2,7404
benzeno	C ₆ H ₆	78,114	353,3	96,5	562,1	48,3	259,0	0,212	0,0	3,0037
clorofórmio	CHCl ₃	119,378	334,3	96,5	536,4	54,0	239,0	0,216	1,1	3,1779
ciclohexano	C ₆ H ₁₂	84,162	353,9	117,0	553,4	40,2	308,0	0,213	0,3	3,2605
Etano	C ₂ H ₆	30,07	184,5	53,6	305,4	48,2	148,0	0,098	0,0	1,8314
Etanol	C ₂ H ₆ O	46,069	351,5	60,8	516,2	63,0	167,0	0,635	1,7	2,2495
Glicerol	C ₃ H ₈ O ₃	92,095	563,0	94,8	726,0	66,0	255,0	-	3,0	-
n-hexano	C ₆ H ₁₄	86,178	341,9	140,06	507,4	29,3	370,0	0,296	0,0	3,8120
Metano	CH ₄	16,043	111,7	37,7	190,6	45,4	99,0	0,008	0,0	1,1234
metanol	CH ₃ O	32,042	337,8	42,5	512,6	79,9	118,0	0,559	1,7	1,5360
naftaleno	C ₁₀ H ₈	128,174	491,1	156,0	748,4	40,0	410,0	0,302	0,0	-
n-pentano	C ₅ H ₁₂	72,151	309,2	114,0	469,6	33,3	304,0	0,251	0,0	3,3858
tetracloroeto de carbono	CCl ₄	153,823	349,7	102,0	556,4	45,0	276,0	0,194	0,0	3,4581
Tolueno	C ₇ H ₈	92,141	383,8	118,7	591,7	40,6	316,0	0,257	0,4	3,4432

FONTE: CREMASCO (2002, p. 52)

De acordo com Cremasco (2002, p. 51), “no caso de não se encontrarem valores tabelados para V_b , sugere-se utilizar o cálculo do **volume de Le Bas**, pelo conhecimento dos volumes atômicos da espécie química”, conforme o Quadro 16:

QUADRO 16 – VOLUMES ATÔMICOS PARA VOLUMES MOLECULARES COMPLEXOS DE SUBSTÂNCIAS SIMPLES (O VOLUME DE LE BAS)

ESPÉCIES	VOLUME ATÔMICO (cm ³ /gmol)	ESPÉCIES	VOLUME ATÔMICO (cm ³ /gmol)
bromo	27,0	nitrogênio em aminas secundárias	12,0
carbono	14,8	oxigênio	7,4
cloro	21,6	oxigênio em éter e éster metílicos	9,1
hidrogênio	3,7	oxigênio em éter e éster etílicos	9,9
iodo	37,0	oxigênio em outros e éteres e ésteres	11,0
nitrogênio em dupla ligação	15,6	oxigênio em ácidos	12,0
nitrogênio em aminas primárias	10,5	enxofre	25,6

FONTE: CREMASCO (2002, p. 53)



EXERCÍCIO RESOLVIDO (02)

Calcule o valor de **Le Bas** para o etano e determine o seu diâmetro de colisão.

Solução: Da Tabela (4) verificamos que a fórmula molecular do etano é C₂H₆, desse modo:

$$V_{b_{C_2H_6}} = (2)V_{b_C} + (6)V_{b_H} = (2)(14,8) + (6)(3,7) = 51,8 \text{ cm}^3/\text{gmol}$$

Substituindo na equação (35), temos: $\sigma_A = 1,18V_b^{1/3} = (1,18)(51,8)^{1/3} = 4,4 \text{ \AA}$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 51)

2.4.4 Correlações para estimativa do coeficiente de difusão - pares de gases apolares

Da equação (31) da teoria cinética simplificada dos gases surge a correlação:

$$D_{AB} = 1,053 \times 10^{-3} \frac{T^{3/2}}{P\sigma_{AB}^2} \left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right]^{1/2} \quad (41)$$

2.4.4.1 A equação de Chapman-Enskog

$$D_{AB} = b \times 10^{-3} \frac{T^{3/2}}{P\sigma_{AB}^2 \Omega_D} \left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right]^{1/2} \quad \text{onde } b = 1,858 \quad (42)$$

$\Omega_D \rightarrow$ integral de colisão

$$\text{Para Wilke e Lee (1995)} \quad b = 2,17 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{1/2} \quad (43)$$

Neufeld, Janzen e Aziz (1972) apresentaram a correlação para Ω_D :

$$\Omega_D = \frac{A}{T^{*B}} + \frac{C}{\exp(DT^*)} + \frac{E}{\exp(FT^*)} + \frac{G}{\exp(HT^*)} \quad (44)$$

$$T^* \rightarrow \text{temperatura reduzida} \quad T^* = \frac{kT}{\varepsilon_{AB}} \quad (45)$$

onde, $\varepsilon_{AB} \rightarrow$ energia máxima de atração da Equação (35)

$\varepsilon_i/k \rightarrow$ valores da Tabela (1)

O Quadro 17, apresenta as constantes da Equação (44) e são iguais a ;

QUADRO 17 – CONSTANTES PARA O CÁLCULO DE Ω_D

A= 1,06036	C= 0,1930	E= 1,03587	G= 1,76474
B= 0,15610	D= 0,47635	F= 1,52996	H= 3,89411

FONTE: CREMASCO (2002, p. 57)

2.4.4.2 A correlação de Fuller, Schetter e Ciddings

$$D_{AB} = 1,0 \times 10^{-3} \frac{T^{1,75}}{Pd_{AB}^2} \left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right]^{1/2} \quad (46)$$

Onde T (K), P (atm) e D_{AB} (cm^2/s) e d_{AB} é o diâmetro.

$$d_{AB} = \left(\sum v \right)_A^{1/3} + \left(\sum v \right)_B^{1/3} \quad (47)$$

$(\sum v)_i \rightarrow$ para $i = A$ ou B é o volume associado à difusão da molécula.

O volume de difusão para diversas moléculas simples e para moléculas complexas está apresentado nos Quadros 18 e 19:

QUADRO 18 – VOLUMES MOLECULARES DE DIFUSÃO

MOLÉCULAS	$(\sum v)(cm^3/gmol)$	MOLÉCULAS	$(\sum v)(cm^3/gmol)$
H ₂	7,07	CO ₂	26,9
He	2,88	N ₂ O	35,9
N ₂	17,9	NH ₃	14,9
O ₂	16,6	H ₂ O	12,7
ar	20,1	Cl ₂	37,7
Ar (argônio)	16,1	Br ₂	67,2
CO	18,9	SO ₂	41,1

FONTE: CREMASCO (2002, p. 60)

QUADRO 19 – INCREMENTOS NOS VOLUMES ATÔMICOS DE DIFUSÃO

MOLÉCULAS	v (cm^3/gmol)	MOLÉCULAS	v (cm^3/gmol)
C	16,5	Cl	19,5
H	1,98	S	17,0
O	5,48	anel aromático	-20,2
N	5,69	anel heterocíclico	-20,2

FONTE: CREMASCO (2002, p. 60)

O sinal (-) nos indica diminuir o valor depois de somar as contribuições de cada átomo (conforme aplicado no exercício resolvido).



EXERCÍCIO RESOLVIDO (03)

Determine o valor do volume de Fuller, Schetter e Giddings para a molécula de tolueno.

Solução: Da Tabela (4), verificamos que a fórmula molecular do tolueno é C_7H_8 . desde modo, utilizando-se dos valores da Tabela (8) temos:

$$\begin{aligned} (\sum v)_{\text{C}_7\text{H}_8} &= (7)v_{\text{C}} + (8)v_{\text{H}} - 20,2 \\ &= (7)(16,5) + (8)(1,98) - 20,2 = 111,14 \text{ cm}^3/\text{gmol} \end{aligned}$$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 61)

2.4.4.3 A correlação de Brokaw

Para mistura em gases com componentes polares:

$$\Omega_D = \Omega_D^* + \left(0,196 \frac{\delta_{AB}^2}{T^*} \right) \quad (48)$$

$\Omega_D^* \rightarrow$ obtido da Equação (44).

$\delta_i \rightarrow$ momento dipolar da molécula i , μ_{pi} , dado em debyes.

$$\delta_{AB} = (\delta_A \delta_B)^{1/2} \quad (49) \quad \text{e} \quad \delta_i = \frac{1,94 \times 10^3 \mu_{pi}^2}{V_{bi} T_{bi}} \quad (50)$$

Diâmetro de colisão de Brokaw:

- para a molécula i :
$$\sigma_i = \left(\frac{1,585 V_{bi}}{(1 + 1,3 \delta_i^2)} \right)^{1/3} \quad (51)$$

- entre o par de moléculas A e B:
$$\sigma_{AB} = \sqrt{\sigma_A \sigma_B} \quad (52)$$

Energia máxima de atração de Brokaw:

- para a molécula i :
$$\frac{\varepsilon_i}{k} = 1,18 (1 + 1,3 \delta_i^2) T_{bi} \quad (53)$$

- entre o par de moléculas A e B:
$$\frac{\varepsilon_{AB}}{k} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_A}{k} \right) \left(\frac{\varepsilon_B}{k} \right)} \quad (54)$$

2.5 ESTIMATIVA DO D_{AB} A PARTIR DE UM D_{AB} CONHECIDO EM OUTRA TEMPERATURA E PRESSÃO

$$\frac{D_{AB}|_{T_2, P_2}}{D_{AB}|_{T_1, P_1}} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{3/2} \left(\frac{\Omega_D|_{T_1}}{\Omega_D|_{T_2}} \right) \quad (55)$$

$T_1, P_1 \rightarrow$ condições conhecidas.

