

ONDAS E ÓTICA

Prof. Jaison Rodrigo da Costa

Prof^a. Liana Graciela Heinig



2018



Copyright © UNIASSELVI 2018

Elaboração:

Prof. Jaison Rodrigo da Costa

Prof^ª. Liana Graciela Heinig

Revisão, Diagramação e Produção:

Centro Universitário Leonardo da Vinci – UNIASSELVI

Ficha catalográfica elaborada na fonte pela Biblioteca Dante Alighieri

UNIASSELVI – Indaial.

C837o

Costa, Jaison Rodrigo da

Ondas e ótica. / Jaison Rodrigo da Costa; Liana Graciela Heinig – Indaial: UNIASSELVI, 2018.

222 p.; il.

ISBN 978-85-515-0205-1

1.Mecânica ondulatória – Brasil. 2.Movimento harmônico – Brasil. 3. Ótica – Brasil. I. Heinig, Liana Graciela. II. Centro Universitário Leonardo Da Vinci.

CDD 531.076

APRESENTAÇÃO

Uma das maiores invenções da humanidade foi a linguagem. A necessidade de se comunicar é tamanha que no passado, egípcios, gregos e depois romanos criaram diversas formas de transmitir mensagens. O mensageiro era encarregado de levar a “correspondência”, transmitindo uma simples mensagem, mas enfrentava caminhos tortuosos e difíceis levando dias para entregar a tal simples mensagem.

Muitos séculos depois, com a evolução da tecnologia por meio do melhor entendimento da física surgiram meios de comunicação, muito mais rápidos para transmitir informações importantes. Aparelhos de rádio, de telefone e mais tarde smartphones facilitam e agilizam nossa vida. São meios de comunicação instantâneos, ou seja, você envia uma mensagem de texto a uma pessoa do outro lado do país ou do planeta e ela pode visualizar e ler quase ao mesmo momento. Podemos ainda, conversar por telefone com uma pessoa muito distante, mas você já se perguntou como isso é possível?

Talvez seja difícil relacionar a Física com a comunicação, mas é de suma importância saber que a Física estuda os fenômenos que ocorrem na natureza. Nesta unidade teremos informações suficientes para responder a esta e outras indagações relacionadas aos fenômenos ondulatórios, pois, é por meio desse fenômeno que os sinais de rádio e telefone, por exemplo, são enviados e recebidos.

Nesta etapa, você estudará o movimento harmônico simples, o que são ondas, como elas se propagam, quais as grandezas físicas envolvidas num movimento ondulatório, o que acontece na interferência de ondas, o movimento das ondas progressivas e estacionárias e o que é o fenômeno de ressonância.

Prof. Jaison Rodrigo da Costa
Prof^a. Liana Graciela Heinig



Você já me conhece das outras disciplinas? Não? É calouro? Enfim, tanto para você que está chegando agora à UNIASSELVI quanto para você que já é veterano, há novidades em nosso material.

Na Educação a Distância, o livro impresso, entregue a todos os acadêmicos desde 2005, é o material base da disciplina. A partir de 2017, nossos livros estão de visual novo, com um formato mais prático, que cabe na bolsa e facilita a leitura.

O conteúdo continua na íntegra, mas a estrutura interna foi aperfeiçoada com nova diagramação no texto, aproveitando ao máximo o espaço da página, o que também contribui para diminuir a extração de árvores para produção de folhas de papel, por exemplo.

Assim, a UNIASSELVI, preocupando-se com o impacto de nossas ações sobre o ambiente, apresenta também este livro no formato digital. Assim, você, acadêmico, tem a possibilidade de estudá-lo com versatilidade nas telas do celular, *tablet* ou computador.

Eu mesmo, UNI, ganhei um novo layout, você me verá frequentemente e surgirei para apresentar dicas de vídeos e outras fontes de conhecimento que complementam o assunto em questão.

Todos esses ajustes foram pensados a partir de relatos que recebemos nas pesquisas institucionais sobre os materiais impressos, para que você, nossa maior prioridade, possa continuar seus estudos com um material de qualidade.

Aproveito o momento para convidá-lo para um bate-papo sobre o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes – ENADE.

Bons estudos!



BATE SOBRE O PAPO ENADE!



Olá, acadêmico!

Você já ouviu falar sobre o ENADE?

Se ainda não ouviu falar nada sobre o ENADE, agora você receberá algumas informações sobre o tema.

Ouviu falar? Ótimo, este informativo reforçará o que você já sabe e poderá lhe trazer novidades.



Vamos lá!

Qual é o significado da expressão ENADE?

EXAME NACIONAL DE DESEMPENHO DOS ESTUDANTES

Em algum momento de sua vida acadêmica você precisará fazer a prova ENADE.



Que prova é essa?

É **obrigatória**, organizada pelo INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

Quem determina que esta prova é obrigatória... O MEC – Ministério da Educação.

O objetivo do MEC com esta prova é o de avaliar seu desempenho acadêmico assim como a qualidade do seu curso.



Fique atento! Quem não participa da prova fica impedido de se formar e não pode retirar o diploma de conclusão do curso até regularizar sua situação junto ao MEC.

Não se preocupe porque a partir de hoje nós estaremos auxiliando você nesta caminhada.

Você receberá outros informativos como este, complementando as orientações e esclarecendo suas dúvidas.



Você tem uma trilha de aprendizagem do ENADE, receberá e-mails, SMS, seu tutor e os profissionais do polo também estarão orientados.

Participará de webconferências entre outras tantas atividades para que esteja preparado para **#mandar bem** na prova ENADE.

Nós aqui no NEAD e também a equipe no polo estamos com você para vencermos este desafio.

Conte sempre com a gente, para juntos mandarmos bem no ENADE!



SUMÁRIO

UNIDADE 1 – ONDAS MECÂNICAS	1
TÓPICO 1 – ONDAS	3
1 INTRODUÇÃO	3
2 ONDAS	4
2.1 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES	5
2.2 PERÍODO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES	6
2.3 PÊNDULO SIMPLES	9
2.4 ONDA	13
2.5 CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS	13
2.6 PROPRIEDADES DE UMA ONDA	18
LEITURA COMPLEMENTAR	25
RESUMO DO TÓPICO 1	27
AUTOATIVIDADE	29
TÓPICO 2 – EQUAÇÃO DE ONDA E GRANDEZAS RELACIONADAS AO MOVIMENTO ONDULATÓRIO	31
1 INTRODUÇÃO	31
2 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDULATÓRIA	31
3 VELOCIDADE DA ONDA EM UMA CORDA ESTICADA	34
3.1 DEMONSTRAÇÃO DE ACORDO COM AS LEIS DE NEWTON	35
4 ENERGIA E POTÊNCIA DE UMA ONDA EM UMA CORDA	37
4.1 A EQUAÇÃO DA ONDA	40
RESUMO DO TÓPICO 2	45
AUTOATIVIDADE	46
TÓPICO 3 – PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO E INTERFERÊNCIA DE ONDAS	49
1 INTRODUÇÃO	49
2 PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO DE ONDAS	49
3 INTERFERÊNCIA DE ONDAS	51
RESUMO DO TÓPICO 3	55
AUTOATIVIDADE	56
TÓPICO 4 – ONDAS ESTACIONÁRIAS E RESSONÂNCIA	59
1 INTRODUÇÃO	59
2 ONDAS ESTACIONÁRIAS	59
3 RESSONÂNCIA	63
LEITURA COMPLEMENTAR	66
RESUMO DO TÓPICO 4	68
AUTOATIVIDADE	69

UNIDADE 2 – SOM E FENÔMENOS ACÚSTICOS	71
TÓPICO 1 – ONDAS SONORAS	73
1 INTRODUÇÃO	73
2 AS ONDAS SONORAS	74
2.1 O QUE É SOM?	75
2.2 INFRASSOM E ULTRASSOM	76
2.3 ONDAS SONORAS	78
2.4 VELOCIDADE DO SOM	79
2.5 VELOCIDADE DO SOM NUMA CORDA	83
2.6 ONDAS SONORAS PROGRESSIVAS	86
RESUMO DO TÓPICO 1	92
AUTOATIVIDADE	93
TÓPICO 2 – QUALIDADES FISIOLÓGICAS DO SOM	95
1 INTRODUÇÃO	95
2 ALTURA	95
3 TIMBRE	98
4 INTENSIDADE DO SOM	100
4.1 NÍVEL DE INTENSIDADE DA SENSACÃO SONORA	105
RESUMO DO TÓPICO 2	109
AUTOATIVIDADE	111
TÓPICO 3 – INTERFERÊNCIA E INSTRUMENTOS MUSICAIS	115
1 INTRODUÇÃO	115
2 INTERFERÊNCIA	115
3 INSTRUMENTOS MUSICAIS	118
RESUMO DO TÓPICO 3	122
AUTOATIVIDADE	124
TÓPICO 4 – BATIMENTOS E EFEITO DOPPLER	127
1 INTRODUÇÃO	127
2 BATIMENTOS	127
3 EFEITO DOPPLER	129
RESUMO DO TÓPICO 4	138
AUTOATIVIDADE	139
UNIDADE 3 – ÓTICA	141
TÓPICO 1 – NATUREZA DA LUZ	143
1 INTRODUÇÃO	143
2 A NATUREZA DA LUZ	143
2.1 DUALIDADE ONDA PARTÍCULA	145
3 FONTES DE LUZ	146
RESUMO DO TÓPICO 1	148
AUTOATIVIDADE	149
TÓPICO 2 – ÓTICA GEOMÉTRICA	151
1 INTRODUÇÃO	151
2 PRINCÍPIO DE HUYGENS E FERMAT	152

3 ÍNDICE DE REFRAÇÃO	153
4 REFLEXÃO E REFRAÇÃO	154
5 REFLEXÃO INTERNA TOTAL	162
6 DISPERSÃO CROMÁTICA	166
6.1 ARCO-ÍRIS	167
RESUMO DO TÓPICO 2.....	169
AUTOATIVIDADE	170
 TÓPICO 3 – FORMAÇÃO DE IMAGENS.....	 173
1 INTRODUÇÃO	173
2 FORMAÇÃO DE IMAGENS.....	174
2.1 FENÔMENO DA ÓTICA GEOMÉTRICA	174
2.2 CORES DOS CORPOS.....	175
3 ESPELHO PLANO	176
4 ESPELHOS ESFÉRICOS.....	177
4.1 CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DAS IMAGENS EM ESPELHOS ESFÉRICOS	179
4.2 FORMAÇÃO DE IMAGENS NOS ESPELHOS ESFÉRICOS	182
4.3 LENTES ESFÉRICAS	186
5 O OLHO HUMANO E OS PROBLEMAS DE VISÃO	190
LEITURA COMPLEMENTAR.....	193
RESUMO DO TÓPICO 3.....	194
AUTOATIVIDADE	196
 TÓPICO 4 – ÓTICA ONDULATÓRIA.....	 199
1 INTRODUÇÃO	199
2 INTERFERÊNCIA DE ONDAS.....	199
2.1 INTERFERÊNCIA EM DUAS OU TRÊS DIMENSÕES	201
2.2 EXPERIMENTO DE INTERFERÊNCIA DE YOUNG	202
2.3 COERÊNCIA	206
2.4 INTENSIDADE DAS FRANJAS DE INTERFERÊNCIA	206
3 DIFRAÇÃO	208
3.1 REDES DE DIFRAÇÃO.....	211
3.2 DESENHOS OTICAMENTE VARIÁVEIS.....	211
LEITURA COMPLEMENTAR.....	213
RESUMO DO TÓPICO 4.....	217
AUTOATIVIDADE	218
 REFERÊNCIAS	 221

ONDAS MECÂNICAS

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Esta unidade tem como objetivos:

- caracterizar e classificar as ondas de acordo com a natureza, tipo e formas de propagação;
- identificar os parâmetros e reconhecer as grandezas físicas envolvidas no movimento ondulatório;
- descrever e interpretar o movimento das ondas mecânicas de acordo com as grandezas físicas;
- diferenciar uma onda estacionária de uma onda progressiva.

PLANO DE ESTUDOS

Esta unidade está dividida em quatro tópicos. No decorrer do texto, você encontrará autoatividades com o objetivo de reforçar o conteúdo apresentado.

TÓPICO 1 – ONDAS

TÓPICO 2 – EQUAÇÃO DE ONDA E GRANDEZAS RELACIONADAS AO MOVIMENTO ONDULATÓRIO

TÓPICO 3 – PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO E INTERFERÊNCIA DE ONDAS

TÓPICO 4 – ONDAS ESTACIONÁRIAS E RESSONÂNCIA

ONDAS

1 INTRODUÇÃO

É comum, principalmente no verão, que as pessoas viajem para o litoral com o intuito de apreciar as belezas naturais, além de refrescar-se tomando banho de mar. Ao nos depararmos com as ondas do mar, ficamos maravilhados com a forma, com o som do mar e muitas vezes nos perguntamos como é possível as ondas praticarem tal movimento incessantemente.

Outra indagação relacionada às praias é de como um surfista é levado pelas ondas, como ilustra a Figura 1, se a principal característica do movimento ondulatório é o transporte de energia sem haver transporte de matéria. As leis da Física não se aplicariam neste caso? Sim, se aplicam! As partículas efetuam um movimento progressivo quase circular, como se o surfista passasse de uma onda à outra onde as partículas que compõem a água se movem para frente (GASPAR, 2013).