$T_2, P_2 \rightarrow$ condições desconhecidas

Para $\Omega_{D_2} = \Omega_{D_1}$

$$\frac{D_{AB}|_{T_2, P_2}}{D_{AB}|_{T_1, P_1}} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1,75} \quad (56)$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO (04)

Estime o valor do coeficiente de difusão do vapor de água a 40°C e 1 atm em ar seco por intermédio das Equações (55) e (56). Compare os resultados obtidos com o valor experimental 0,288 cm²/s.

Solução:

a) Utilizando a Equação (55):
$$\frac{D_{AB}|_{T_2, P_2}}{D_{AB}|_{T_1, P_1}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} \left(\frac{\Omega_D|_{T_1}}{\Omega_D|_{T_2}}\right) \tag{1}$$

e da Tabela (1), temos o valor experimental para o DAB a 25°C é 0,26 cm²/s.

Dados: T=25°C, ΩD =1,368, P=1 atm, a Equação (1) fica:

$$D_{AB}|_{T=313,15K} = (0,26) \left(\frac{1}{1}\right) \left(\frac{313,15}{298,15}\right)^{3/2} \left(\frac{1,368}{\Omega_D|_{T=313,15K}}\right) = \frac{0,3829}{\Omega_D|_{T=313,15K}} \tag{2}$$

Cálculo da integral de colisão:

Temos: ε_{AB}/k = 266,56K. Sendo T= 40 + 273,15 = 313,15 K, a temperatura reduzida

é calculada por:
$$T^* = \frac{kT}{\epsilon_{AB}} = \frac{313,15}{266,56} = 1,1748$$

Substituindo na Equação (44) obtemos a expressão (3) como:

$$\Omega_D = \frac{1,06036}{T^{*0,15610}} + \frac{0,1930}{\exp(0,47635T^*)} + \frac{1,03587}{\exp(1,52996T^*)} + \frac{1,76474}{\exp(3,89411T^*)} = 1,3342$$

Substituindo (3) em (2):
$$D_{AB}|_{T=313,15K} = \frac{0,3829}{1,3342} = 0,287 \text{ cm}^2/\text{s} \tag{4}$$

cujos desvio relativo é:
$$DR = \left(\frac{cal - exp}{exp}\right) \times 100\% = \left(\frac{0,287 - 0,288}{0,288}\right) \times 100\% = -0,35\% \tag{5}$$

Caso o valor da ΩD não fosse corrigido, o que significa ΩD2 = ΩD1, o valor estimado para o DAB a 40°C seria 0,28 cm²/s, conduzindo a um desvio relativo igual a -2,78%. Apesar de este ser um desvio pequeno, ele é bem superior àquele obtido quando da correção da integral de colisão (-0,35%).

b) Utilizando a Equação (56):
$$\frac{D_{AB}|_{T_2, P_2}}{D_{AB}|_{T_1, P_1}} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1,75} \tag{6}$$

Dessa maneira:
$$D_{AB}|_{T=313,15K} = (0,26) \left(\frac{1}{1}\right) \left(\frac{313,15}{298,15}\right)^{1,75} = 0,283 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Com o desvio relativo de:
$$DR = \left(\frac{cal - exp}{exp}\right) \times 100\% = \left(\frac{0,283 - 0,288}{0,288}\right) \times 100\% = -1,74\% \tag{7}$$

Observe que esse resultado (-1,74%), apesar de ser maior do que o anterior é um bom resultado. Inclusive apresenta-se melhor do que aquele predito pela Equação (55) sem a influência do ΩD.

FONTE: CREMASCO (2002, p. 65 a 67).

2.6 COEFICIENTE DE DIFUSÃO DE UM SOLUTO EM MISTURA GASOSA DE MULTICOMPONENTES

Vimos a difusão de uma determinada espécie química A através de um meio constituído por outra ou pela mesma espécie química, compondo um sistema binário. No entanto, a espécie pode difundir em um meio composto de n espécies químicas, caracterizando a difusão de A numa mistura gasosa. Para um meio estagnado, podemos usar:

$$D_{1,M} = \frac{(1 - y_1)}{\sum_{\substack{i=2 \\ i \neq 1}}^n \frac{y_i}{D_{1,i}}} \quad (56)$$

$D_{1,M}$ → coeficiente de difusão do componente 1 na mistura;

$D_{1,i}$ → coeficiente de difusão do componente 1 no meio constituído do componente i .

y_i → $\frac{\text{concentração molar do componente } i}{\text{concentração molar total da mistura}}$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 67).

3 DIFUSÃO EM LÍQUIDOS

As velocidades de difusão de um líquido tendem a ser intermediárias entre as dos sólidos e as dos gases. O contato entre as moléculas de um líquido limitam até um certo ponto sua capacidade de se mover. Essa característica é responsável pela relativa lentidão em que um líquido se difunde através de outro.

3.1 DIFUSÃO DE NÃO ELETRÓLITOS EM SOLUÇÕES LÍQUIDAS DILUÍDAS

Um soluto não eletrólito em contato com uma solução líquida não se decompõe em íons, a difusão é a da molécula-soluto no meio.

Para o **potencial químico** (μ_A → da espécie A) ao considerarmos a idealidade da solução líquida, onde $\gamma_A = 1$ (coeficiente de atividade), temos:

$$\mu_A = \mu_A^* + kT \ln x_A \quad (57)$$

Força motriz → arraste causado pelo movimento (ação que o meio B, exerce sobre a molécula do soluto A ao ser transportado).

$$\vec{F} = 6\pi\mu_B \vec{r}_A' v_A \quad (58)$$

μ_B → viscosidade de B
 r_A → raio molecular de A
 v_A → velocidade relativa de A

$$\text{Equação de Stokes-Einstein} \rightarrow D_{AB}^0 = \frac{6\pi\mu_B r_A}{kT} \quad (59)$$

O sobrescrito “ 0 ” representa à diluição infinita do soluto A no solvente B.

De acordo com Cremasco (2002), a “mobilidade de A (D_{AB}^0) é devida à agitação térmica de meio B (kT). Esse fenômeno é conhecido como o **movimento browniano**, que é o resultado do impacto das moléculas B nas A, as quais adquirem a energia cinética média de B, que é traduzida em arraste”.

$$E_c = kT \quad (60)$$

Valores experimentais para o coeficiente de difusão em líquidos, em solução diluída, estão apresentados no Quadro 20;

QUADRO 20 – COEFICIENTE DE DIFUSÃO BINÁRIA EM LÍQUIDOS EM DILUIÇÃO INFINITA

Sistema Soluto/solvente	T (K)	$D_{0,AB} \times 10^5$ (cm ² /s)	Sistema Soluto/solvente	T (K)	$D_{0,AB} \times 10^5$ (cm ² /s)
acetona/CCl ₄	298,15	1,70	ácido acético/acetona	298	3,31
argônio/CCl ₄	298,15	3,63	ácido benzoico/acetona	298	2,62
benzeno/CCl ₄	298,15	1,54	ácido acético/benzeno	298	2,09
ciclohexano/CCl ₄	298,15	1,27	etanol/benzeno	280,6	1,77
etano/CCl ₄	298,15	2,36	etanol/benzeno	298	3,82
etanol/CCl ₄	298,15	1,95	naftaleno/benzeno	280,6	1,19
heptano/CCl ₄	298,15	1,13	CCl ₄ /benzeno	298	1,92
hexano/CCl ₄	298,15	1,49	acetona/clorofórmio	288	2,36
isooctano/CCl ₄	298,15	1,34	benzeno/clorofórmio	288	2,51
metano/CCl ₄	298,15	2,97	etanol/clorofórmio	288	2,20

metanol/ CCl_4	298,15	2,61	acetona/tolueno	293	2,93
nitrogênio/ CCl_4	298,15	3,54	ácido acético/ tolueno	298	2,26
oxigênio/ CCl_4	298,15	3,77	ácido benzoico/ tolueno	293	1,74
pentano/ CCl_4	298,15	1,57	etanol/tolueno	288	3,00
tolueno/ CCl_4	298,15	1,40	água/anilina	293	0,70
argônio/hexano	298,15	8,50	água/etanol	298	1,132
metano/hexano	298,15	8,69	água/etileno glicol	293	0,18
etano/hexano	298,15	5,79	água/glicerol	298	0,0083
pentano/hexano	298,15	4,59	água/n-propanol	288	0,87
ciclohexano/ hexano	298,15	3,77	H_2 /água	298	4,8
heptano/hexano	298,15	3,78	O_2 /água	298	2,41
isooctano/hexano	298,15	3,38	N_2 /água	298	3,47
benzeno/hexano	298,15	4,64	amônia/água	298	1,64
tolueno/hexano	298,15	4,21	benzeno/água	298	1,02
acetona/hexano	298,15	5,26	etanol/água	298	0,84
CCl_4 /hexano	298,15	3,70	metanol/água	298	0,84

FONTE: CREMASCO (2002, p. 76)



Caro(a) acadêmico(a), para implementar o estudo da difusão de não eletrólitos em soluções líquidas diluídas, é importante conhecer as correlações que utilizam o volume de Tyn e Calus, volume molar a T_b e o raio de giro. Para isso, sugiro a leitura do conteúdo do livro: CREMASCO, Marco Aurélio. **Fundamentos de Transferência de Massa**. Campinas: UNICAMP, 2002, p. 75 - 87.

3.2 DIFUSÃO DE NÃO ELETRÓLITOS EM SOLUÇÕES LÍQUIDAS CONCENTRADAS

Em soluções líquidas concentradas, o meio difusivo será a mistura de soluto e solvente e, considerando-os diferentes, teremos uma solução não-ideal $\gamma_A \neq 1$.

$$\text{Fluxo difusivo} \rightarrow J_{A,z} = -C D_{AB}^* \left[1 + \frac{d \ln \gamma_A}{d \ln x_A} \right] \frac{dx_A}{dz} \quad (61)$$

o termo, $\alpha = 1 + \frac{d \ln \gamma_A}{d \ln x_A} \rightarrow$ influência da concentração da solução líquida (62)

resulta em: $D_{AB} = \alpha D_{AB}^* \quad (63)$

Correlação de Wilke $\rightarrow \mu_{AB} D_{AB} = x_A \mu_A D_{BA} + x_B \mu_B D_{AB} \quad (64)$

Correlação de Leffler e Cullinan $\rightarrow \mu_{AB} D_{AB} = \left(x_A \mu_A D_{BA} \right)^{x_A} \left(x_B \mu_B D_{AB} \right)^{x_B} \quad (65)$



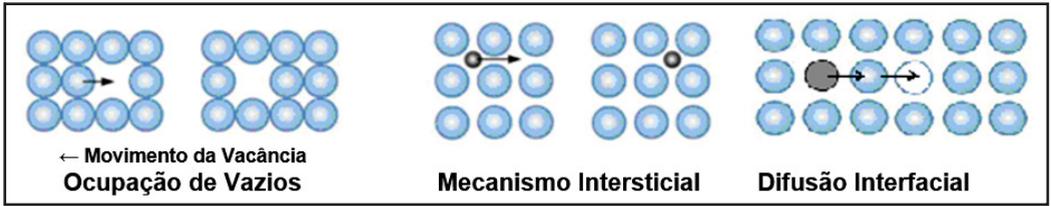
Para implementar o estudo da difusão em líquidos, é importante conhecer a Difusão de eletrólitos em soluções líquidas diluídas e em soluções líquidas concentradas. Para isto, sugiro a leitura do conteúdo do livro: CREMASCO, Marco Aurélio. **Fundamentos de Transferência de Massa**. Campinas: UNICAMP, 2002, p. 95 a 107.

4 DIFUSÃO EM SÓLIDOS CRISTALINOS

A penetração de um átomo pela estrutura em rede cristalina é mais lenta e mais difícil que nos meios difusivos gasosos e líquidos. O movimento dos átomos é a ocupação de vazios, por falhas da estrutura cristalina do sólido.

- **Difusão por vacâncias** – é necessária a presença de vazios, havendo movimentação de íons (vacâncias) para posições desocupadas na rede – Figura 46.
- **Difusão Intersticial** – é resultante do movimento de íons nos interstícios da rede, e geralmente ocorre pela presença de impurezas – Figura 46.
- **Difusão Interfacial** - Às vezes, os átomos do soluto e da matriz são do mesmo tamanho, de modo que o primeiro empurra o segundo, ocupando-lhe o espaço – Figura 46.

FIGURA 46 – DIFUSÃO EM SÓLIDOS CRISTALINHOS



FONTE: CREMASCO (2002, p. 109)

4.1 FATORES QUE INFLUENCIAM NA DIFUSÃO

A energia de ativação do átomo deve ser alta o suficiente para vencer a “barreira energética” Q , que é denominada energia de ativação.

- **Espécie difusora** – tanto a espécie difusora quanto o material hospedeiro influenciam na taxa na qual os átomos difundem. Para um átomo mover-se de posição para outra, é necessário vencer uma barreira de energia. Q geralmente é maior no mecanismo de difusão por vacâncias. Outras influências da espécie difusora: o tamanho; cátions difundem mais rápido do que ânions; estrutura hospedeira e a condutividade elétrica.
- **Temperatura** – quanto maior a temperatura, maior é a taxa de difusão. Ponto de fusão - quanto maior o ponto de fusão, maior é o coeficiente de difusão.
- **Tempo** – quanto maior o tempo, maior será a quantidade difundida.
- **Pressão** – quanto maior a pressão externa, mais fácil ocorrerá difusão.



CURIOSIDADE

O que acontece se um sólido for mantido por um curto período de tempo a uma elevada temperatura e resfriado rapidamente?

R: O processo de difusão é interrompido, “congelando” uma estrutura fora do equilíbrio, gerando novos defeitos e novas propriedades.

4.2 COEFICIENTE DE DIFUSÃO

$$D_{AB} = D_0 e^{-\frac{Q}{RT}} \tag{57}$$

- em que: $Q \rightarrow$ energia de ativação difusional (cal/mol);
- $R \rightarrow$ constante dos gases ($1,987 cal/mol \cdot K$);
- $T \rightarrow$ temperatura absoluta (K);
- $D_0 \rightarrow$ coeficiente de difusão (cm^2 / s);

O Quadro 21 apresenta valores para D_0 e Q para diversos pares soluto-sólido cristalinos.

QUADRO 21 – PARÂMETROS RELACIONADOS COM A DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE DE ÁTOMOS EM SÓLIDOS

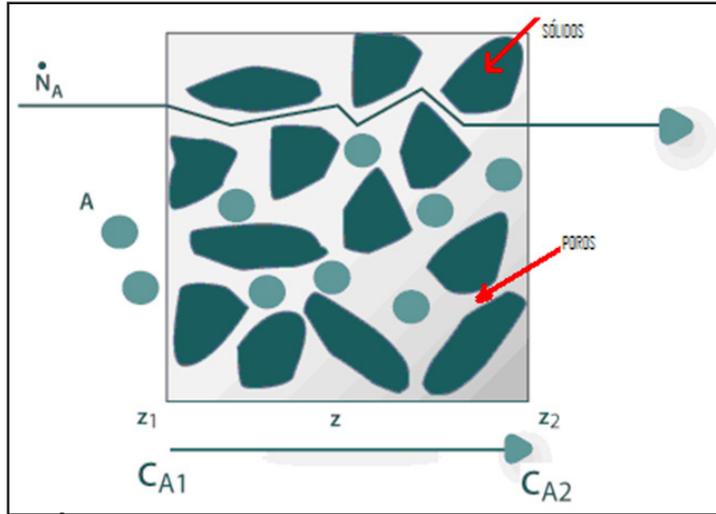
DIFUNDENTE	SÓLIDO CRISTALINO	D_0 (cm^2/s)	Q (cal/mol)
carbono	ferro cfc	0,21	33.800
carbono	ferro ccc	0,0079	18.100
Ferro	ferro cfc	0,58	67.900
Ferro	ferro ccc	5,8	59.700
níquel	ferro cfc	0,5	66.000
manganês	ferro cfc	0,35	67.500
Zinco	cobre	0,033	38.000
cobre	alumínio	2,0	33.900
cobre	cobre	11,0	57.200
Prata	prata (cristal)	0,72	45.000
Prata	prata (contorno de grão)	0,14	21.500

FONTE: CREMASCO (2002, p. 110)

5 DIFUSÃO EM SÓLIDOS POROSOS

Um sólido poroso, de acordo com Cremasco (2002), “apresenta distribuição (ou não) de poros e geometrias interna e externa peculiares que determinam a mobilidade do difundente”.

FIGURA 47 – DIFUSÃO DE A ATRAVÉS DE UM CORPO POROSO



FONTE: Disponível em: <http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=%20com_content&task=view&id=249&Itemid=423>. Acesso em: 11 maio 2009.

Os regimes de difusão em relação à dimensão da abertura média dos poros são classificados em:

- difusão de Fick ou difusão ordinária;
- difusão de Knudsen;
- difusão configuracional.



Para implementar o estudo da difusão em sólidos porosos, é importante conhecer os regimes de difusão ordinária, Knudsen e configuracional. Para isso, sugiro a leitura do conteúdo do livro: CREMASCO, Marco Aurélio. **Fundamentos de Transferência de Massa**. Campinas: UNICAMP, p. 113 a 118.

6 DIFUSÃO EM MEMBRANAS

“As membranas são utilizadas em diversos processos de separação, tais como osmose inversa, ultrafiltração, diálise, pervaporação, perpectração. Elas atuam, independente das aplicações, como barreiras que separam dois fluídos, a serem vencidas pelo soluto.” (CREMASCO, 2002, p. 118).

A difusão do soluto será regida pela equação da 1ª lei de Fick e o coeficiente efetivo de difusão por uma expressão tipo Arrhenius:

$$D_{Ame} = D_0 e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (58)$$

onde: $Q \rightarrow$ energia de ativação difusional (cal/mol); $R \rightarrow$ constantes dos gases (1,987 cal/mol.K); $T \rightarrow$ temperatura absoluta (K); $D_0 \rightarrow$ mobilidade do soluto pelos espaços vazios provocada pelo movimento dos segmentos poliméricos, sem a necessidade de saltos energéticos. A Tabela (1.17) do livro de Cremasco (2002, p. 118) apresenta valores para D_0 e Q para diversos pares soluto-polímero.