FIGURA 1 - GABRIEL MEDINA, SURFISTA PROFISSIONAL BRASILEIRO E CAMPEÃO MUNDIAL DE SURF EM 2014



FONTE: Disponível em: <<https://www.facebook.com/326156274065090/photos/a.326195890727795.97436.326156274065090/1048670221813688/?type=3&theater>>.

Acesso em: 21 mar. 2018.

As ondas do mar exigem uma análise física muito complexa e que não é nosso objetivo nesta unidade, entretanto, os conceitos retratados em nosso estudo, permitem à compreensão dos fenômenos relacionados ao estudo das ondas.

Muitas vezes, por desconhecimento, num primeiro momento, talvez seja difícil relacionar a Física com as ondas do mar, mas é relevante saber que a Física estuda os fenômenos que ocorrem na natureza. Já imaginou quantos fenômenos acontecem na natureza? E é por conta disso que a Física é dividida em áreas como a Mecânica, Termodinâmica, Ondas, Ótica, Eletromagnetismo e Física Moderna, sendo que em cada uma destas áreas há várias divisões ou tópicos que as compõem.

O estudo das ondas está muito presente no nosso cotidiano. Quando vemos objetos, são nossos olhos que recebem ondas luminosas, quando ouvimos uma música, vozes ou barulhos as ondas sonoras chegam aos nossos ouvidos. Tais eventos estão intimamente ligados e relacionados ao movimento ondulatório como veremos nesta unidade.

Apesar de não ser tão fácil perceber que há ondas que não possamos ver, alguns fenômenos resultantes do efeito do movimento ondulatório são mais perceptíveis. Ao tocar ou navegar por um lago, claramente vemos as ondas produzidas propagando-se em sua superfície. Outro exemplo muito comum, e que guiará uma parcela dos nossos estudos, é de uma corda esticada. Com a corda presa nas extremidades, ao darmos uma sacudida, observamos o movimento ondulatório.

Os exemplos citados fazem parte do tema que estudaremos nesta unidade. Será estudada a área que engloba as ondas, sua definição, os tipos de ondas, como se propagam, entre outras propriedades. Deste modo, iniciamos discutindo sobre o movimento harmônico simples e depois partimos para o estudo das ondas.

2 ONDAS

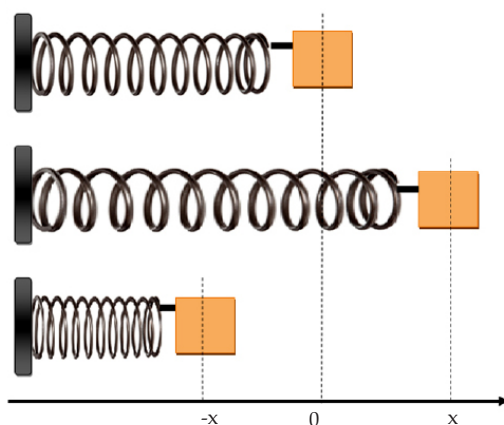
Nesta seção daremos início à investigação do movimento harmônico simples, os principais tipos de ondas, os meios de propagação e classificando-as de acordo com a propagação de energia, além de identificar as propriedades de uma onda de acordo com as grandezas físicas do movimento ondulatório.

2.1 MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

Você deve se perguntar por que estudar o movimento harmônico simples quando o que desejamos é estudar os movimentos ondulatórios. Em ambas as situações ocorre um movimento oscilatório. Na natureza encontramos uma infinidade de movimentos oscilatórios, que vão desde nossa visão até o movimento que constitui as ondas do mar. Esse tipo de movimento pode ser formado por um único pulso ou mais, mas de modo geral, as oscilações ocorrem num movimento de vaivém em relação a um ponto de equilíbrio. Por isso, antes de aprofundar o conteúdo de ondas, iniciaremos a unidade estudando o movimento harmônico simples e o movimento de um pêndulo simples.

Quando um objeto executa um movimento de vaivém, chamamos este movimento de Movimento Harmônico Simples (MHS). Mas como assim? Observe a Figura 2:

FIGURA 2: SISTEMA MASSA MOLA EXECUTANDO UM MHS



FONTE: Os autores

Um sistema como o da figura acima, em que há uma mola presa numa das extremidades a uma parede e a outra a um bloco que pode oscilar horizontalmente, executa um MHS. A força ($\vec{F}$) que surge quando comprimimos ou distendemos a mola, é sempre contrária ao movimento e é proporcional à deformação da mola (x).

A física utiliza a linguagem matemática para escrever a equação desta força:

$$\vec{F} = -kx \quad (1)$$

Onde:

- F : Força (N);
- x : deslocamento (m);
- k : constante da mola (N/m).

A equação (1) é conhecida como Lei de Hooke. A esta força damos o nome de força restauradora, pois ela sempre faz o bloco voltar à situação de equilíbrio.

2.2 PERÍODO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

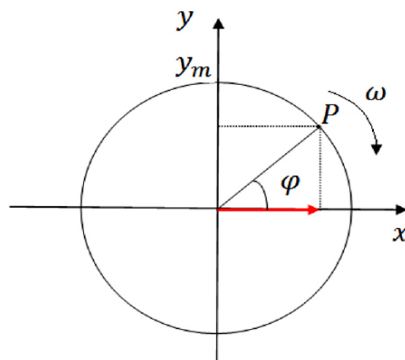
A 2ª Lei de Newton, conhecida como o Princípio Fundamental da Dinâmica, refere-se ao comportamento de um corpo ao receber a ação de uma força, isto é, estabelece uma relação entre causa (Força) e efeito (aceleração), o que implica uma alteração da velocidade. A força que se refere a 2ª Lei de Newton é a força resultante que age num corpo e pode ser expressa como:

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \quad (2)$$

- $\vec{F}_R$: Força resultante (N);
- m : Massa (kg);
- a : Aceleração (m/s²).

Em nosso caso, a aceleração é referente ao movimento ondulatório, por isso utilizaremos a equação da aceleração para o movimento harmônico simples, em que a amplitude $\pm y_m$ é o deslocamento máximo em relação à posição de equilíbrio, φ é a fase, ω é a velocidade de giro, ou seja, são os ângulos em radianos percorridos num segundo, como mostra a figura a seguir.

FIGURA 3: REPRESENTAÇÃO DE ALGUMAS GRANDEZAS RELACIONADAS AO MOVIMENTO OSCILATÓRIO



FONTE: Os autores

$$a(t) = -y_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

Mas o deslocamento horizontal $x(t)$ é obtido pela expressão:

$$x(t) = y_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

Então, substituindo a equação (3) e (4):

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad (5)$$

Ou simplesmente:

$$a = -\omega^2 x \quad (6)$$

A força é sempre no sentido de levar a massa ao seu estado fundamental, ou seja, quando uma mola é comprimida, a força é contrária, assim como quando a mola é distendida. Esta é a força resistiva descrita no tópico anterior pela equação (1), lembremos dela:

$$F = -kx \quad (1)$$

Substituindo as equações (1) e (6) em (2), temos:

$$-kx = -m\omega^2 x \quad (7)$$

Mas do movimento circular, a velocidade angular (ω), é escrita como:

$$\omega = 2\pi f \quad (8)$$

E sabemos que a frequência é o inverso do período:

$$f = \frac{1}{T} \quad (9)$$

Substituindo a equação (9) em (8), depois em (7), temos:

$$k = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \quad (10)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(11)

Essa equação nos permite calcular o período do oscilador harmônico simples, quando são conhecidos os valores da massa m e da constante elástica k . Ainda, permite verificar que para o MHS:

- Quanto maior a massa oscilante, maior será o período de oscilação e consequentemente menor será a frequência de oscilação;
- Quanto mais dura a mola, ou seja, quanto maior for o valor da constante elástica da mola, menor será o período;
- O período não depende da amplitude de oscilação, tanto é que esta grandeza não aparece na expressão. Para comprovar, podemos fazer oscilar uma mola com amplitude de 20 cm e posteriormente com amplitude de 7 cm, verificaremos que em ambos os casos o período será o mesmo.

QUADRO 1 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Grandeza	Interpretação	Unidade de Medida SI*
T	Período	s (segundos)
m	Massa	kg (quilograma)
k	Constante elástica da mola	N/m (Newton por metro)
f	Frequência	Hz (Hertz)
F	Força	N (Newton)
ω	Frequência angular	rad/s (radianos por segundo)
a	Aceleração	m/s ² (Metros por segundo ao quadrado)
t	Tempo	s (segundos)

FONTE: Os autores

*SI: Sistema Internacional de Unidades.

EXEMPLO:

As molas de um automóvel e as suspensões compõem o sistema de amortecimento de um automóvel. Um carro popular possui, em média, uma massa de 800 kg, cuja constante elástica das molas é de, aproximadamente, 1250 N/m. Se este automóvel passar por um buraco, qual seria seu período de oscilação?

Solução: Como são 4 molas, uma para cada roda e, considerando que a massa do automóvel é dividida igualmente entre as rodas, temos que:

$$k = 4(1250) \text{ N/m}$$

$$k = 5000 \text{ N/m}$$

Portanto, para encontrarmos o período de oscilação, utilizaremos a equação (11):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{800}{5000}}$$

$$T \cong 2,51 \text{ s}$$

Portanto, o período de oscilação das molas é de aproximadamente 2,51 segundos.

2.3 PÊNDULO SIMPLES

A história nos conta que no século XV, Galileu Galilei (1564-1642) tinha o hábito de ir à missa em Pisa, na Itália. Em uma das vezes, Galileu observou que um candelabro da catedral, oscilava devido à corrente de ar e que quando essa corrente diminuía, as oscilações diminuía, mas o tempo entre as oscilações, medido pelos batimentos de seu próprio pulso, era praticamente o mesmo.

Para comprovar suas observações, Galileu amarrou uma pedra numa ponta de um barbante fazendo-o oscilar como o candelabro da catedral, medindo o tempo de oscilação com um relógio de água. Repetiu seus experimentos com pedras de tamanhos e massas diferentes e verificou que a massa não influencia nas oscilações tanto quanto o tamanho do fio.

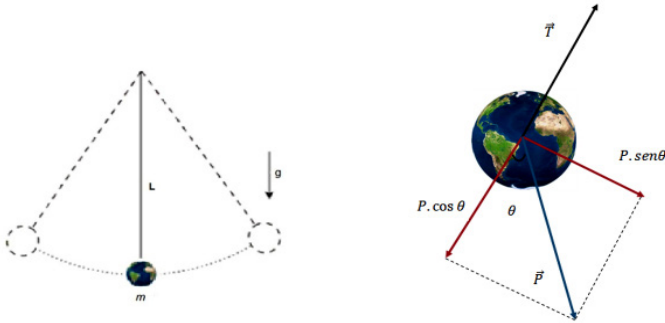
Ao fazer oscilar, pedras de tamanhos e massas diferentes, mas com fios de tamanhos iguais o período era sempre o mesmo. Repetindo o procedimento com fios de tamanhos diferentes, o tempo das oscilações já não era mais o mesmo.

Um sistema composto de um fio e uma massa presa a ele é denominado pêndulo e podemos escrever uma equação para o período, ou seja, para o tempo de uma oscilação completa. Para tanto, devemos resgatar alguns conceitos, como a 2ª Lei de Newton.

O pêndulo dos experimentos de Galileu é conhecido por pêndulo simples. Todo sistema composto por um fio e uma massa presa a este fio é um pêndulo

simples. O período de oscilação deste tipo de pêndulo calcula-se com uma expressão diferente do período do MHS. Para isso, faremos um estudo das forças que atuam no pêndulo com o auxílio da figura a seguir.

FIGURA 4: ESTUDO DAS FORÇAS QUE ATUAM NO PÊNDULO



FONTE: Os autores

Ao fazer a massa oscilar, a força restauradora é a componente $P \sin \theta$ da força peso ($\vec{P}$), pois a componente $P \cos \theta$ se anula com a força de tração do fio ($\vec{T}$). Portanto, temos:

$$F = P \sin \theta \tag{12}$$

O arco de circunferência (x) da trajetória do pêndulo é, por definição, o resultado do produto do comprimento do fio (L) pelo ângulo de abertura (θ) em relação à vertical:

$$x = \theta L \tag{13}$$

Isolando (θ):

$$\theta = \frac{x}{L} \tag{14}$$

Substituindo a equação (14) em (12), temos:

$$F = P \sin \frac{x}{L} \tag{15}$$

Como visto na disciplina de cálculo diferencial e integral, há um limite trigonométrico fundamental, de modo que para ângulos muito pequenos, vale a aproximação $\text{sen } \theta = \theta$. Esta aproximação é válida para ângulos não nulos e envolve o truncamento das séries de Taylor, além de apresentar grande utilidade na Física. Logo:

$$\text{sen } \frac{x}{L} \approx \frac{x}{L} \quad (16)$$

Sabemos que a força peso é:

$$P = mg \quad (17)$$

Portanto, substituindo (6) ,(16) e (17) em (15), temos:

$$kx = mg \frac{x}{L} \quad (18)$$

Então, a constante elástica pode ser escrita como:

$$k = \frac{mg}{L} \quad (19)$$

Substituindo este resultado na equação (11), o período de um pêndulo simples é descrito pela equação (21):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (11)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{L}}} \quad (20)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (21)$$

Tal equação vai de encontro com as observações de Galileu, pois o período de um pêndulo simples como o de Galileu, independe da massa do objeto oscilante. Entretanto, o período possui forte dependência com o comprimento do fio (L).