LEITURA COMPLEMENTAR

EXTRAÇÃO

A Extração é uma Operação Unitária integrada no conjunto das Operações Baseadas na Transferência de Massa. Dentro deste conjunto de operações a Extração é, à semelhança da Destilação, uma das operações que costuma ser projetada com base no conceito de Andar em Equilíbrio. De fato, o mecanismo subjacente à operação de Extração baseia-se no Equilíbrio Líquido/Líquido. A remoção do componente da mistura que se pretende separar (soluto) é induzida pela adição de um novo composto ao sistema (solvente), o qual tem mais afinidade para o soluto do que o diluente onde este estava inicialmente dissolvido (alimentação). Por outro lado, o solvente adicionado deve ser tão imiscível quanto possível com o diluente da alimentação. É esta diferença de solubilidade que permite a separação, ou seja, que o soluto seja retirado à alimentação. Quanto maior a diferença de solubilidades mais fácil é a separação. As correntes que deixam cada unidade do extrator supõem-se em equilíbrio.

A mistura a separar por extração pode ser sólida ou líquida. No primeiro caso falamos de Lixiviação (comum nas indústrias extrativas ou na produção de óleos vegetais), no segundo caso falamos de Extração Líquido/Líquido. Hoje em dia fala-se também muito de Extração Supercrítica, quando o processo de extração é conduzido em condições extremas de pressão e temperatura (temperaturas extremamente negativas) o que permite usar como solventes substâncias que são gases à pressão e temperatura ambiente, como é o caso do CO_2 . Deste modo evita-se a utilização dos solventes orgânicos característicos dos processos extrativos, embora com custos econômicos acrescidos, pelo que estes processos usam-se apenas na purificação de compostos de alto valor acrescentado. Nos processos de extração mais comuns a operação decorre normalmente à pressão atmosférica e à temperatura ambiente.

A extração não é, normalmente, uma operação de primeira linha, optando-se geralmente por esta operação apenas quando a destilação não é uma opção viável (caso das misturas com compostos com volatilidades relativas próximas da unidade, com azeótropos ou com compostos sensíveis à temperatura). De fato, a extração, só por si, não resolve totalmente o problema da separação, sendo necessário, posteriormente, separar o soluto do novo solvente, o que se faz, normalmente, por destilação (a nova mistura é muito mais fácil de separar por destilação do que a alimentação inicial). Contudo, há muitas situações para as quais a solução extração mais destilação é mais econômica do que apenas a destilação da mistura inicial.

Hoje em dia começam a se impor também os processos híbridos como é o caso da Destilação Extrativa.

- Alguns exemplos de aplicação da operação de extração:
- recuperação do ácido acético de efluentes aquosos;
- remoção do fenol na produção de policarbonato;
- produção de essências para o fabrico de perfumes ou aditivos alimentares;
- produção de piridina para fins farmacêuticos etc.

FIGURA 48 – COLUNAS DE EXTRAÇÃO PARA A RECUPERAÇÃO E PURIFICAÇÃO DE ADITIVOS ALIMENTARES



FONTE: Disponível em: <http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=34&Itemid=147>. Acesso em: 13 mai 2009.

RESUMO DO TÓPICO 1

Caro(a) acadêmico(a)! Neste primeiro tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- A transferência de massa como o transporte de uma espécie da solução fluida de uma região de maior para uma região de menor concentração. Este pode ser sólido, líquido ou gasoso.
- Massa é transferida na direção de redução do gradiente de concentração existente e cessa quando o gradiente de concentração for reduzido a zero.
- Os conceitos básicos, definições, propriedades, equações da difusão molecular em gases, líquidos, sólidos, sistemas de multicomponentes e em membranas.
- O estudo da taxa para a difusão mássica, a Lei de Fick.



Chegamos ao final deste primeiro t3pico. Para reforar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exerc3cios:

- 1 Um g3s A difunde-se em diversos sistemas: g3s B e dois s3lidos porosos C (tecido de algod3o) e D (tecido sint3tico de acr3lico). Para cada situa3o, haver3 uma difus3o m3ssica associada, com o representado a seguir:

Sistema	S3lido poroso C $d > \lambda$	G3s B ($M_A \cong M_B$)	S3lido poroso D $d \cong \lambda$
Difus3o de A	D_{AC}^{eff}	D_{AB}	D_{AD}^{eff}

A vari3vel "d" = di3metro m3dio dos poros; λ = caminho livre m3dio; M_i = peso molecular da esp3cie "i". Ordene de forma crescente os valores esperados destes coeficientes. Justifique o procedimento.

- 2 (CRESMASCO, 2002) Determine o valor do coeficiente de autodifus3o para o h3lio nas condi3es especiais do exerc3cio resolvido (01), onde $\Omega = 12,601 \times 10^4 \text{ cm/s}$ e $\lambda = 2,659 \times 10^{-5} \text{ cm}$. Compare com o valor experimental que 3 $D_{AA} = 1,67 \text{ cm}^2/\text{s}$.
- 3 (CRESMASCO, 2002) Determine o valor do coeficiente de difus3o do H_2 em N_2 a 15°C e 1 atm. Compare o resultado obtido com o valor experimental encontrado na Tabela 1 do texto.

Dados:

esp3cies	$D (^{\circ}A)^*$	M(g/gmol)
H_2	0,60	2,016
N_2	1,40	28,013

* Di3metro at3mico

- 4 (CRESMASCO, 2002) Refa3a o exerc3cio 3, utilizando a correla3o de Fuller, Schetter e Giddings.
- 5 (CREMASCO, 2002) Estime o valor da difusividade do carbono em Fe(ccc) e em Fe(cfc) a 1.000°C . Analise os resultados obtidos.

6 Utilizando-se os valores dos coeficientes de difusão em diluição infinita presentes no quadro 20 do texto, estime o D_{AB} para o sistema CCl_4 /hexano a 25°C , no qual a fração molar do hexano é 0,43. A essa temperatura, as viscosidades da solução, do tetracloreto de carbono e do hexano são, respectivamente, 0,515 cp, 0,86 cp e 0,30 cp. O gradiente de atividade para esse sistema, em que A é o hexano e o CCl_4 é a espécie B, é (BIDLACK; ANDERSON, 1964):

$1 + \frac{d \ln \gamma_A}{d \ln x_A} = 1 - 0,354 x_A x_B$ Compare o resultado obtido com o valor experimental $2,36 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ e utilize as correlações de Wilke, Equação (64), e de Leffler e Cullinan, Equação (65), para estimar o $^*D_{AB}$.

DIFUSÃO EM REGIME PERMANENTE SEM REAÇÃO QUÍMICA

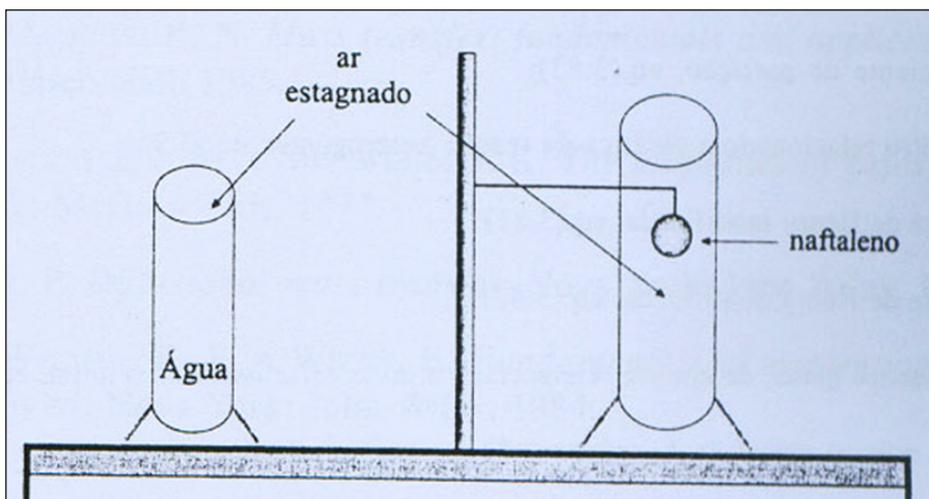
1 INTRODUÇÃO

Este tópico irá estudar alguns fenômenos físicos da difusão em fluidos estagnados. Tendo em vista a característica do meio de transporte, o fluxo global de matéria é governado pela contribuição difusiva.

2 DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE

Em situações como a evaporação da água no interior de um capilar, conforme pode ser observado na Figura 49, o fluxo do soluto (vapor de água) em duas direções é tão pequeno a ponto de ser desprezível em face a uma terceira.

FIGURA 49 – DIFUSÃO EM UM MEIO INERTE SEM ACÚMULO



FONTE: CREMASCO (2002, p. 201)

Os resultados desta hipótese podem ser observados no Quadro 22.