QUADRO 2 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Grandeza	Interpretação	Unidade de Medida SI*
T	Período	s (segundos)
L	Comprimento do fio	m (metro)
g	Aceleração da gravidade	m/s ² (metro por segundo ao quadrado)

FONTE: Os autores

*SI: Sistema Internacional de Unidades.

EXEMPLO:

Considere que em um de seus experimentos, Galileu Galilei, utiliza um fio inextensível de comprimento 55 centímetros. Determine:

a. Qual seria o período de oscilação deste pêndulo?

Solução: Primeiro devemos converter o comprimento do fio para metros (Sistema Internacional de Unidades) dividindo 55 cm por 100, o que resulta em $L = 0,55\text{ m}$. Agora, utilizando a equação 21 e considerando a aceleração da gravidade como sendo $g = 9,8\text{ m/s}^2$, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,55}{9,8}}$$

$$T \cong 1,5\text{ s}$$

b. A frequência de oscilação do pêndulo.

Solução: Pela equação 9, temos que a frequência é o inverso do período, então:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{1,5}$$

$$f = 0,67\text{ Hz}$$

2.4 ONDA

Imagine que você está num lago em que a água parece imóvel. O que acontece quando uma gota de chuva ou uma pedra cai neste lago? Ao cair, a gota gera uma perturbação na água, formando ondulações que se propagam para todas as direções. Tais ondulações no lago são conhecidas como ondas, ou seja, uma onda é uma perturbação que se propaga num meio.

Se uma pessoa estiver num pequeno bote em um lago em que haja perturbações, ela sentirá a onda passar, pois o bote fará o movimento da onda, entretanto o bote permanecerá na mesma posição. A propagação é sentida dentro do bote num movimento de vaivém, de modo que o bote se move para cima e para baixo, mas não sai do lugar. A perturbação causada e propagada na água é conhecida como pulso. Ou seja, o pulso é toda perturbação gerada em um ponto ou elemento do meio (água, corda, ar) e que transmite a energia aos demais pontos. Na produção de uma série de pulsos com uma frequência definida, a energia gerada se propaga, formando uma onda.



Uma onda é a sequência periódica de pulsos ou perturbações, onde há o transporte de energia sem haver transporte de matéria.

2.5 CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS

Podemos classificar as ondas de acordo com as características físicas, suas formas de propagação de energia, direção ou meios de propagação. A classificação de acordo com o tipo de onda e o meio de propagação pode ser dividida em três grupos principais:

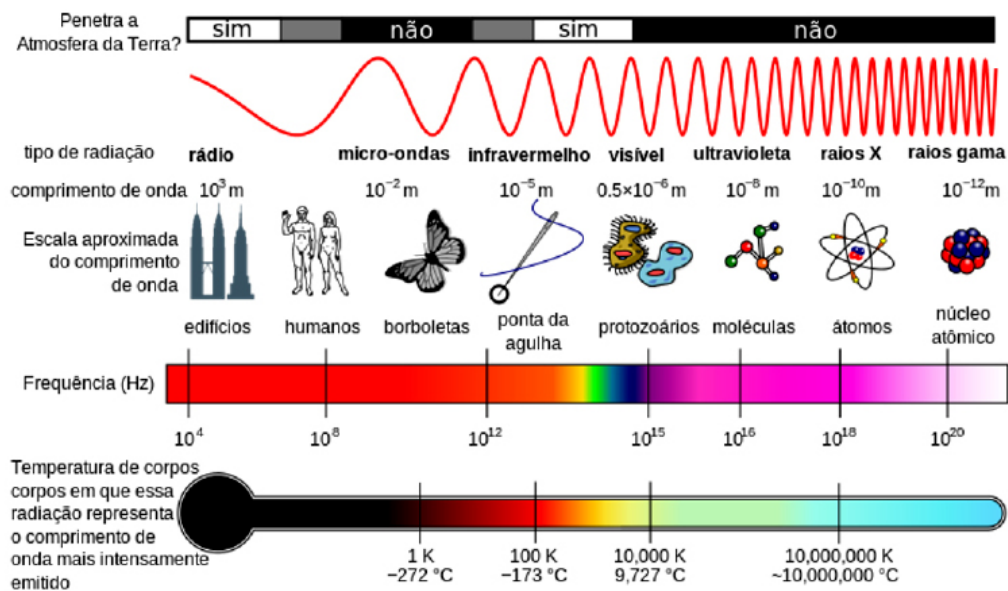
Ondas mecânicas: são as mais conhecidas, e facilmente observadas em nosso cotidiano, pois estão nas ondas do mar, nas notas musicais ou nos terremotos. A principal característica das ondas mecânicas é que elas precisam de um meio para se propagar, como a água, o ar e a terra. Isso significa que uma onda mecânica nunca se propaga no vácuo. Na propagação das ondas mecânicas, ocorre o transporte de energia cinética e potencial, de modo que não há transporte de matéria e os movimentos das ondas mecânicas são regidos pelas Leis de Newton.

Por isso, quando falamos do movimento das ondas do mar, consideramos apenas este movimento em alto mar, onde não há transporte de matéria, apenas

energia se propagando. A energia muda de local, sendo transmitida de partícula para partícula no meio material. Com a diminuição brusca da profundidade próxima à praia, as ondas quebram e provocam o movimento de uma massa de água, deixando de se comportar como ondas.

Ondas eletromagnéticas: as ondas eletromagnéticas estão presentes nas ondas do rádio, da televisão, nos aparelhos de micro-ondas, nos equipamentos radiológicos, na luz visível, e diferem entre si por suas frequências e comprimento de onda. O conjunto formado pelas ondas eletromagnéticas constitui o espectro eletromagnético. A figura a seguir mostra a representação do espectro eletromagnético, classificado de acordo com a frequência emitida.

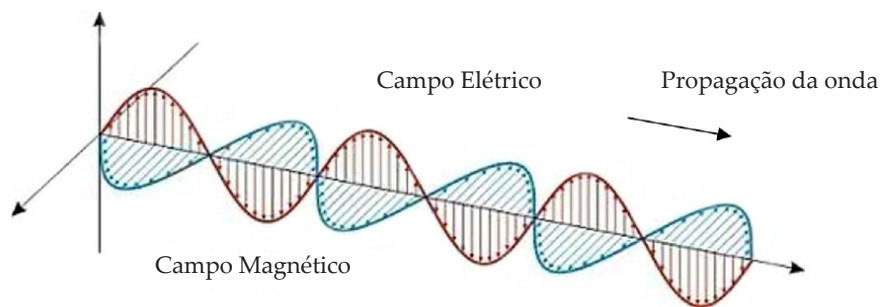
FIGURA 5: REPRESENTAÇÃO DO ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO



FONTE: Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Espectro_eletromagn%C3%A9tico>. Acesso em: 13 mar.2018.

Essas ondas são produzidas quando cargas elétricas se movimentam e não precisam de um meio material para existir. Basicamente, as ondas eletromagnéticas são formadas por dois campos variáveis, o campo magnético e o campo elétrico. A figura a seguir traz a representação esquemática dos campos perpendiculares entre si.

FIGURA 6: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS CAMPOS ELÉTRICO E MAGNÉTICO, PERPENDICULARES A PROPAGAÇÃO DA ONDA



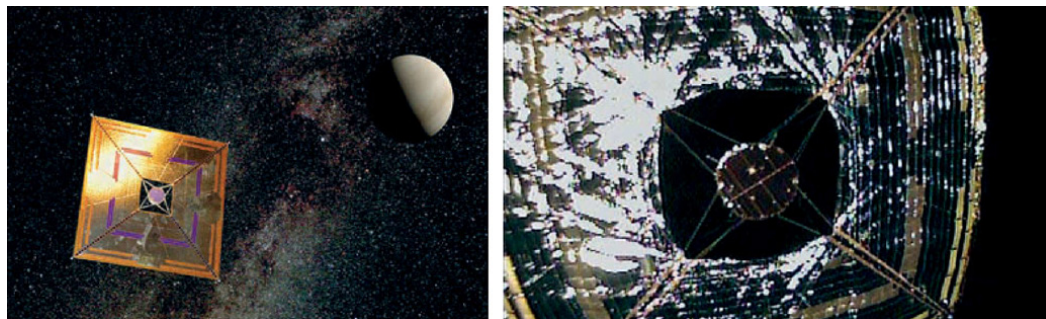
FONTE: Disponível em: <<https://www.todamateria.com.br/ondas-eletromagneticas/>>. Acesso em: 6 mar. 2018.

Este tipo de onda, assim como os demais, tem por característica o transporte de energia. É transportada por meio dos campos elétrico e magnético que compõem esta onda. E elas interagem com as partículas! Ou seja, uma onda eletromagnética exerce uma força (bem pequena) sobre um objeto.

Pensando nisso, cientistas cogitaram a possibilidade de construir naves espaciais à vela, sendo levadas por ondas eletromagnéticas que incidissem em suas velas. Esta ideia foi reforçada pelo incidente com a *Mars Climate Orbiter* lançada pela NASA em 1998, em que a pressão exercida pelas radiações desequilibrou a nave por falha de projeto, fazendo com que ela se perdesse no espaço.

Por conta disso foi lançada, em 2010, a IKAROS (*Interplanetary Kite-craft Accelerated by Radiation of the Sun*), cuja interpretação é uma pipa interplanetária acelerada pela radiação solar, por uma empresa norte-americana, como mostra a figura a seguir (GASPAR, 2013).

FIGURA 7: CONCEPÇÃO ARTÍSTICA DA IKAROS



FONTE: Gaspar (2013, p. 207)



Curiosidades: Ondas de rádio AM e FM

Heinrich Rudolf Hertz, em 1887, descreveu os princípios básicos da emissão e recepção das ondas de rádio, que, inicialmente, recebia apenas sinais contínuos. A partir de 1904 foi possível o início da transmissão de ondas eletromagnéticas. Para enviar mensagens via rádio, as ondas deveriam ser moduladas, ou seja, sofrer variações na frequência (FM) ou na amplitude (AM).

As ondas de frequência modulada (FM) possuem um alcance menor, por isso, geralmente são utilizadas por programas locais e para pequenas distâncias. Enquanto que as ondas de amplitude modulada (AM) costumam ter um alcance maior, sendo utilizada por radioamadores, comunicação entre aviões entre outros.

Já as ondas de TV são classificadas em faixas de frequência, em que cada canal corresponde a uma faixa de frequência específica:

- VHF: very high frequency (frequência muito alta) (54 MHz à 216 MHz é canal 2 a 13);
- UHF: ultra-high frequency (frequência ultra-alta) (470 MHz à 890 MHz é canal 14 a 83).

Este tipo de onda necessita de estações repetidoras de sinal quando as distâncias são superiores a 75 km, pois elas não são refletidas pela ionosfera (parte superior da atmosfera terrestre). A ionosfera reflete ondas de rádio que chegam a 30 MHz, mas as ondas de TV iniciam a partir de 54 MHz.

Ondas de matéria: esse tipo de onda requer um uso mais específico, e é mais conhecido no meio científico. As ondas de matéria são usadas em laboratório, e referem-se aos elétrons, prótons e outras partículas elementares.

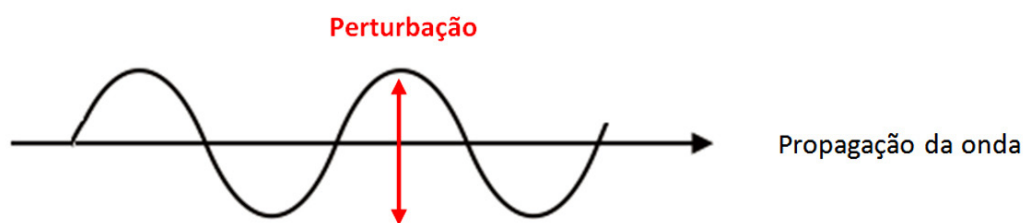
Os movimentos e propriedades físicas que veremos nesta unidade, podem ser aplicados aos três tipos de ondas, por isso, em nosso estudo, usaremos as ondas mecânicas para descrever os movimentos ondulatórios das ondas progressivas e estacionárias.

A característica principal de uma onda progressiva é que cada ponto da onda vibra com a mesma intensidade. A configuração da onda se move, havendo transporte de energia e momento linear de um ponto a outro. Nas ondas estacionárias, a amplitude depende da posição da onda, não há propagação de pulsos nem transporte de energia, e consequentemente a transferência de energia é nula em todos os pontos da onda.

Também podemos classificar uma onda de acordo com a sua forma. Quando temos uma corda esticada e a tocamos, é possível observar uma perturbação, que se propaga ao longo da corda, assim como quando tocamos uma música num tambor. Esses movimentos causados em consequência da perturbação são classificados de acordo com a forma ou a natureza das ondas.

Vamos começar pelo exemplo mais simples das ondas mecânicas: uma corda esticada. Imagine que a corda está presa numa das extremidades, e você segura na outra extremidade, sacudindo-a. Ao sacudir a corda, você gerou uma perturbação, que se propagará pela corda através da tensão que existe entre as extremidades. Esse movimento se propagará ao longo da corda subindo ou descendo, a vibração ocorre perpendicularmente (direção vertical) à direção da propagação da onda (horizontal) e é dessa forma, definimos como uma onda transversal, como mostra a figura a seguir.

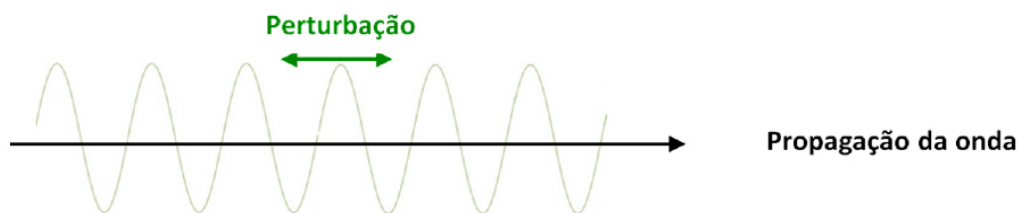
FIGURA 8: REPRESENTAÇÃO DA ONDA TRANSVERSAL, QUANDO A PERTURBAÇÃO É PERPENDICULAR À DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO



FONTE: Os autores

Outra forma de propagação mais conhecida é a das ondas sonoras, por exemplo, quando tocamos uma música num tambor. Ao provocarmos a compressão do ar após a batida, o som se propaga na mesma direção da batida, ou seja, a onda sonora é gerada pelas vibrações que causamos ao tocar o instrumento, que se propagam de modo longitudinal. Então, definimos uma onda longitudinal quando a perturbação no meio ocorre na mesma direção da propagação da onda, como mostra a figura a seguir.

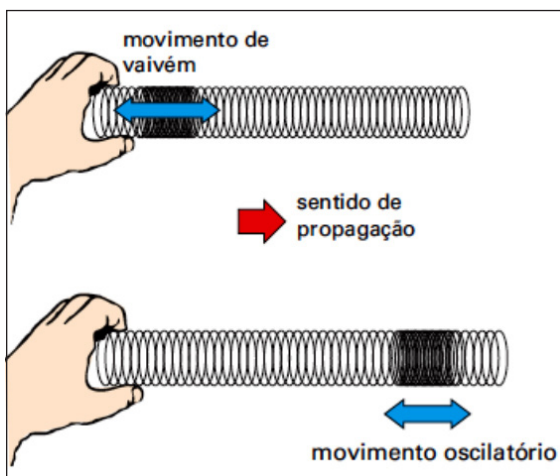
FIGURA 9: REPRESENTAÇÃO DA ONDA LONGITUDINAL, QUANDO A PERTURBAÇÃO OCORRE NA MESMA DIREÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE ONDA



FONTE: Os autores

Um exemplo deste tipo de onda é mola. Suponha que você puxe uma mola horizontalmente, como podemos observar na figura a seguir, ela sofrerá distensão, ao soltá-la haverá uma propagação horizontal e seu movimento oscilatório também será no sentido horizontal.

FIGURA 10: MOVIMENTO OSCILATÓRIO DE UMA MOLA.



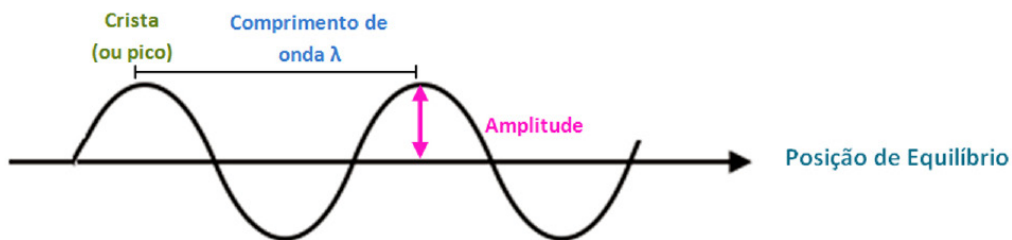
FONTE: Gaspar (2015, p. 17).

Algumas ondas, como as causadas pelos terremotos, podem ser longitudinais ou transversais, dependendo do que as causou. Mas as duas formas de ondas são chamadas de ondas progressivas, quando se propagam de um lugar para outro, como no caso das ondas e no tambor. A partir de agora, estudaremos as ondas progressivas, e descreveremos fisicamente o movimento causado por elas, a velocidade, comprimento de onda, período, frequência, energia e outras propriedades físicas.

2.6 PROPRIEDADES DE UMA ONDA

Antes de descrever uma onda, identificaremos as principais propriedades de uma onda, como mostra a figura a seguir:

FIGURA 11: ILUSTRAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE UMA CORDA



FONTE: Os autores

- **Crista:** ponto mais alto de uma onda.
- **Vale:** ponto mais baixo de uma onda.
- **Amplitude:** é o deslocamento máximo entre o ponto de equilíbrio e a crista.
- **Comprimento de onda:** representada pela letra grega λ (lambda), corresponde ao comprimento de um ciclo completo de oscilação da onda. Ou seja, é a distância entre dois picos ou dois vales.

Quando descrevemos um movimento na Física, utilizamos equações que são capazes de fornecer informações, como posição, velocidade, tempo, entre outras grandezas. Para o estudo das ondas progressivas, focaremos no movimento de uma onda numa corda, pois, como já discutimos, usaremos as ondas mecânicas para descrever os movimentos ondulatórios.

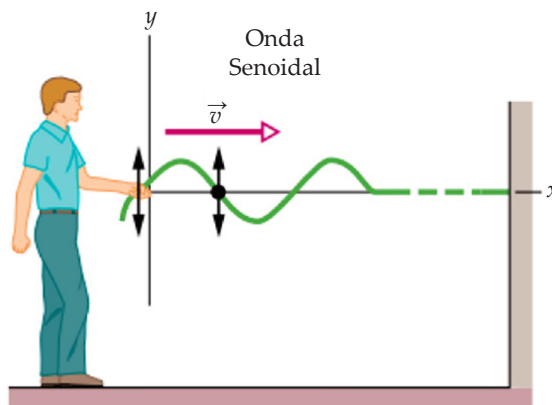
Então, precisamos de uma equação do tipo:

$$y = h(x, t) \quad (22)$$

- y : deslocamento transversal de um elemento da corda.
- h : função do tempo.
- t : tempo.
- x : posição do elemento na corda.

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2009), “toda forma senoidal como a da onda na figura 12, pode ser descrita tomando h como uma função seno ou uma função cosseno; ambas fornecem a mesma forma para a onda”. Assim, adotaremos a função seno.

FIGURA 12: ONDA NA FORMA SENOIDAL



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 116)

A partir da equação geral, conhecemos a forma da onda em qualquer instante de tempo em termos da posição x . Escrevemos a grandeza deslocamento $y(x,t)$ em relação à posição (x) e tempo (t), então, a equação é dada por:

$$y(x,t) = y_m \cdot \text{sen}(kx - \omega t) \tag{23}$$

O quadro a seguir auxilia na identificação das grandezas físicas da equação para uma onda senoidal:

QUADRO 3 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Grandeza	Interpretação	Unidade de Medida SI*
$y(x,t)$	Deslocamento	m (metro)
y_m	Amplitude	m (metro)
$\text{sen}(kx - \omega t)$	Fator oscilatório	
$kx - \omega t$	Fase	
k	Número de onda	Rad/m
x	Posição	m (metro)
ω	Frequência angular	rad/s (radianos por segundo)
t	Tempo	s (segundos)

FONTE: Os autores

*SI: Sistema Internacional de Unidades.

OBS.: Repare que o número de onda é simbolizado pela letra grega kappa minúsculo (k) enquanto a constante elástica (k) é escrita com a letra “*cá*”.

Entre as grandezas apresentadas no quadro, iniciamos com a explicação da amplitude. Segundo Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 119), a amplitude “é o módulo do deslocamento máximo a partir da posição de equilíbrio quando a onda passa pelos elementos da onda”. Ou seja, a amplitude é considerada a distância do ponto de equilíbrio ao pico ou a distância do ponto de equilíbrio ao vale (veja Figura 11).

A fase da onda é o argumento da função seno: $kx - \omega t$, que chamamos de fator oscilatório. Do mesmo modo como a função seno varia, oscilando entre -1 e +1, na descrição da onda observamos o mesmo comportamento: a variação da fase com o tempo corresponde à oscilação de um elemento na corda, delimitados pelos extremos da amplitude.

O comprimento de onda ilustrado na Figura 10 é a distância entre a propagação da forma de onda de um ponto a outro, e então podemos considerá-lo como a distância entre dois picos ou dois vales. Quando o movimento é iniciado, tomamos como referência a medida do tempo $t = 0$. Nesse instante, de acordo com a equação (23), temos:

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (24)$$

$$y(x, 0) = y_m \sin(kx) \quad (25)$$

O deslocamento de um elemento da corda é sempre o mesmo nas duas extremidades do comprimento de onda. Matematicamente escrevemos:

$$x = x_1 \text{ e } x = x_1 + \lambda$$

Substituindo na equação (25):

$$y_m \sin(kx_1) = y_m \sin(kx_1 + k\lambda) \quad (26)$$

Uma das propriedades da função senoidal implica que a função seno repete quando o argumento aumenta 2π , deste modo, o argumento da equação (26) é:

$$k\lambda = 2\pi \quad (27)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (28)$$

A equação (28) corresponde ao número de onda. É uma grandeza física inversamente proporcional ao comprimento de onda, ou seja, o número de onda representa quantos comprimentos de onda temos por unidade de distância.

Outra grandeza física de grande importância é o período de oscilação de uma onda. O período é o tempo que demora para que um elemento da corda faça uma oscilação completa. Assim como o número de onda, para calcularmos o período, levamos em conta o argumento da função seno que se repete a cada 2π . Então, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (29)$$

Enquanto que a frequência angular da onda é a grandeza física que indica o número de oscilações realizadas por um elemento de corda, por unidade de tempo, e a calculamos por meio da equação:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (30)$$

Quando temos uma onda se propagando no sentido oposto, a equação do deslocamento sofre uma alteração de sinal. Uma onda se propagando no sentido oposto, equivale ao decréscimo de x com o tempo. Matematicamente, implica trocarmos o sinal do tempo no argumento do seno. Assim, uma onda se propagando no sentido negativo de x é descrita pela equação:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t) \quad (31)$$

Ainda, podemos escrever a equação da onda progressiva senoidal em função da diferença de fase, incluindo uma constante de fase θ na função de onda:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \theta) \quad (32)$$

EXEMPLO:

Uma onda se propaga numa corda esticada segundo a equação: $y(x,t) = 2,37 \sin(36,2x - 1,91t)$, onde as constantes estão de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI), ou seja, $2,37\text{m}$, $36,2\text{rad/m}$, $1,91\text{rad/s}$. Determine:

a. Qual é a amplitude da onda?

Solução: a amplitude da onda pode ser encontrada comparando a equação do exercício com a Equação de onda progressiva senoidal:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \theta)$$

$$y(x,t) = 2,37 \sin(36,2x - 1,91t)$$

Portanto, a amplitude é $y_m = 2,37\text{m}$.

b. Qual é o comprimento de onda, o período e a frequência da onda?

Solução: Por meio da equação do número de onda podemos encontrar o comprimento de onda dessa onda. E o número de onda é encontrado da comparação feita no item anterior: $\kappa = 36,2 \text{ rad/m}$, então:

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \lambda &= \frac{2\pi}{\kappa} \\ \lambda &= \frac{2\pi}{36,2} \\ \lambda &= 0,17 \text{ m}\end{aligned}$$

Do item a, temos que $\omega = 1,91 \text{ rad/s}$. O período é dado por:

$$\begin{aligned}T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ T &= 3,29 \text{ s}\end{aligned}$$

Como a frequência é igual ao inverso do período:

$$\begin{aligned}f &= \frac{1}{T} \\ f &= \frac{1}{3,29} \\ f &= 0,30 \text{ Hz}\end{aligned}$$

c. Qual é a velocidade da onda?

Solução:

$$\begin{aligned}v &= \lambda f \\ v &= 0,17 \cdot 0,30 \\ v &= 0,051 \text{ m/s}\end{aligned}$$

d. Qual é o deslocamento y , quando $x = 20,6 \text{ cm}$ e $t = 14,9 \text{ s}$?

Solução: Primeiro devemos verificar se todas as unidades estão no SI. O valor de x não está, então se faz necessário a conversão: $x = 20,6\text{cm} = 0,206\text{m}$. Partimos agora da equação de onda senoidal dada no enunciado:

$$y(x,t) = 2,37 \sin(36,2x - 1,91t)$$

Substituindo os valores de x e t , temos:

$$y(0,206;14,9) = 2,37 \sin(36,2 \cdot 0,206 - 1,91 \cdot 14,9)$$

$$y(0,206;14,9) = 2,37 \sin(7,46 - 28,46)$$

$$y(0,206;14,9) = 2,37 \sin(-21)$$

$$y(0,206;14,9) = 2,37 \cdot (-0,36)$$

$$y(0,206;14,9) = -0,85\text{m}$$

LEITURA COMPLEMENTAR

PROPAGAÇÃO DE ONDAS MARÍTIMAS E TSUNAMIS

Fernando Lang da Silveira
Maria Cristina Varriale

Tsunami é uma palavra japonesa que designa ondas geradas em oceanos, mares, baías, lagos, a partir ou de movimentos sísmicos, ou de vulcanismo, ou de deslizamento de terra submarino, ou de impacto de meteorito, ou até de fenômenos meteorológicos (BRYANT, 2001). O que distingue os tsunamis de outras ondas na superfície da água são os períodos das oscilações da água. Enquanto em uma onda marítima “normal” podem ocorrer períodos de até algumas dezenas de segundos, em um tsunami este tempo atinge alguns minutos ou até meia-hora. Desta forma, os tsunamis são ondas longas, que em alto-mar possuem entre 10 km e 500 km de comprimento de onda.