QUADRO 22 – EQUAÇÕES DA CONTINUIDADE PARA A ESPÉCIE A EM TERMOS DO SEU FLUXO UNIDIMENSIONAL ABSOLUTO MÁSSICO E MOLAR

Equações da continuidade para a espécie A em termos de seu fluxo unidimensional absoluto mássico	Equações da continuidade para a espécie A em termos de seu fluxo unidimensional absoluto molar
Coordenada retangular: $\frac{d}{dz} n_{A,z} = 0 \quad (1)$	Coordenada retangular: $\frac{d}{dz} N_{A,z} = 0 \quad (4)$
Coordenada cilíndrica: $\frac{d}{dr} (n_{A,r}) = 0 \quad (2)$	Coordenada cilíndrica: $\frac{d}{dr} (N_{A,r}) = 0 \quad (5)$
Coordenada esférica: $\frac{d}{dr} (r^2 n_{A,r}) = 0 \quad (3)$	Coordenada esférica: $\frac{d}{dr} (r^2 N_{A,r}) = 0 \quad (6)$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 203)

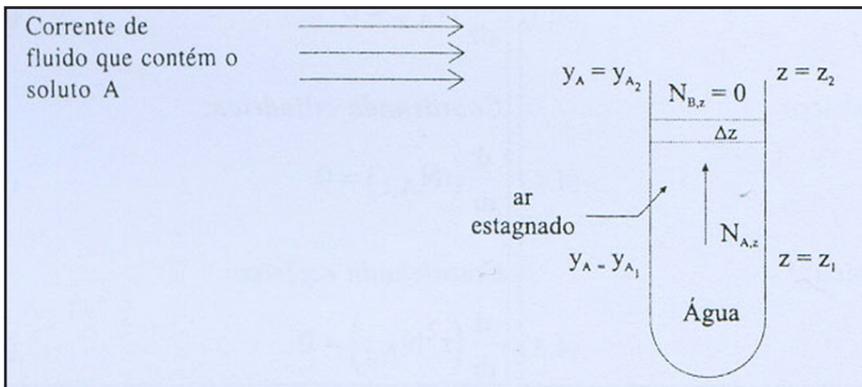
As equações 1 e 4 nos mostram o fluxo de matéria constante: $n_{A,z} = \text{cte}$ e $N_{A,z} = \text{cte}$. As demais equações mostram que a taxa de matéria é que vem a ser constante.

De acordo com Cremasco (2002, p. 204), “seja qual for o sistema de coordenadas, as equações presentes no quadro XX carecem de informações sobre o fluxo de matéria”.

2.1 DIFUSÃO EM REGIME PERMANENTE ATRAVÉS DE FILME GASOSO INERTE E ESTAGNADO

Vamos determinar a distribuição da concentração de A. Imagine um capilar de 10 cm contendo 1 cm de água, conforme representado na figura 50:

FIGURA 50 – DIFUSÃO ATRAVÉS DE FILME GASOSO INERTE E ESTAGNADO



FONTE: CREMASCO (2002, p. 204)

O capilar é posto em um ambiente em que há pouca ventilação. Assume-se que o ar seco no interior do capilar esteja estagnado e o seu fluxo líquido global é nulo ou $N_{B,z}=0$. A equação da continuidade molar (eq. 4) rege a distribuição da concentração do vapor de água no meio estagnado. O fluxo global molar da espécie A referenciado a um eixo estacionário, por sua vez, advém da equação (eq. 7):

$$N_{A,z} = -CD_{AB} \frac{dy_A}{dz} + y_A(N_{A,z} + N_{B,z}) \quad (\text{eq. 7})$$

Onde:

$N_{A,z}$ = fluxo molar de A, em ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-2} \cdot \text{T}^{-1}$)

C = concentração molar da mistura, em ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-3}$)

D_{AB} = coeficiente de difusão do soluto A no meio B, em ($\text{L}^2 \cdot \text{T}^{-1}$)

y_A = fração molar, na fase gasosa, da espécie A, em (adimensional)

Substituindo $N_{B,z} = 0$ na equação (eq. 7), temos:

$$N_{A,z} = -\frac{CD_{AB}}{1-y_A} \frac{dy_A}{dz} \quad (\text{eq. 8})$$

Substituindo a equação (eq. 8) na eq. (eq. 4), temos:

$$\frac{d}{dz} \left(-\frac{CD_{AB}}{1-y_A} \frac{dy_A}{dz} \right) = 0 \quad (\text{eq. 9})$$

Considerando o meio em que há o transporte como uma mistura gasosa ideal com temperatura e pressão constantes, a concentração total da mistura também o será. Admitindo difusão ordinária, na qual o D_{AB} independe da concentração do soluto, retoma-se a equação (eq. 9) segundo:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{1}{1-y_A} \frac{dy_A}{dz} \right) = 0 \quad (\text{eq. 10})$$

Que está sujeita às condições de contorno, que devem ser observadas na Figura 50:

$$\text{C.C.1:} \quad z=z_1; \quad Y_A=y_{A1}$$

$$\text{C.C.2:} \quad z=z_2; \quad Y_A=y_{A2}$$

Integrando a equação (eq. 10) duas vezes temos:

$$-\ln(1 - y_A) = C_1 z + C_2 \quad (\text{eq. 11})$$

Aplicando as condições de contorno na equação (eq. 11), temos:

$$\left(\frac{1 - y_A}{1 - y_{A_1}} \right) = \left(\frac{1 - y_{A_2}}{1 - y_{A_1}} \right)^{\frac{z - z_1}{z_2 - z_1}} \quad (\text{eq. 12})$$

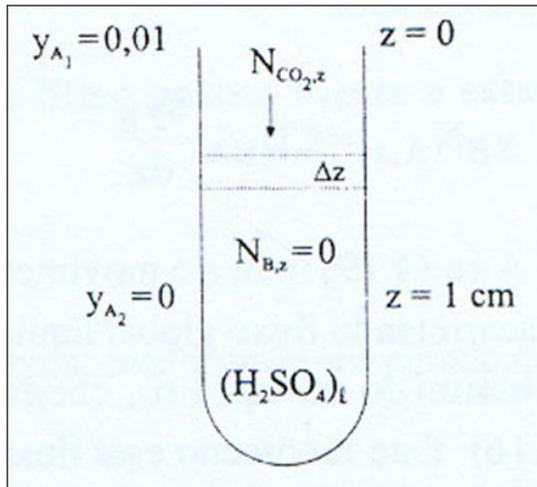
Sendo uma mistura binária, onde $y_A + y_B = 1$, isso nos permite reescrever a equação (eq. 12) como:

$$\left(\frac{y_B}{y_{B_1}} \right) = \left(\frac{y_{B_2}}{y_{B_1}} \right)^{\frac{z - z_1}{z_2 - z_1}} \quad (\text{eq. 13})$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Obtenha a distribuição da fração molar do dióxido de carbono que se difunde em uma película estagnada de ar seco de 1 cm de profundidade a 1 atm e 25°C. Essa película está num capilar, o qual contém ácido sulfúrico. O CO₂ é absorvido instantaneamente ao atingir o líquido. A concentração do CO₂ na boca do capilar é 1% em mols.



SOLUÇÃO:

Utilizando a equação (eq. 12):

$$\left(\frac{1-y_A}{1-y_{A_1}}\right) = \left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}} \quad \text{ou} \quad y_A = 1 - (1-y_{A_1}) \left(\frac{1-y_{A_2}}{1-y_{A_1}}\right)^{\frac{z-z_1}{z_2-z_1}}$$

Admitimos as condições de contorno como:

Em $z = z_1 = 0 \rightarrow y_A = y_{A_1} = 0,01$

Em $z = z_2 = 1\text{cm} \rightarrow y_A = y_{A_2} = 0$ (A é absorvido instantaneamente)

Então: $y_A = 1 - 0,99 \left(\frac{1}{0,99}\right)^z$, do qual podemos construir a tabela:

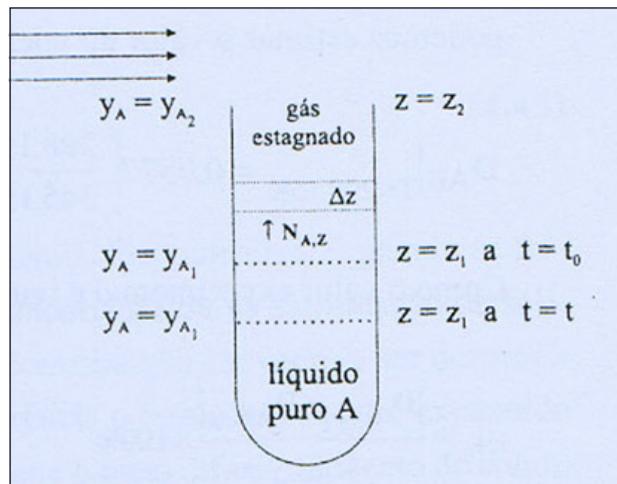
z (cm)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
y_A	0,01	0,008	0,006	0,004	0,002	0,00

FONTE: Extraído e adaptado de: CREMASCO (2002, p. 208)

2.2 DIFUSÃO PSEUDOESTACIONÁRIA NUM FILME GASOSO ESTAGNADO

Na Figura 51, podemos observar um capilar semipreenchido por um líquido volátil A. Supondo que sobre esse líquido exista um filme gasoso estagnado, deseja-se avaliar o coeficiente de difusão do vapor de A nesta película.

FIGURA 51 – REGIME PSEUDO ESTACIONÁRIO EM COORDENADA RETANGULAR



FONTE: CREMASCO (2002, p. 220)

Após intervalo de tempo considerável, nota-se a variação do nível do líquido, a partir do topo do capilar, segundo:

Para $t = t_0$ (tempo inicial de observação) o nível está em $z_1 = z_1(t_0)$

Para $t = t$ (tempo final da observação) o nível está em $z_1 = z_1(t)$

Como o fenômeno difusivo ocorre na fase gasosa, o balanço material é feito nessa fase. O nível do líquido delimita a região de transferência; portanto, esse nível é uma fronteira. Nesta, a concentração do soluto estará sempre relacionada à sua pressão de vapor. A difusão ocorre em regime permanente com a variação lenta da superfície de contato. O fluxo global de matéria é dado pela equação:

$$N_{A,z} = \left(\frac{CD_{AB}}{z} \right) \left(\frac{y_{A_1} - y_{A_2}}{y_{B,médio}} \right) \quad (\text{eq. 14})$$

Com $z = z_2 - z_1$. Observe na Figura 51 a variação temporal da fronteira da região difusiva. O fluxo global de A, portanto, é determinado devido a essa variação como:

$$N_{A,z} = \left(\frac{\rho_{A_l}}{M_A} \right) \left(\frac{dz}{dt} \right) \quad (\text{eq. 15})$$

Onde:

ρ_{A_l} = massa específica de A quando líquido

M_A = massa molecular de A quando líquido

Em condição pseudoestacionária, igualam-se as equações (eq. 14) e (eq. 15):

$$\frac{CD_{AB}(y_{A_1} - y_{A_2})}{zy_{B,médio}} = \left(\frac{\rho_{A_l}}{M_A} \right) \frac{dz}{dt} \quad (\text{eq. 16})$$

Se a temperatura e a pressão do sistema estiverem constantes, e a equação (eq. 16) é integrada de $t=0$ a $t=1$ com $z=z(t_0)=z_{t_0}$ a $z=z(t)=z_t$ respectivamente.

$$\int_0^t dt = \left(\frac{\rho_{A_L}}{M_A} \right) \frac{y_{B,\text{médio}}}{CD_{AB}(y_{A_1} - y_{A_2})} \int_{z_{i,0}}^{z_i} z dz$$

Efetuada as integrações, chegamos a:

$$D_{AB} = \left(\frac{\rho_{A_L}}{M_A} \right) \frac{y_{B,\text{médio}}}{C(y_{A_1} - y_{A_2})t} \left(\frac{z_i^2 - z_{i,0}^2}{2} \right) \quad (\text{eq.17})$$

$$y_{B,\text{médio}} = \frac{(y_{B_2} - y_{B_1})}{\ln(y_{B_2} / y_{B_1})}$$

A partir da equação (eq. 17), podemos determinar a difusão de A em B.

Para determinar os coeficientes de difusão, podemos recorrer ao quadro 20.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um capilar de 30 cm de altura contém 2 cm de etanol. Calcule o tempo necessário para que o nível do álcool decresça em 0,02 cm, considerando que o capilar esteja preenchido por ar seco e estagnado a 1 atm e 25°C. Suponha que o valor de etanol é totalmente arrastado no topo do capilar. Nessas condições, são conhecidos:

$$\rho_{A_L} = 0,787 \text{ g / cm}^3$$

$$P_A^{\text{vap}} = 58,62 \text{ mmHg}$$

$$M_A = 46,069 \text{ g / gmol}$$

Onde, A é etanol e B é ar seco.

SOLUÇÃO:

Utilizamos a equação: $D_{AB} = \left(\frac{\rho_{A_i}}{M_A} \right) \frac{y_{B,\text{médio}}}{C(y_{A_1} - y_{A_2})} t \left(\frac{z_i^2 - z_{i0}^2}{2} \right)$

a) Cálculo de $y_{B,\text{médio}}$:

$$y_{B,\text{médio}} = \frac{(y_{B_2} - y_{B_1})}{\ln(y_{B_2} / y_{B_1})}$$

Considerando 2, a fronteira no topo do tubo, a concentração de A será nula, pois este soluto é arrastado pela corrente de ar, portanto $y_{A_2}=0$, no que resulta:

$$y_{B_2} = 1 - y_{A_2} \rightarrow y_{B_2} = 1$$

Na fronteira 1, está a interface gás-líquido. Neste contorno, a fração molar de A é:

$$y_{A_1} = \frac{P_A^{\text{vap}}}{P} = \frac{58,62}{760} = 0,0771$$

Assim:

$$y_{B_1} = 1 - y_{A_1} = 0,9229$$

Assim, podemos determinar $y_{B,\text{médio}}$:

$$y_{B,\text{médio}} = \frac{1 - 0,0771}{\ln(1 / 0,9229)} = 0,961$$

b) Cálculo de C, admitindo que a mistura gasosa venha a ser ideal, temos que:

$$C = \frac{P}{RT} = \frac{1}{(82,05)(298,15)} = 40,88 \times 10^{-6} \text{ (gmol / cm}^3\text{)}$$

c) Determinação do D_{AB} (ar/etanol) utilizando o quadro 20:

$$D_{AB} = 0,132 \text{ cm}^2/\text{s}$$

d) Determinação do termo relacionado à variação da fronteira:

$$\left(\frac{z_i^2 - z_{i0}^2}{2} \right) = \frac{(28,02)^2 - (28,0)^2}{2} = 0,5602$$

Sendo a massa molecular do etanol 46,069 g/gmol, aplicamos então na equação:

$$D_{AB} = \left(\frac{\rho_{A_i}}{M_A} \right) \frac{y_{B,\text{médio}}}{C(y_{A_1} - y_{A_2})t} \left(\frac{z_i^2 - z_{i0}^2}{2} \right)$$

Que irá resultar em:

$$t = \left(\frac{0,787}{46,069} \right) \frac{(0,961)(0,5602)}{(40,88 \times 10^{-6})(0,0771 - 0)(0,132)} = 22095,2s \cong 6h$$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 221)

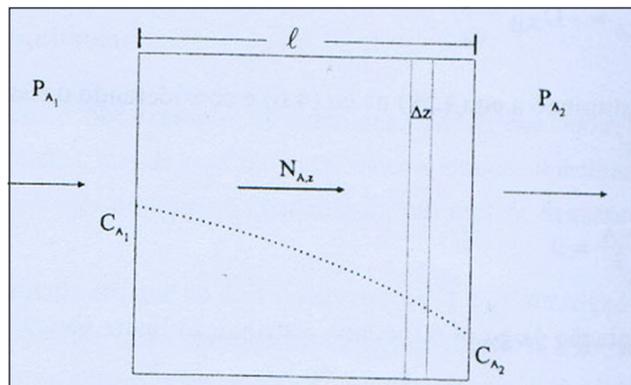
2.3 DIFUSÃO EM MEMBRANAS FICKIANAS

De acordo com Cremasco (2002, p. 229), “a característica básica de uma membrana fickiana é que a difusão do penetrante obedece à lei ordinária da difusão. Para que isso ocorra, a mobilidade do soluto deve ser muito menor se comparada à mobilidade dos segmentos de polímero da cadeia polimérica. Uma consequência disso é que o coeficiente efetivo de difusão independe da concentração do penetrante na membrana”.

Considere a difusão de um gás por uma membrana polimérica amorfa que não apresente variação de volume. O mecanismo difusivo, para esta situação, pode ser descrito segundo as seguintes etapas, que devem ser observadas na Figura 52.

- adsorção do gás na superfície da membrana;
- difusão do gás através da matriz polimérica, e
- desorção do soluto na outra face da membrana.

FIGURA 52 – DIFUSÃO EM REGIME PERMANENTE ATRAVÉS DE UMA MATRIZ POLIMÉRICA



FONTE: CREMASCO (2002, p. 229)

A força motriz para o transporte do difundente é a diferença de concentração (ou pressão parcial, dependendo do fenômeno) entre a alimentação do gás e a sua saída. Devido às características da membrana, o fluxo global do soluto será governado pela contribuição difusiva, que é particularmente válida quando o penetrante apresenta baixa solubilidade em relação ao material de que é feita a membrana. Além do fluxo global, a distribuição de concentração do soluto no interior da matriz polimérica é análoga à descrição encontrada quando se trabalha com a contradifusão equimolar, cujo fluxo é dado pela equação (eq. 18):

$$N_{A,z} = -\frac{D_{AB}}{z_2 - z_1} (C_{A_2} - C_{A_1}) \quad (\text{eq. 18})$$

Admite-se nas interfaces da matriz polimérica uma relação de equilíbrio semelhante à lei de Henry, a qual relaciona as composições do soluto no interior e fora da membrana por:

$$C_A = SP_A \quad (\text{eq. 19})$$

Onde:

S é a solubilidade do difundente na membrana, em $(L^3 \cdot T^{-2} \cdot F^{-1})$

P_A é a pressão parcial da espécie A, em $(F \cdot L^{-2})$

Substituindo a equação (eq. 19) na equação (eq. 18) e denominando $z_2 - z_1 = \ell$ como a espessura da matriz, obtém-se:

$$N_{A,z} = \frac{D_{Ame} S}{\ell} (P_{A_1} - P_{A_2}) \quad (\text{eq. 20})$$

Onde:

ℓ é a espessura da membrana, em (L)

Se chamarmos $P_E \equiv SD_{Ame}$ de constante de permeabilidade, a equação (eq. 20) pode ser reescrita como:

$$N_{A,z} = \frac{P_E}{\ell} (P_{A_1} - P_{A_2}) \quad (\text{eq. 21})$$

Onde:

P_E é a permeabilidade, em $(L^2 \cdot T^{-1} \cdot F^{-1})$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Calcule o fluxo molar do O₂ gasoso através de uma membrana de polibutadieno de 0,5 mm de espessura que está a 30°C. A pressão parcial do difundente é 0,5 atm em uma das regiões que envolvem a matriz e nula na extremidade oposta. A permeabilidade é

$$191[(\text{cm}^3 \text{ à STP})(\text{mm.de.espessura})X10^{-10} /(\text{cm}^3)(\text{s})(\text{cmHg})]$$

Condições STP: A permeabilidade é definida como 1 cm³ de um gás a 0°C e 1 atm que difunde por segundo através de uma membrana de 1 cm² de área e 1 cm de espessura, devido a um gradiente de pressão de 1 atm.