Esta característica torna os tsunamis muito diferentes das outras ondas, mesmo daquelas que podem ser observadas durante as tempestades. Eles necessariamente são ondas gigantes em comprimento de onda. Os tsunamis, apesar de em alto-mar apresentarem pequenas amplitudes (da ordem de metro), podem se agigantar quando atingem as águas rasas nas proximidades da costa.

Velocidade de propagação das ondas marítimas

As ondas que se propagam na interface líquido-gás, devido à influência do campo gravitacional, são denominadas ondas de gravidade (*gravity waves*). Exemplos deste tipo de ondas são as ondas marítimas. Durante a propagação das ondas, as partículas do líquido oscilam. É facilmente perceptível a oscilação da água na direção do campo gravitacional, perpendicularmente à direção de propagação da onda.

Entretanto, também ocorre uma oscilação das partículas do líquido na própria direção de propagação da onda. Assim as ondas marítimas possuem uma componente oscilatória transversal (na direção do campo gravitacional) e uma componente oscilatória longitudinal (na direção de propagação), determinando que uma partícula do meio descreva uma elipse (ou em um caso particular, uma circunferência) enquanto a onda marítima passa por ela.

Segundo ELMORE e HEALD (1985, p. 187) a velocidade de propagação – v – das ondas na superfície de líquidos é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)}$$

Onde d é a espessura da lâmina de líquido, λ é o comprimento de onda e g é a intensidade do campo gravitacional.

Referências

LANG, F.S. VARRIALE, M.C. Propagação das ondas marítimas e dos tsunamis. **Cad. Bras. Ens. Física**. Vol. 22, n. 2, p. 190-208, ago. 2005.

BRYANT, E. Tsunami. **The underrated hazard**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

ELMORE, W. C. e HEALD, M. A. **Physics of waves**. New York: Dover, 1988.

FONTE: www.if.ufgs.br. Acesso em: 10 set. 2018.

RESUMO DO TÓPICO 1

Neste tópico você aprendeu que:

- O movimento harmônico simples (MHS) ocorre quando um objeto oscila em torno de um ponto de equilíbrio.
- O período do MHS sofre influência da massa do objeto e da constante elástica da mola, lembrando que:
 - A expressão para o período do MHS é: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;
 - Quanto maior a massa, maior o período.
 - Quanto mais dura a mola é, maior o valor de k e menor o período.
- O pêndulo simples é composto de um objeto preso a um fio que pode oscilar. Sendo que:
 - A expressão para o período do pêndulo simples é: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.
 - A massa não influencia no período de oscilação.
 - Quanto mais comprido o fio, maior o período.
 - Quanto menor o fio, menor o período.
- Uma onda é a sequência periódica de pulsos ou perturbações, onde há o transporte de energia sem haver transporte de matéria.

As ondas podem ser classificadas:

- De acordo com o meio em que se propagam:
 - Mecânicas
 - Eletromagnéticas
 - Matéria
- Segundo a direção e a propagação da onda:
 - Longitudinais
 - Transversais
- De acordo com a propagação de energia:
 - Progressivas
 - Estacionárias
- As grandezas físicas do movimento ondulatório são descritas pelas equações:
 - Deslocamento: $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$
 - Frequência: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

- Período: $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Equação da onda progressiva senoidal em função da diferença de fase:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- Onda se propagando no sentido negativo de x:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t)$$

AUTOATIVIDADE



1 Classificamos as ondas de acordo com as características físicas, suas formas de propagação de energia, direção ou meios de propagação. A respeito da natureza das ondas (eletromagnética, mecânica ou de matéria), classifique V para as sentenças verdadeiras e F para as falsas:

- () Uma onda tem por característica transportar energia e matéria.
- () Uma onda mecânica necessita de um meio para se propagar.
- () As ondas têm por característica o transporte de energia.
- () As ondas mecânicas se propagam no vácuo.
- () As ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:

- a) F – F – V – V – V.
- b) V – V – F – V – F.
- c) F – V – V – F – V.
- d) V – F – F – V – F.

2 Nos filmes de ficção científica, é comum acontecerem guerras e batalhas entre naves espaciais e uma explodir a outra, o efeito visual da explosão, ou seja, o clarão é visto e o som da explosão é ouvido. Em benefício do entretenimento há muitos erros relacionados a conceitos físicos. Qual é o erro conceitual relacionado às batalhas no espaço e os efeitos sonoros observados?

- () No espaço sideral, não há um meio material para que as ondas mecânicas se propaguem, por isso, o som não é ouvido.
- () O som pode ser ouvido no espaço, já que as ondas sonoras se propagam no vácuo.
- () A luz da explosão não poderia ser vista, já que é uma onda mecânica e precisa de um meio para se propagar.
- () O som não pode ser ouvido, já que é uma onda eletromagnética e necessita de um meio material para se propagar.

3 Galileu, ao acompanhar as missas na catedral de Pisa, na Itália, fez algumas observações quanto à oscilação dos candelabros pendurados no teto. Sobre o pêndulo simples, associe os itens, utilizando o código a seguir:

- I. A massa do objeto influencia no período de oscilação do pêndulo simples.
- II. O comprimento do fio influencia no período de oscilação do pêndulo simples.
- III. Dois pêndulos simples em locais com aceleração da gravidade diferentes, oscilam com períodos diferentes.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () As afirmativas I e III estão corretas.
- () As afirmativas II e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa I está correta.
- () Somente a afirmativa III está correta.
- () As afirmativas I e II estão corretas.

4 As ondas podem ser caracterizadas por suas características físicas, ou seja, pela forma e meio em que se propagam ou segundo a propagação de energia. Sobre as ondas, analise as seguintes sentenças:

- I. Uma onda de matéria necessita de um meio para se propagar e uma onda mecânica se propaga no vácuo.
- II. Uma onda de matéria é uma onda mecânica.
- III. Uma onda eletromagnética se propaga no vácuo enquanto que uma onda mecânica não.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () Somente a afirmativa III está correta.
- () As afirmativas I e II estão corretas.
- () As afirmativas I e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa II está correta.

5 Um terremoto é detectado por sismógrafos localizados a grandes distâncias do tremor. Para detectar essas ondas, são necessários dois sismógrafos em locais diferentes para determinar a localização do epicentro. Assinale a alternativa CORRETA:

- () As ondas originadas pelos terremotos são ondas eletromagnéticas.
- () As ondas originadas pelos terremotos são longitudinais e transversais, e se propagam pela crosta terrestre com velocidades diferentes.
- () As ondas originadas pelos terremotos são ondas mecânicas e se propagam com velocidades constantes.
- () Não é possível determinar a localização da projeção de origem do terremoto a longas distâncias.

6 Uma onda de amplitude $5,49\text{ m}$ se propaga numa corda esticada. Sabendo que o número de onda e a frequência angular sejam $40,5\text{ rad/m}$ e $0,96\text{ rad/s}$, respectivamente. Determine:

- a) A equação dessa onda.
- b) Quais são o comprimento de onda, o período e a frequência da onda?
- c) Qual é a velocidade da onda?
- d) Qual é o deslocamento y , quando $x = 12,3\text{ cm}$ e $t = 7,5\text{ s}$?

EQUAÇÃO DE ONDA E GRANDEZAS RELACIONADAS AO MOVIMENTO ONDULATÓRIO

1 INTRODUÇÃO

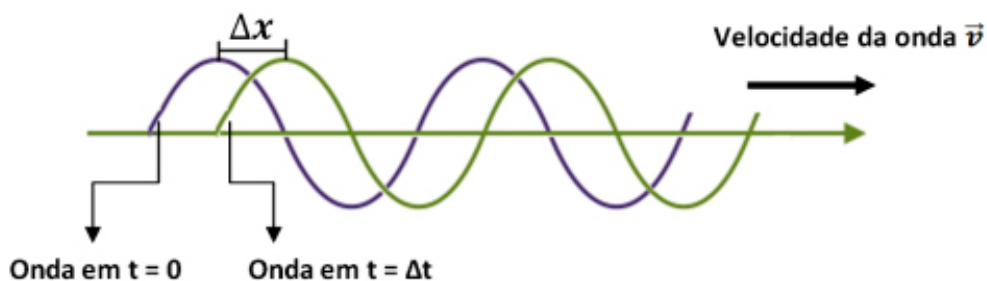
No Tópico 1 classificamos as ondas de acordo com a sua forma e natureza, e afirmamos que alguns tipos de ondas necessitam de um meio para se propagar, enquanto outros se propagam independente do meio. Em ambos os casos, há uma velocidade de propagação associada ao movimento, que dependerá das propriedades do meio em que se propagam.

As características físicas das ondas podem ser descritas usando o conceito de velocidade da onda, período, frequência e comprimento de onda. Embora essas informações sejam importantes, é necessária uma descrição mais detalhada, feita por meio do conceito da função de onda. Você verá que nosso estudo se concentra no Movimento Harmônico Simples em torno de uma posição de equilíbrio, e as ondas serão descritas com funções senoidais, utilizando como base o exemplo de uma onda em uma corda esticada.

2 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ONDULATÓRIA

Vamos imaginar duas ondas se propagando na mesma direção, ao longo do eixo x , e com intervalos de tempos diferentes, como mostra a figura a seguir.

FIGURA 13: PROPAGAÇÃO DE DUAS ONDAS



FONTE: Os autores

Sabendo que a onda se propaga no sentido positivo do eixo x , o deslocamento ocorre no mesmo sentido, percorrendo uma distância Δx num intervalo de tempo Δt . E lembrando ainda que a velocidade é uma relação direta da distância pelo tempo. Se compararmos e considerarmos o deslocamento igual ao comprimento de onda ($\Delta x = \lambda$) e o intervalo de tempo igual ao período ($\Delta t = T$), a velocidade da onda é escrita como:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \quad (33)$$

Como o período (T) pode ser escrito com o inverso da frequência (f), devido à relação:

$$T = \frac{1}{f} \quad (34)$$

A equação para a velocidade de uma onda passa a ser escrita como:

$$v = \lambda f \quad (35)$$

Tal equação é conhecida como Equação Fundamental da Ondulatória, válida para ondas mecânicas e eletromagnéticas. Com isso, pode-se concluir que a velocidade de propagação de uma onda é constante e que o comprimento de onda e a frequência são inversamente proporcionais. Dobrando o comprimento de onda, a frequência é reduzida à metade.



A partir da Equação Fundamental da Ondulatória, concluímos que a onda se desloca uma distância igual a um comprimento de onda em um período de oscilação.

A velocidade da onda depende das propriedades mecânicas do meio na qual a onda se propaga, assim como a frequência é uma propriedade do movimento periódico. Uma onda se propagando no vácuo possui uma velocidade $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, e em outros meios materiais, tem valores menores. Num meio homogêneo, a velocidade é constante e independe da amplitude da onda e da frequência de oscilação. Na próxima seção encontraremos uma relação para a velocidade de uma onda em uma corda esticada.

QUADRO 4 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Grandeza	Interpretação	Unidade de Medida SI*
v	Velocidade	m/s (metros por segundo)
Δx	Deslocamento	m (metro)
Δt	Tempo	s (segundos)
λ	Comprimento de Onda	m (metro)
T	Período	s (segundo)
f	Frequência	Hz (Hertz)

FONTE: Os autores

*SI: Sistema Internacional de Unidades.

EXEMPLO 1 :

Em uma tempestade, o acúmulo de cargas elétricas de sinais opostos entre o solo e as nuvens pode originar dois fenômenos simultâneos: raios e trovões. O clarão dos raios é visto instantaneamente enquanto que o som dos trovões é ouvido segundos depois, sendo que quanto mais distante, mais tempo demorará a ouvi-los. Porque isso acontece?

Solução: Os raios são vistos, pois emitem luz e ela é uma onda eletromagnética. Já os trovões são apenas ouvidos, classificados como ondas mecânicas e se propagam por meio das partículas que compõem o ar. Para cada tipo de onda, eletromagnética ou mecânica, há uma velocidade de propagação diferente associada ao meio em que a onda se propaga.

EXEMPLO 2:

A distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos é definida como comprimento de onda e é denotada pela letra grega lambda (λ). A velocidade do som no ar é de aproximadamente 330 m/s. Suponha que uma onda sonora possui um comprimento de onda de 17 m. Qual é o período desta onda?

Solução: Temos que:

$$v = \lambda f$$

$$330 = 17 f$$

$$f = 20 \text{ Hz}$$

Mas como, $T = \frac{1}{f}$:

$$T = 0,05 \text{ s}$$

EXEMPLO 3 :

Os sinais de televisão são divididos em frequências e cada faixa de frequência corresponde a um canal. O canal 2 corresponde à faixa de frequência de ~~54 MHz~~, ou seja, ~~54000 Hz~~. Suponha que a essa onda eletromagnética se propaga no ar com a mesma velocidade que se propaga no vácuo, qual seria:

a. O período dessa onda?

Solução: Como a frequência é o inverso do período, temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{54000}$$

$$T = 1,85 \times 10^{-5} \text{ s}$$

b. O comprimento de onda dessa onda?

Solução: Como a velocidade de uma onda eletromagnética no ar é considerada igual à velocidade de propagação desse tipo de onda no vácuo, temos $v=c$ e $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$. O comprimento de onda pode ser encontrado por meio da expressão:

$$v = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{54000 \text{ s}^{-1}}$$

$$\lambda = 5,5 \times 10^3 \text{ m}$$

3 VELOCIDADE DA ONDA EM UMA CORDA ESTICADA

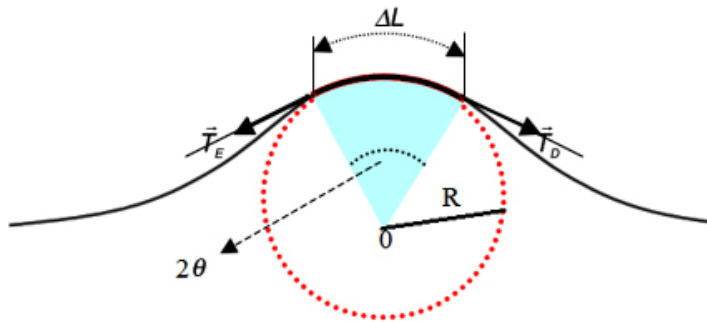
Segundo Tipler (2009 p. 503), uma propriedade geral das ondas é que “sua rapidez em relação ao meio depende das propriedades do meio, mas é independente do movimento da fonte de ondas”. Em meios homogêneos, as ondas se propagam com velocidade constante. Por exemplo, a velocidade do som de uma buzina, depende apenas das propriedades do ar, e não do movimento do carro.

O mesmo acontece para pulsos de onda em uma corda, que depende das propriedades do meio em que a onda se propaga. Para que o movimento de oscilação das partículas aconteça, o meio de propagação precisa ter duas propriedades físicas: massa e elasticidade. Ambas as propriedades são necessárias para o transporte de energia, cinética e potencial respectivamente. Conhecendo a massa e a elasticidade, podemos calcular a velocidade da onda, como faremos a seguir para uma corda esticada.

3.1 DEMONSTRAÇÃO DE ACORDO COM AS LEIS DE NEWTON

Partiremos da análise da figura a seguir, onde temos um pulso simétrico propagando-se em uma corda com velocidade v .

FIGURA 14: REPRESENTAÇÃO DE FORÇAS NUM PULSO SIMÉTRICO SE PROPAGANDO COM VELOCIDADE v



FONTE: Os autores

Para calcular a velocidade da onda em uma corda, estabelecemos as grandezas físicas do movimento que queremos estudar. Seja um pequeno elemento da corda Δl , que forma um arco de círculo de raio R e ângulo 2θ no centro do círculo. Ainda, uma força de tensão $\vec{F}_T$ puxa o elemento de corda nas extremidades, de modo que as componentes horizontais da força de tração (F_E e F_D) se cancelam, restando as forças verticais que produzem uma força radial F , que em módulo, é escrita:

$$F = 2(F_T) \sin \theta \quad (36)$$

Para ângulos pequenos, usamos a aproximação $\sin \theta \approx \theta$:

$$F = (F_T)(2\theta) \quad (37)$$

O comprimento do arco de circunferência, que no nosso exemplo equivale ao elemento da corda Δl , é dado por $\Delta l = 2\theta \cdot R$, portanto $2\theta = \frac{\Delta l}{R}$:

$$F = (F_r) \frac{\Delta l}{R} \quad (\text{Força}) \quad (38)$$

Ainda, a densidade linear (ou massa específica) μ pode ser escrita em termos da massa do elemento de corda, dada pela expressão:

$$\Delta m = \mu \Delta l \quad (\text{Massa}) \quad (39)$$

O elemento de corda com massa Δm se move com uma aceleração em direção ao centro do círculo, dada por:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (\text{Aceleração}) \quad (40)$$

Combinando as equações de força, massa e aceleração, temos o conjunto que compõe a segunda Lei de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$. Assim, reescrevemos usando essas equações:

$$(F_r) \frac{\Delta l}{R} = \mu \Delta l \cdot \frac{v^2}{R} \quad (41)$$

Simplificando a relação, obtemos:

$$v = \sqrt{\frac{F_r}{\mu}} \quad (\text{Velocidade}) \quad (42)$$

Esta relação entre força de tração da corda e densidade linear fornece a velocidade de uma onda se propagando em um meio (ar, água, corda).



A velocidade de uma onda em uma corda esticada depende apenas da tensão e da massa específica da corda (HALLIDAY; RESNICK; WALKER (2009)).

A partir da equação (42) verificamos que a velocidade da onda aumenta quando a tensão aumenta e é inversamente proporcional a densidade linear da corda, além de não depender da amplitude ou frequência da onda. Embora a equação tenha sido deduzida a partir de um caso particular de um pulso se propagando na corda, ela é válida para qualquer movimento de onda transversal em uma corda. Na próxima seção, faremos um procedimento análogo para encontrar a taxa de transferência de energia.

QUADRO 5 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Grandeza	Interpretação	Unidade de Medida SI*
v	Velocidade	m/s (metros por segundo)
F	Força	N (Newton)
F_T	Força de tração	N (Newton)
l	Comprimento da corda	m (metro)
R	Raio de circunferência	m (metro)
m	Massa	Kg (quilograma)
μ	Massa específica ou densidade linear	Kg/m (quilograma por metro)
A	Aceleração	m/s ² (metro por segundo ao quadrado)

FONTE: Os autores

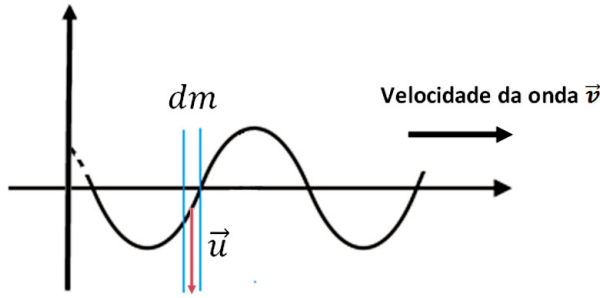
*SI: Sistema Internacional de Unidades.

4 ENERGIA E POTÊNCIA DE UMA ONDA EM UMA CORDA

A energia que recebemos do sol, as ressacas causadas no mar ou os efeitos destrutivos dos terremotos ilustram a energia presente nos movimentos ondulatórios. Conforme a onda se propaga, cada elemento do meio exerce uma força e realiza um trabalho sobre o próximo elemento, transportando energia de um lugar para outro.

Já definimos que as ondas transportam energia, mas não transportam matéria. Agora, vamos examinar as formas de energia possíveis: cinética e potencial. Para analisar o transporte de energia na corda, iniciamos considerando um elemento de corda dm , com uma energia cinética associada a uma velocidade transversal $\vec{v}$, como mostra a figura a seguir.

FIGURA 15: REPRESENTAÇÃO DE UMA ONDA COM ELEMENTO DE CORDA COM MASSA dm SE DESLOCANDO COM UMA VELOCIDADE TRANSVERSAL $\vec{u}$



FONTE: Os autores

A energia cinética do elemento da corda em cada posição depende da velocidade transversal do elemento (HALLIDAY, 2009, p. 125) e na forma diferencial é escrita como:

$$dK = \frac{1}{2} dm u^2 \quad (43)$$

Da equação (23), onde consideramos a propagação de uma onda em uma corda:

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (23)$$

A velocidade é a derivada temporal da posição, logo, o elemento de corda desloca-se com uma velocidade $u(x, t)$:

$$u(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \quad (44)$$

$$u(x, t) = \frac{\partial [y_m \sin(kx - \omega t)]}{\partial t} \quad (45)$$

$$u(x, t) = -\omega y_m \cos(kx - \omega t) \quad (46)$$

Usando a relação (46) na equação da energia cinética:

$$dK = \frac{1}{2} dm (-\omega y_m \cos(kx - \omega t))^2 \quad (47)$$

O elemento de corda pode ser escrito em termos da densidade $\mu dx = dm$:

$$dK = \frac{1}{2} (\mu dx) (-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (48)$$

Dividindo a equação (48) por dt , obtemos a taxa de energia cinética que passa por um elemento de corda, ou seja, a taxa de transmissão de energia cinética da onda.

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \left(\mu \frac{dx}{dt} \right) (-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (49)$$

Lembrando que:

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (50)$$

A taxa média da energia cinética transportada é:

$$\left(\frac{dK}{dt} \right)_{\text{média}} = \left(\frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t) \right)_{\text{média}} \quad (51)$$

Considerando que o valor médio do quadrado de uma função cosseno é $\frac{1}{2}$, escrevemos:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{4} \mu v \omega^2 y_m^2 \quad (52)$$

A equação (52) também é válida para a energia potencial transportada pela onda, já que, para um sistema oscilatório, por exemplo, como um pêndulo, a energia cinética média é igual energia potencial média. A potência média é a taxa de transporte das duas formas de energia transmitidas pela onda, portanto:

$$P_{\text{média}} = 2 \left(\frac{dK}{dt} \right) = 2 \left(\frac{1}{4} \mu v \omega^2 y_m^2 \right) \quad (53)$$

$$P_{\text{média}} = \left(\frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m^2 \right) \quad (54)$$



As grandezas físicas densidade linear μ e velocidade da onda v nesta equação dependem do meio em que a onda se propaga.

A potência média de uma onda longitudinal é dada pela equação (54) e representa a taxa média das energias cinética e potencial sendo transmitidas pela onda. É proporcional ao quadrado da frequência e ao quadrado da amplitude, além de depender do meio em que se propaga. Essas condições equivalem para todos os tipos de ondas.

QUADRO 6 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS.

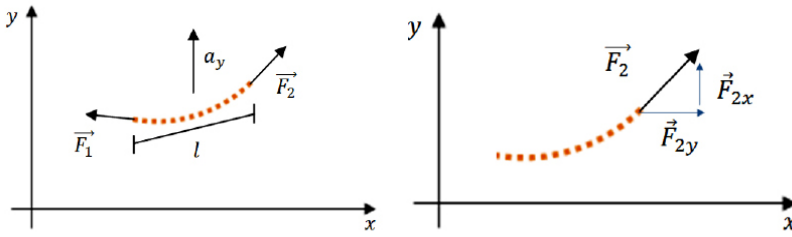
Grandeza	Interpretação	Unidade de Medida SI*
μ	Massa específica ou densidade linear	Kg/m (quilograma por metro)
v	Velocidade	m/s (metros por segundo)
ω	Frequência angular	rad/s (radianos por minuto)
y_m	Amplitude	m (metro)
$P_{\text{méd}}$	Potência média	W (Watt)
K	Energia cinética	J (Joule)

FONTE: Os autores

*SI: Sistema Internacional de Unidades.

4.1 A EQUAÇÃO DA ONDA

Analogamente ao que fizemos para um segmento de corda na seção anterior, podemos deduzir uma equação diferencial ao movimento do elemento de corda. A equação de onda relaciona as derivadas espaciais de $y(x,t)$ com suas derivadas temporais e ilustra a propagação de qualquer tipo de onda. A figura 16 ilustra um elemento de corda quando uma onda se propaga, e a decomposição vetorial da força $\vec{F}_x$.

FIGURA 16: (A) REPRESENTAÇÃO DO ELEMENTO DE CORDA (B) DECOMPOSIÇÃO VETORIAL DA FORÇA F_2 

FONTE: Os autores

Para encontrar uma equação geral do movimento, vamos definir as grandezas físicas:

- dm : massa do elemento de corda.
- l : comprimento do elemento de corda.
- $\vec{F}_1, \vec{F}_2$: forças das extremidades.
- μ : massa específica.

A segunda Lei de Newton, escrita em termos da Figura 7:

$$F_y = m \cdot a_y \quad (55)$$

Aplicando as Leis de Newton as extremidades da corda, de acordo com a decomposição das forças mostrada na Figura 7 (b):

$$F_{2y} - F_{1y} = dm \cdot a_y \quad (56)$$

Para encontrar uma expressão geral a partir da equação (56), é necessário estabelecer algumas relações matemáticas a partir das grandezas físicas da 2ª Lei de Newton.

• Massa

O elemento de massa dm pode ser escrita em termos da massa específica e do comprimento do elemento de corda $dl = dx$, dada pela expressão:

$$dm = \mu dl = \mu dx \quad (57)$$

- **Aceleração**

A aceleração é a variação temporal da velocidade, logo:

$$a_y = \frac{dv}{dt} \quad (58)$$

Reescrevendo em termos da posição:

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \quad (59)$$

- **Força**

O módulo da força F_i (ou F_T - força de tensão) é dado por:

$$F_i = \sqrt{F_{iy}^2 + F_{ix}^2} \quad F_T = \sqrt{F_{Ty}^2 + F_{Tx}^2} \quad (60)$$

Porém, a inclinação do elemento de corda é muito pequena, então usamos a aproximação $F_{iy} \ll F_{ix}$, portanto:

$$F_T = F_{ix} \quad (61)$$

De acordo com a Figura 14 (b), a $\vec{F}_i$ é tangente à corda na extremidade direita do elemento. Desse modo, associamos as componentes da força à inclinação da corda S_i , escrevendo:

$$\begin{aligned} \frac{F_{iy}}{F_{ix}} &= S_i \\ F_{iy} &= S_i F_{ix} \end{aligned} \quad (62)$$

Substituindo (61) em (62): $F_{iy} = S_i F_T$

Analogamente, obtemos: $F_{ly} = S_l F_T$

- **2ª Lei de Newton**

Agora, temos as relações necessárias para substituir na expressão (56):

$$F_{2y} - F_{1y} = dm a_y \quad (56)$$

$$S_2 F_r - S_1 F_r = (\mu dx) \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (63)$$

$$(S_2 - S_1) F_r = (\mu dx) \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (64)$$

A variação de comprimento do elemento de corda é muito pequena, ou seja, a diferença entre S_2 e S_1 é infinitesimal e em qualquer ponto pode ser escrita em termos de S :

$$S = \frac{dy}{dx} \quad (65)$$

Assim,

$$\begin{aligned} F_r dS &= (\mu dx) \frac{d^2 y}{dt^2} \\ \frac{dS}{dx} &= \left(\frac{\mu}{F_r} \right) \frac{d^2 y}{dt^2} \\ \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} &= \left(\frac{\mu}{F_r} \right) \frac{d^2 y}{dt^2} \end{aligned} \quad (66)$$

Reescrevendo em termos de derivadas parciais de 2ª ordem:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \left(\frac{\mu}{F_r} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Lembrando que a velocidade é $v = \sqrt{\frac{F_r}{\mu}}$, então:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (67)$$

A partir da equação de onda reconhecemos uma onda se propagando ao longo do eixo x com velocidade v .