SOLUÇÃO:

$$N_{A,z} = \frac{P_E}{\ell} (P_{A_1} - P_{A_2})$$

Existe a necessidade de transformar as unidades de pressão da pressão parcial de atm para cmHg, ou seja, 1 atm = 76 cmHg. Portanto:

$$\begin{aligned} N_{A,z} &= \frac{P_E}{\ell} (P_{A_1} - P_{A_2}) = \frac{(1,91X10^{-8})(76)(0,5 - 0)}{0,5} \\ &= 1,45X10^{-6} [(g\text{mol})(\text{cm}^3 \text{ à STP})/(\text{cm}^3)(\text{cm}^2)(\text{s})] \end{aligned}$$

FONTE: Extraído e adaptado de: (CREMASCO, 2002, p. 231)

RESUMO DO TÓPICO 2

Caro(a) acadêmico(a)! Neste segundo tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- Na difusão unidimensional em regime permanente, podemos considerar as equações da continuidade para a espécie A em termos do seu fluxo unidimensional absoluto mássico e molar.

Equações da continuidade para a espécie A em termos de seu fluxo unidimensional absoluto mássico	Equações da continuidade para a espécie A em termos de seu fluxo unidimensional absoluto molar
Coordenada retangular: $\frac{d}{dz} n_{A,z} = 0 \quad (1)$	Coordenada retangular: $\frac{d}{dz} N_{A,z} = 0 \quad (4)$
Coordenada cilíndrica: $\frac{d}{dz} (r n_{A,r}) = 0 \quad (2)$	Coordenada cilíndrica: $\frac{d}{dz} (r^2 n_{A,r}) = 0 \quad (5)$
Coordenada esférica: $\frac{d}{dz} (r^2 n_{A,r}) = 0 \quad (3)$	Coordenada esférica: $\frac{d}{dz} (r^2 N_{A,r}) = 0 \quad (6)$

FONTE: CREMASCO (2002, p. 203)

- Na difusão em regime permanente através de filme gasoso inerte e estagnado, o fluxo molar da espécie A referenciado a um eixo estacionário, pode ser determinado pela equação $N_{A,z} = -CD_{AB} \frac{dy_A}{dz} + y_A (N_{A,z} + N_{B,z})$.
- Quando estudamos a difusão pseudoestacionária num filme gasoso estagnado, o fluxo global de matéria foi dado pela equação $N_{A,z} = \left(\frac{CD_{AB}}{z} \right) \left(\frac{y_{A_1} - y_{A_2}}{y_{B,médio}} \right)$.

- Na difusão em membranas fickianas, Cremasco (2002, p. 229), disse que “a característica básica de uma membrana fickiana é que a difusão do penetrante obedece à lei ordinária da difusão. Para que isso ocorra, a mobilidade do soluto deve ser muito menor se comparada à mobilidade dos segmentos de polímero da cadeia polimérica. Uma consequência disso é que o coeficiente efetivo de difusão independe da concentração do penetrante na membrana”.
- O fluxo global da matéria na difusão em membranas fickianas é

$$N_{A,z} = \frac{D_{Ame} S}{\ell} (P_{A_1} - P_{A_2})$$

AUTOATIVIDADE



Olá! Chegamos ao final deste segundo tópico. Para reforçar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exercícios:

1 Uma garrafa de 40 cm de altura contém 5 cm de etanol. Calcule o tempo necessário para que o nível do álcool decresça em 0,05 cm, considerando que a garrafa esteja preenchida por ar seco e estagnado a 1 atm e 25°C. Suponha que o valor de etanol é totalmente arrastado no topo da garrafa. Nessas condições, são conhecidos:

$$\rho_{A_L} = 0,787 \text{ g / cm}^3$$

$$P_A^{vap} = 58,62 \text{ mmHg}$$

$$M_A = 46,069 \text{ g / gmol}$$

Onde, A é etanol e B é ar seco.

2 Faça uma pesquisa em livros de Fenômenos de Transporte e explique o que é:

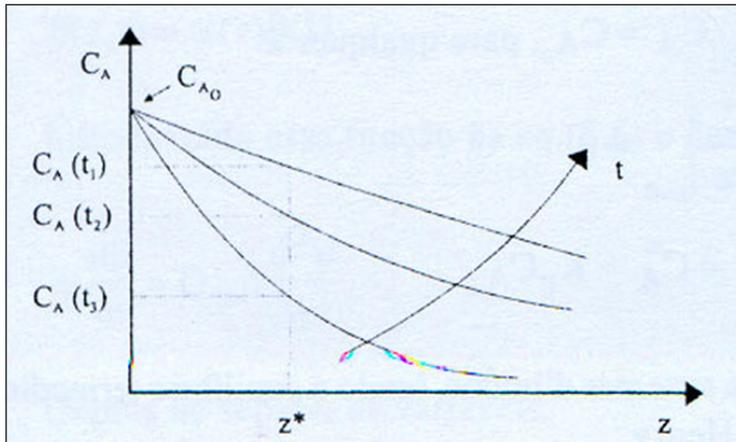
- a) adsorção;
- b) absorção;
- c) dessorção.

DIFUSÃO EM REGIME TRANSIENTE

1 INTRODUÇÃO

Neste tópico, estudaremos situações físicas nas quais a concentração do difundente em um determinado ponto z , no elemento de volume, varia ao longo do tempo, conforme pode ser visto na Figura 53.

FIGURA 53 – VARIAÇÃO TEMPORAL E ESPACIAL DA DISTRIBUIÇÃO DE CONCENTRAÇÃO DE AR



FONTE: CREMASCO (2002, p. 250).

A difusão em regime transiente aparece em diversas situações: adsorção, secagem, permeação de um gás por uma matriz polimérica, penetração de átomos de carbono em uma barra de ferro na fabricação de aço, entre outras.

2 DIFUSÃO EM REGIME TRANSIENTE COM RESISTÊNCIA EXTERNA DESPREZÍVEL

Para esclarecer o que vem a ser a difusão em regime transiente com resistência externa desprezível, Cremasco, (2002, p. 251) considera a secagem de dois tipos de sólidos:

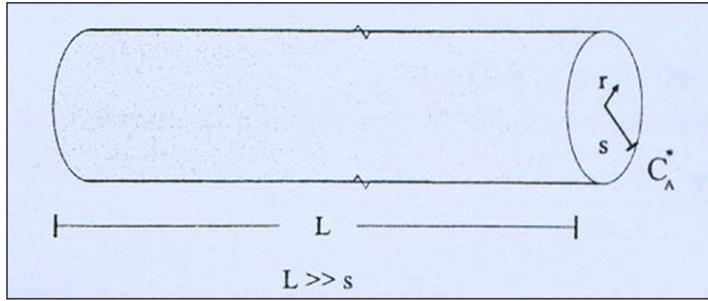
- sólidos compactos: a umidade se concentra totalmente na superfície do material, dispondo de um tempo relativamente curto para ser removida. Neste caso, $Bi_M \rightarrow 0$;
- sólidos porosos: além da umidade externa, existe aquela contida no interior do material. No decorrer, denominado de equilíbrio dinâmico. Enquanto isso, devido ao gradiente interno de umidade, a remoção desta é mais lenta, continuando após a concentração do soluto na superfície atingir o equilíbrio, o qual depende do teor de umidade no seio do gás. Supondo a remoção da umidade interna muito lenta, admite-se desprezível o tempo necessário para atingir a concentração de equilíbrio na superfície do sólido, a ponto de a resistência externa ao transporte ser considerada insignificante quando comparada á interna. Aqui, $Bi_M \rightarrow \infty$.

Percebemos que a resistência interna está associada ao que acontece no interior da matriz, na qual o fenômeno é governado pela difusão do soluto.

2.1 CILINDRO INFINITO

Podemos estudar a difusão de um soluto A em placas planas, esferas e cilindros infinitos. Neste tópico, estudaremos apenas o comportamento da difusão no cilindro infinito, em regime transiente numa matriz cilíndrica, cujo comprimento é muito maior do que seu diâmetro ($L > 16s$). Ao fazer esta consideração, o fluxo do soluto ocorrerá somente na direção radial. Admitindo que todos os mecanismos de transferência de massa que ocorrem no meio de transporte estejam, empiricamente, contemplados no D_{ef} , o fluxo do difundente será governado pela contribuição difusiva. Na Figura 54, podemos observar a forma geométrica que será estudada.

FIGURA 54 – DIFUSÃO EM REGIME TRANSIENTE EM UM CILINDRO INFINITO



FONTE: CREMASCO (2002, p. 267)

Como o meio difusivo é inerte, a equação da continuidade da espécie A, escrita em coordenadas cilíndricas é:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{ef} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) \quad (\text{eq.01})$$

Após as deduções que podem ser observadas no livro de Marco Aurélio Cremasco (2002), temos que a distribuição da concentração adimensional do soluto A é:

$$\theta(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{\gamma_n} \right) \frac{J_0 \left(\gamma_n \frac{r}{s} \right)}{J_1(\gamma_n)} \exp \left(-\gamma_n^2 \frac{D_{ef} t}{s^2} \right) \quad (\text{eq.02})$$

Onde:

γ = autovalores obtidas através da tabela XX

J_A = fluxo difusivo da espécie A

r = coordenada cilíndrica

s = raio do cilindro

D_{ef} = coeficiente efetivo de difusão

t = tempo

QUADRO 23 – RAÍZES DE $J_0(\gamma_n) = 0$

γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
2,4048	5,5201	8,6537	11,7915	14,9309	18,0711

FONTE: Cremasco (2002, p. 270) apud M.R. Spiegel, manual de fórmulas e tabelas matemáticas. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1973.