Refça as demonstrações em seu caderno utilizando os passos indicados no livro. Caso seja necessário peça ajuda ao tutor ou professor da disciplina.

A equação (67) é a equação diferencial geral de ondas, e é uma das equações mais importantes da física. A equação satisfaz o movimento de qualquer tipo de onda e depende das condições de contorno do problema, e pode ser usada, por exemplo, para estudar campos elétricos e magnéticos e para compreender a natureza da luz, inclusive mostrar que a luz é uma onda eletromagnética.

RESUMO DO TÓPICO 2

Neste tópico, você aprendeu que:

- Na **equação fundamental da ondulatória**, uma onda se desloca com uma distância igual a um comprimento de onda em um período de oscilação:

$$v = \lambda f$$

- A **velocidade de uma onda em uma corda esticada** depende apenas da tensão e da massa específica da corda:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

- A **potência média** é a taxa de transmissão de energia, dada pela equação:

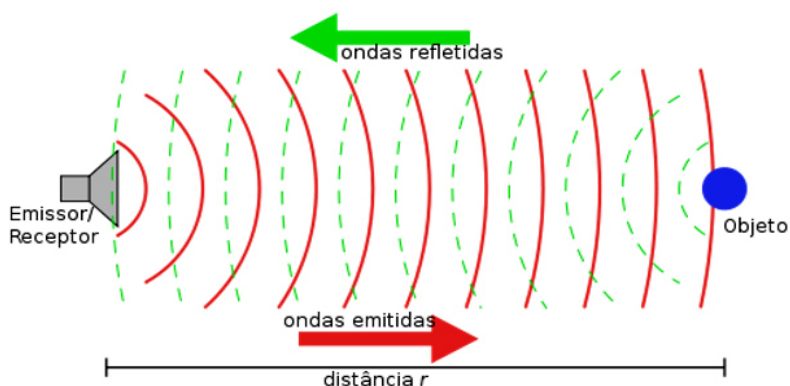
$$P_{\text{méd}} = \left(\frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_m \right)$$

- A **função de onda** é uma das equações fundamentais da física, e é dada pela equação diferencial parcial chamada de **equação de onda**:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$



- 1 Você está pulando corda, e com este exercício, produz uma onda oscilando em uma das extremidades da corda. Disserte e justifique suas análises baseadas nas informações estudadas neste tópico.
 - a) Se você aumentar o ritmo de pulsos, ou seja, aumentar a frequência de oscilações, o que acontecerá com a velocidade e o comprimento de onda? As grandezas físicas diminuem, aumentam ou permanecem iguais?
 - b) Num segundo momento, imagine que é possível aumentar a tensão da corda. O que acontecerá com a velocidade e o comprimento de onda? As grandezas físicas aumentam, diminuem ou permanecem iguais?
- 2 Sonar é um instrumento utilizado para detectar objetos submersos. É usado especialmente na navegação, pesquisa dos oceanos e estudos atmosféricos, para encontrar submarinos, navios ou localizar cardumes por exemplo. O sistema de sonar emite ondas sonoras embaixo da água e mede o tempo que o eco (onda refletida) retorna ao detector do aparelho, como mostra a figura abaixo.



FONTE: Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Sonar#/media/File:Sonar_Principle_pt-BR.svg>. Acesso em: 28 mar. 2018.

Com base nas informações estudadas, e sabendo que a compressibilidade da água é igual a $k = 45,8 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$, determine:

- a) A velocidade das ondas sonoras na água.
- b) O comprimento de onda de uma onda com frequência ~~200 Hz~~ se propagando na água.
- c) Para a frequência do item (b), calcule o comprimento da onda se propagando no ar, compare e discuta o resultado.

- 3 Uma das equações mais importantes da Física é a equação diferencial de onda, dada pela expressão matemática:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Assinale a alternativa CORRETA:

- () A equação de onda permite descrever qualquer tipo de onda se propagando ao longo de um eixo.
- () A equação de onda só pode ser utilizada no movimento das ondas mecânicas.
- () A partir da equação de onda é possível mostrar que a luz não é uma onda eletromagnética.
- () A equação de onda é uma derivada parcial da velocidade em relação ao tempo.

- 4 Usando as relações de número de onda e frequência, demonstre que a equação de onda pode ser escrita como:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

- 5 A equação de uma onda é dada por:

$$y(x,t) = (6,0m) \sin[(8,0rad/m)x - (14,0rad/s)t]$$

Usando a equação de onda obtida na questão 4, determine a velocidade de propagação da onda.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () O número de onda é $k=6,0m$, a frequência angular é $14,0rad/s$ e a velocidade da onda é $0,42m/s$.
- () O número de onda é $k=8,0rad/m$ e a frequência angular é $14,0rad/s$ e a velocidade da onda é $1,75m/s$.
- () O número de onda é $k=8,0rad/m$ e a frequência angular é $14,0rad/s$ e a velocidade da onda é $0,57m/s$.
- () O número de onda é $k=6,0m$, a frequência angular é $8,0m^{-1}$ e a velocidade da onda é $1,33m/s$.

PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO E INTERFERÊNCIA DE ONDAS

1 INTRODUÇÃO

Você já deve ter gritado perto de uma parede ou na encosta de um morro. O resultado desta ação é perceptível aos nossos ouvidos: a onda sonora que se reflete na superfície rígida e retorna o som do eco. Ou então, quando você balança uma corda com uma extremidade presa, o pulso se propaga e retorna para você. Esses fenômenos em que a onda atinge as fronteiras do meio ocorrem devido à superposição das ondas na mesma região entre a onda incidente e a onda refletida.

Neste tópico estudaremos o princípio de superposição e interferência das ondas.

2 PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO DE ONDAS

Diferente de corpos que se movimentam, as ondas são pulsos que se propagam em um meio. Isso permite uma característica particular, já que as ondas podem se encontrar numa mesma região. Na física, este comportamento é chamado de superposição.

Vale ressaltar, que as perturbações se propagam de modo independente, um pulso não interfere na propagação do outro. No momento em que os pulsos se encontram, acontece a superposição. O princípio da superposição afirma que a ordenada de cada ponto do pulso resultante é a soma algébrica das ordenadas de cada um dos pontos que se cruzam. Portanto, o pulso resultante é a soma algébrica dos pulsos que se superpõem. Matematicamente escrevemos:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \quad (68)$$

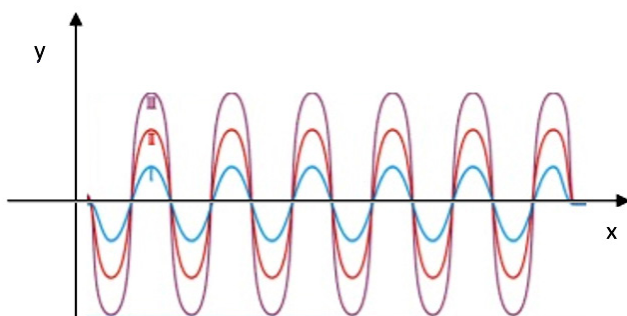


Ondas superpostas se somam algebricamente para produzir uma onda resultante (HALLIDAY; RESNICK; WALKER (2009, p. 129).

Quando duas ou mais ondas passam ao mesmo tempo na mesma região, elas se superpõem, produzindo interferências construtivas ou destrutivas. Na interferência construtiva a amplitude das ondas se cruzam. Esse fenômeno acontece quando duas cristas ou dois vales possuem a mesma fase.

No instante em que as ondas se encontram, a amplitude resultante é igual a soma das amplitudes de cada pulso. Portanto, na interferência construtiva as ondas possuem a mesma fase (os picos estão alinhados com os vales) havendo formação de uma onda maior. Na figura a seguir, a soma das ondas I e II resulta na onda III.

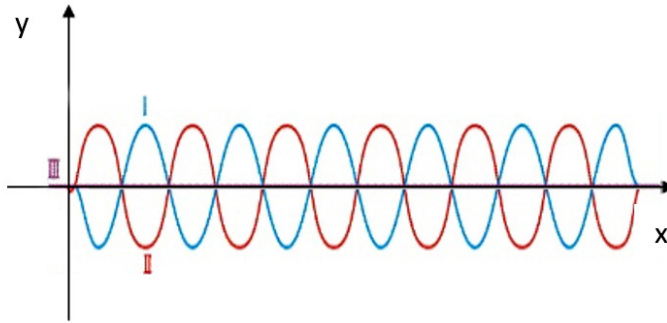
FIGURA 17: REPRESENTAÇÃO DA INTERFERÊNCIA CONSTRUTIVA



FONTE: Os autores

No caso da interferência destrutiva, a amplitude resultante da superposição de pulsos é a diferença das amplitudes individuais. Neste caso, as ondas apresentam diferença de fase, ou seja, o encontro das ondas se dá em uma crista e um vale, como é possível visualizar na figura a seguir.

FIGURA 18: REPRESENTAÇÃO DA INTERFERÊNCIA DESTRUTIVA



FONTE: Os autores

Na Figura 18, a onda III é o resultado da diferença entre a onda I e a onda II. As ondas I e II tem amplitudes iguais, portanto, as amplitudes se cancelam e a onda resultante tem amplitude nula.



O encontro de duas ou mais ondas que se propagam num determinado meio é regido por dois princípios:

Princípio da superposição: ondas superpostas se somam algebricamente.

Princípio da independência das ondas: ondas superpostas não se afetam mutuamente.

A superposição de duas ondas progressivas que se propagam na mesma direção e sentido é outra onda do mesmo tipo, porém, a intensidade da onda resultante depende da diferença de fase entre elas (NUSSENZVEIG, 1981). Este fenômeno chama-se interferência, como estudaremos com mais detalhes na próxima seção.

3 INTERFERÊNCIA DE ONDAS

Iniciamos estudando o que acontece com duas ondas senoidais, de mesmo comprimento de onda e amplitude. A forma da onda resultante depende da fase das duas ondas, por isso, vamos considerar duas ondas se propagando em uma corda. O comportamento da primeira onda é regida pela equação:

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (69)$$

A segunda onda, deslocada em relação a primeira, move-se com uma diferença de fase ϕ . Como vimos no Tópico 1, a equação do deslocamento de uma onda senoidal com diferença de fase ϕ é:

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (70)$$

A propagação das duas ondas diferem entre si apenas pela diferença de fase. Os demais parâmetros se mantêm constantes, com mesma frequência angular, número de onda, amplitude e velocidade. Aplicando o princípio de superposição, temos que a onda resultante é a soma algébrica das duas ondas, logo:

$$y'(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \quad (71)$$

$$y'(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y'(x, t) = y_m \left[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi) \right] \quad (72)$$

Nesta equação, temos a soma de duas funções senoidais de ângulos diferentes, por isso, aplicamos a identidade trigonométrica:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (73)$$

Chamando $\alpha = (kx - \omega t)$ e $\beta = (kx - \omega t + \phi)$ e aplicando na equação 72, obtemos:

$$y'(x, t) = y_m \left[2 \sin \frac{1}{2}(kx - \omega t + kx - \omega t + \phi) + \cos \frac{1}{2}(kx - \omega t - kx + \omega t + \phi) \right]$$

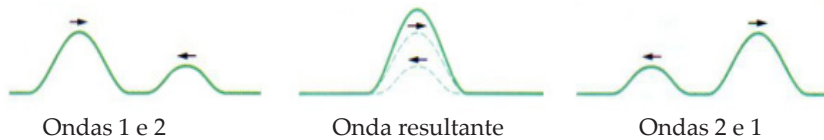
$$y'(x, t) = \left[2 y_m \cos \frac{1}{2} \phi \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \phi \right) \quad (74)$$

A equação (74) representa a onda resultante produzida pela interferência de duas ondas progressivas. Observe que a equação pode ser analisada em três partes:

- $y'(x,t)$: deslocamento.
- $2y_m \cos \frac{1}{2}\phi$: termo da amplitude.
- $\sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi\right)$: termo oscilatório.

Ou seja, a onda resultante é uma onda transversal senoidal, com fator de amplitude e um fator oscilatório. A figura a seguir mostra as ondas 1 e 2 antes da interferência, a onda resultante durante a superposição e as ondas 2 e 1 após a interferência. Como podemos observar, as ondas se propagam no sentido do eixo x , e portanto, a onda resultante também se propaga neste sentido.

FIGURA 19: DOIS PULSOS SE PROPAGANDO EM SENTIDOS OPOSTOS EM UMA CORDA



FONTE: Adaptado de Halliday, Resnick, Walker (2009, p.130)

Casos particulares:

Segundo a equação (74), a constante de fase é dada por $\phi/2$.