Se dissermos que a distância relativa é:

$$\eta = r / s \tag{eq. 03}$$

E o número de Fourier mássico com $z_1=s$ na distribuição da concentração adimensional de A, então temos:

$$\theta(\eta, Fo_M) = \theta = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n} \frac{J_0(\eta \gamma_n)}{J_1(\gamma_n)} e^{(-\gamma_n^2 Fo_M)} \tag{eq. 04}$$

Para determinar a concentração média de A, utilizamos a equação:

$$\bar{\theta}(Fo_M) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \exp(-\gamma_n^2 Fo_M) \tag{eq. 05}$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Procurou-se secar um sabugo de milho a 120°C via convecção mássica natural. Transcorridas duas horas, verificou-se que a umidade média adimensional atingiu 0,13 em base seca. Determine o Bi_M , sabendo que $D_{ef} = 1,66 \times 10^{-4} \text{ cm}^2 / \text{s}$ e admitindo que o sabugo apresente geometria cilíndrica com diâmetro constante e igual a 1,94 cm, sendo o seu comprimento dez vezes maior que o diâmetro.

SOLUÇÃO:

$$\bar{\theta}(Fo_M) = \bar{\theta} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Bi_M^2}{\gamma_n^2 (\gamma_n^2 + Bi_M^2)} e^{-\gamma_n^2 Fo_M}$$

Pelo enunciado, sabemos que $\bar{\theta}(Fo_M) = 0,13$ que sendo substituído na equação acima, fornece:

$$0,0325 = \frac{Bi_M^2}{\gamma_1^2 + Bi_M^2} e^{-\gamma_1^2 Fo_M}$$

$$\text{Como } Fo_M = \frac{D_{ef} t}{s^2}$$

E pelo enunciado, $s=1,94/2=0,97$ cm; $t=2h=7200s$ e $D_{ef}=1,66 \times 10^{-4}$ cm²/s

Temos:

$$Fo_M = \frac{(1,66 \times 10^{-4})(7200)}{(0,97)^2} = 1,27$$

Considerando $Bi_M = 0,5$, do quadro 24, verificamos que $\gamma_1 = 0,9408$. Deste modo:

$$\frac{Bi_M^2}{\gamma_1^2(\gamma_1^2 + Bi_M^2)} e^{-1,27\gamma_1^2} = \frac{(0,25)}{(0,8987)(0,8987 + 0,25)} \exp[-(0,8987)(1,27)] = 0,0775 > 0,0325$$

Considerando $Bi_M = 1$, do quadro XX, verificamos que $\gamma_1 = 1,2558$. Deste modo:

$$\frac{Bi_M^2}{\gamma_1^2(\gamma_1^2 + Bi_M^2)} e^{-1,27\gamma_1^2} = \frac{(1)}{(1,57703)(1,57703 + 1)} \exp[-(1,57703)(1,27)] = 0,03325 \cong 0,0325$$

Então, podemos dizer que $Bi_M \cong 1$

Fonte: adaptado de Cremasco (2002, p. 297)

RESUMO DO TÓPICO 3

Caro(a) acadêmico(a)! Neste terceiro tópico, você estudou os seguintes aspectos:

- A difusão em regime transiente aparece em diversas situações: adsorção, secagem, permeação de um gás por uma matriz polimérica, penetração de átomos de carbono em uma barra de ferro na fabricação de aço, entre outras.
- A distribuição da concentração adimensional do soluto A, em uma difusão em regime transiente com resistência externa desprezível em um cilindro infinito por

$$\theta(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{\gamma_n} \right) \frac{J_0\left(\gamma_n \frac{r}{S}\right)}{J_1(\gamma_n)} \exp\left(-\gamma_n^2 \frac{D_{eff} t}{S^2}\right).$$

- Para determinar a concentração média de A em uma difusão em regime transiente com resistência externa desprezível em um cilindro infinito, utilizamos a equação

$$\bar{\theta}(Fo_M) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_n^2} \exp(-\gamma_n^2 Fo_M).$$

- A concentração média de A, para a difusão em regime transiente, com resistência externa, é dada por

$$\bar{\theta}(Fo_M) = \bar{\theta} = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Bi_M^2}{\gamma_n^2 (\gamma_n^2 + Bi_M^2)} e^{-\gamma_n^2 Fo_M}.$$

AUTOATIVIDADE



Olá! Chegamos ao final deste terceiro tópico. Para reforçar seus conhecimentos, vamos resolver alguns exercícios:

- 1 De que forma o autor (CREMASCO) esclareceu a difusão em regime transiente com resistência externa desprezível?
- 2 O que significa o número de Fourier mássico?
- 3 Um pedaço cilíndrico de madeira foi seco a 135°C através de convecção mássica natural. Após 4 horas, foi observado que a umidade média adimensional atingiu 0,17 em base seca. Calcule o $\text{Bi}_{M'}$ sabendo que $D_{ef} = 1,78 \times 10^{-4} \text{ cm}^2 / \text{s}$ e admitindo que a madeira possui diâmetro constante de 3,50 cm, enquanto o seu comprimento é doze vezes maior que o diâmetro.

REFERÊNCIAS

BERTULANI, Carlos. Transferência de Calor. Disponível em: <<http://www.if.ufrj.br/teaching/fis2/calor/conducao.html>>. Acesso em: 14 mar. 2009.

BOABAID NETO, Carlos. *Transferência de Calor (TCL). Apostila Curso Técnico de Refrigeração e Condicionamento de ar. V.1.* Disponível em: <[wiki.sj.cefetsc.edu.br/wiki/images/0/08/Apostila_TCL_Versao_2_\(2007\).doc](http://wiki.sj.cefetsc.edu.br/wiki/images/0/08/Apostila_TCL_Versao_2_(2007).doc)>. Acesso em: 8 de mar. 2009.

BRAGA FILHO, Washington. **Fenômenos de Transporte para Engenharia.** Rio de Janeiro: Editora LTC, 2006.

_____. **Transmissão de Calor.** São Paulo: Editora Thomson, 2004.

ÇENGEL, Yunus A.; CIMBALA, John M. **Mecânica dos Fluidos: fundamentos e aplicações.** São Paulo: McGraw-Hill, 2007.

CREMASCO, Marco Aurélio. **Fundamentos de Transferência de Massa.** Campinas: UNICAMP, 2002.

INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa.** São Paulo: LTC, 2007.

KREITH, Frank. **Princípios da Transferência de Calor.** São Paulo: Blucher, 1977.

LIVI, Celso P. **Fundamentos de Fenômenos de Transporte: um texto para cursos básicos.** Rio de Janeiro: Editora LTC, 2004.

MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H. **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos.** São Paulo: Blucher, 2004.

QUITES, Eduardo Emery Cunha; LIA, Luiz Renato Bastos. Apostila de Transmissão de Calor. Disponível em: <<http://www.perdiamateria.eng.br/Transcalb/000.htm>>. Acesso em: 8 mar. 2009.

ROMA, Woodrow Nelson Lopes. **Fenômenos de Transporte para Engenharia.** São Carlos: RiMa, 2006.

SOUZA, José Antonio Ribeiro de. **Transferência de Calor e Recuperação de Energia na Indústria Têxtil.** Apostila Especialização em Processos Têxteis. Florianópolis: SENAI/UFSC, 1999.

SOUZA, Selene Maria de Arruda; SOUZA, Guelli Ulson de. **Transferência de Massa Aplicada a Processos Têxteis**. Apostila Especialização em Processos Têxteis. Florianópolis: SENAI/UFSC, 1999.

Outros sites consultados

http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=422. Acesso em: 8 mar. 2009.

http://www.eduloureiro.com.br/index_arquivos/taula1.pdf. Acesso em: 15 mar. 2009.

<http://www.brasile scola.com/fisica/principio-termodinamica.htm>. Acesso em: 15 mar. 2009.

<http://www.exatec.unisinos.br/~jaqueline/engtermII/introduc.doc>. Acesso em: 15 mar. 2009.

<http://www.descolando.com.br/resources/CONDUÇÃO%203.doc>. Acesso em: 22 mar. 2009.

http://www.mspc.eng.br/termo/trc_convect_110.shtml. Acesso em: 28 mar. 2009.

<http://www2.unijui.tche.br/~martinelli/tc.htm>. Acesso em: 28 mar. 2009.

http://labvirtual.eq.uc.pt/siteJoomla/index.php?option=com_content&task=view&id=248&Itemid=422. Acesso em: 8 maio. 2009.

http://www.fisica.ufs.br/npgfi/cursos/TopicosFisMat-aulas/Aula%201_Ronaldo-difusao-em-solidos.pdf. Acesso em: 26 abr. 2009.

http://leblon.mec.puc-rio.br/~fentran/XVII-Transferencia_Massa.pdf. Acesso em: 7 maio

ANEXO