- Para $\phi=0$ rad, as duas ondas estão em fase, e, portanto, a equação (74) é reescrita como:

$$y'(x,t) = \left[2y_m \cos \frac{1}{2} \cdot 0 \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \cdot 0 \right)$$

Como $\cos 0 = 1$:

$$y'(x,t) = 2y_m \sin(kx - \omega t) \quad (75)$$

Este é o caso da *interferência totalmente construtiva*. A amplitude da onda resultante é a maior possível, obtendo o valor máximo do termo cosseno para $\phi=0$.

- Para $\phi = \pi \text{ rad}$ as ondas estão defasadas, e neste caso, a equação (74) fica:

$$y'(x, t) = \left[2y_m \cos \frac{1}{2} \pi \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \pi \right)$$

$$\text{Como } \cos \frac{\phi}{2} = \cos \frac{\pi}{2} = 0:$$

$$y'(x, t) = 0 \quad (76)$$

Este é o caso da *interferência totalmente destrutiva*. Ainda que não veja a corda se mover, as duas ondas estão se propagando na corda.

As diferenças de fase podem ser descritas em termos dos ângulos e do comprimento de onda. Como vimos no Tópico 1, a função senoidal repete quando o argumento aumenta $2\pi \text{ rad}$, deste modo uma diferença de fase $\phi = 2\pi \text{ rad}$ equivale a uma defasagem com mesmo comprimento de onda.



Duas ondas com o mesmo comprimento de onda estão em fase se a diferença de fase é nula ou igual a um número inteiro de comprimentos de onda (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009, p. 132).

Na prática, é possível perceber o efeito do princípio de superposição e interferência em diversos casos. Imagine a situação: você está conversando com um amigo e ouvindo música ao mesmo tempo. Entretanto, o fato dos eventos ocorrerem simultaneamente, não impede que você ouça a conversa ou som da música. Isso é possível porque o som que chega aos seus ouvidos é a soma algébrica do som produzido pela voz e pela onda produzida pelo alto falante. Se os sons não fizessem essa combinação linear, o som que você ouviria seria indistinguível. No próximo tópico estudaremos as ondas estacionárias e ressonância.

RESUMO DO TÓPICO 3

Neste tópico, você aprendeu que:

- No princípio da superposição: ondas superpostas se somam algebricamente.
- No princípio da independência das ondas: as ondas superpostas não se afetam mutuamente.
- Interferência construtiva: as ondas possuem a mesma fase, formando uma onda maior.
- Interferência destrutiva: as ondas apresentam diferença de fase, e a amplitude resultante da superposição de pulsos é a diferença das amplitudes individuais.
- A onda resultante da interferência de duas ondas é expressa pela equação:

$$y'(x,t) = \left[2y_m \cos \frac{1}{2}\phi \right] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi \right)$$

- Para $\phi = 0 \text{ rad}$, temos uma *interferência totalmente construtiva*, cuja equação que descreve a amplitude da onda é:

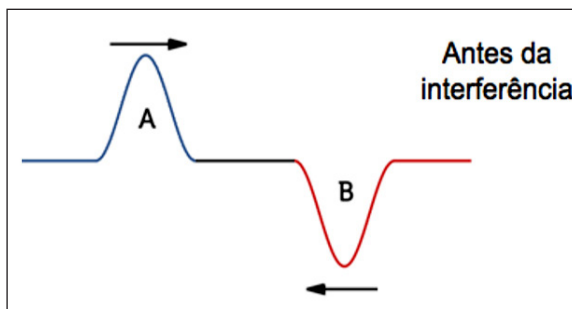
$$y'(x,t) = 2y_m \sin(kx - \omega t)$$

- Para $\phi = \pi \text{ rad}$, temos uma *interferência totalmente destrutiva*, cuja equação que descreve a amplitude da onda é:

$$y'(x,t) = 0$$



- 1 Dois pulsos de onda se propagam em uma corda com a mesma velocidade, mas em sentidos opostos. Antes da interferência, os pulsos se encontram como mostra a figura a seguir:



FONTE: Adaptado de: <https://www.resumov.com.br/wp-content/uploads/2017/11/img_5a0ebe72c2730.png>. Acesso em: 28 mar. 2018.

Considerando o princípio de interferência e superposição de ondas, associe os itens, utilizando o código a seguir:

- I. Quando os pulsos se encontrarem ocorre uma interferência construtiva.
- II. Após alguns instantes, ocorrerá uma superposição de ondas e a interferência será destrutiva.
- III. A onda resultante durante a interferência terá amplitude nula.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:

- () As afirmativas I e II estão corretas.
- () As afirmativas II e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa II está correta.
- () Somente a afirmativa III está correta.
- () As afirmativas I e III estão corretas.

- 2 Explique o princípio de superposição de ondas e interferência e cite exemplos práticos da aplicação destes teoremas.
- 3 Ao se propagarem em uma corda, duas ondas com mesma equação de onda estão defasadas em $\phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$. A equação da onda resultante é:

$$y'(x,t) = [2y_m \cos \frac{1}{2}\phi] \sin \left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\phi \right)$$

Qual é a amplitude da onda resultante em termos da amplitude comum y_m das duas ondas?

Assinale a alternativa CORRETA:

- () A amplitude é nula.
- () A amplitude é $2,82y_m$.
- () A amplitude é $1,41y_m$.
- () A amplitude é $-y_m$.

4 Quando duas ou mais ondas passam simultaneamente na mesma região, elas se superpõem, produzindo interferências construtivas ou destrutivas. Considerando a interferência construtiva, associe os itens, utilizando o código a seguir:

- I. Esse fenômeno acontece quando duas cristas ou dois vales possuem a mesma fase.
- II. Esse fenômeno acontece quando uma crista e um vale possuem diferentes fases.
- III. O resultado desse fenômeno é uma onda se propagando com amplitude nula.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:

- () As afirmativas II e III estão corretas.
- () As afirmativas I e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa I está correta.
- () Somente a afirmativa III está correta.
- () As afirmativas I e II estão corretas.

ONDAS ESTACIONÁRIAS E RESSONÂNCIA

1 INTRODUÇÃO

Nos tópicos anteriores, estudamos a reflexão de um pulso e propagação em uma corda e os princípios de superposição e interferência das ondas.

Neste tópico, investigaremos o que ocorre quando uma onda senoidal é refletida pela extremidade fixa de uma corda. As ondas estacionárias representam um tipo especial de superposição de ondas e caracterizam-se por regiões nas quais há pontos que vibram com amplitudes diferentes. Este conteúdo é fundamental no estudo das ondas sonoras, especialmente para a compreensão das notas musicais dos instrumentos de corda e sopro.

2 ONDAS ESTACIONÁRIAS

No tópico anterior, discutimos o movimento ondulatório de duas ondas se propagando no mesmo sentido. Você já se perguntou o que acontece se as ondas se propagam no sentido oposto? Assim como no primeiro caso, ondas em sentidos opostos também obedecem ao princípio de superposição. Primeiramente, vamos analisar matematicamente o que acontece quando duas ondas progressivas se propagam num determinado meio. Dada a equação senoidal de uma onda incidente se propagando para a direita:

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad (\text{onda incidente})$$

Ao se propagar em uma corda com uma extremidade fixa, a onda é refletida, e volta na direção oposta. Como vimos em seções anteriores, há uma mudança de fase de 180° , portanto, a equação de uma onda é escrita mudando o sinal:

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t) \quad (\text{onda refletida})$$

As ondas y_1 e y_2 vão coexistir no mesmo meio e sobrepor-se. Pelo princípio de superposição de ondas, sabemos que a onda resultante é a soma das duas ondas, portanto:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \quad (77)$$

$$y(x, t) = y_m \sin(Kx - \omega t) + y_m \sin(Kx + \omega t)$$

$$y(x, t) = y_m [\sin(Kx - \omega t) + \sin(Kx + \omega t)]$$

Usando a propriedade trigonométrica $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a$, temos:

$$y(x, t) = y_m (\sin Kx \cdot \cos \omega t - \sin \omega t \cos Kx) + y_m (\sin Kx \cdot \cos \omega t + \sin \omega t \cos Kx)$$

$$y(x, t) = 2y_m \sin Kx \cdot \cos \omega t \quad (78)$$



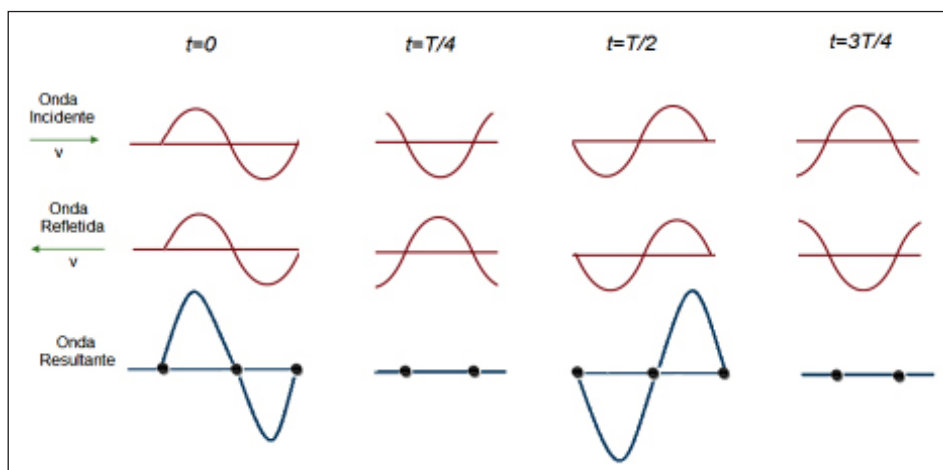
Quando duas ondas senoidais se propagam com mesma amplitude e mesmo comprimento de onda, mas em sentidos opostos, a interferência entre elas resulta numa onda estacionária.

A onda estacionária em uma corda com uma extremidade fixa, descrita pela equação (78) é produzida pela interferência das ondas estacionárias e pode ser analisada em três partes:

- $y(x, t)$: deslocamento
- $2y_m \sin Kx$: termo de amplitude.
- $\cos \omega t$: termo oscilatório.

O conjunto $kx - \omega t$ desaparece da equação (78). Portanto, a onda resultante não é mais progressiva, e sim uma onda estacionária. Para compreender esse fenômeno, observe a figura a seguir.

FIGURA 20: REPRESENTAÇÃO DA ONDA ESTACIONÁRIA RESULTANTE DA SUPERPOSIÇÃO DE DUAS ONDAS IDÊNTICAS PROPAGANDO-SE EM SENTIDOS OPOSTOS



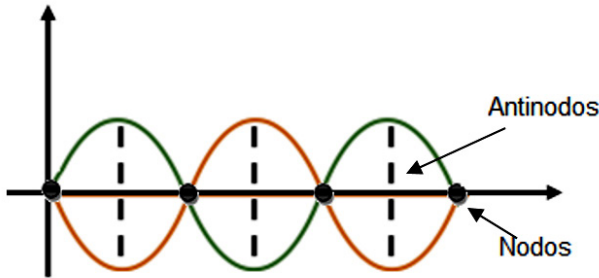
FONTE: Os autores

A figura acima mostra um elemento da corda, na qual se propagam duas ondas. A onda incidente move-se com velocidade v para a direita, enquanto que a onda refletida move-se com velocidade v para a esquerda. Cada figura mostra ao longo do mesmo elemento de corda as posições nos instantes $t=0$, $t=T/4$, $t=T/2$ e $t=3T/4$. A onda resultante, para os mesmos instantes de tempo, é resultado da superposição das duas ondas que se propagam em sentidos opostos.

É importante ressaltar que a onda resultante mantém o mesmo comprimento de onda das ondas incidente e refletida, e de acordo com o princípio de superposição de ondas, a amplitude é duas vezes maior. Podemos classificá-la como uma onda estacionária, já que esta não se propaga pela corda, de modo que os elementos da corda vibram num MHS, mantendo um modo estacionário de propagação.

Neste caso, a configuração da onda permanece a mesma e a amplitude é alterada, de acordo com os pontos na corda, que se movem ou não. Como podemos ver na figura a seguir, existem pontos na corda que não vibram. Estes pontos, chamados de **nós ou nodos**, permanecem imóveis e resultam de uma interferência totalmente destrutiva. No meio de dois nós, há pontos que vibram com amplitude máxima, chamados de **ventres ou antinodos**. Nestes pontos, as ondas estão em fase, e resultam de uma interferência totalmente construtiva.

FIGURA 21: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UMA REGIÃO DA ONDA ESTACIONÁRIA



FONTE: Os autores

As ondas progressivas não possuem a mesma amplitude para todos os elementos de corda, de modo que a amplitude varia com a posição. Para encontrar o valor dos nodos e antinodos, consideramos a equação (78). Para os antinodos ou ventres a função seno é máxima, tal que:

$$\kappa x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \dots$$

Como vimos em seções anteriores, o número de onda equivale a $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$, portanto:

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \dots$$

Reescrevendo de uma forma geral:

$$x = \frac{n\lambda}{4}, \text{ onde } n = 1, 3, 5, 7 \dots \quad (\text{antinodos}) \quad (79)$$

Para a região dos nodos, consideramos os pontos onde o seno é nulo:

$$\kappa x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \dots$$

Analogamente, podemos escrever em termos do número de onda:

$$x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, 2\lambda \dots$$

Assim, a posição dos nodos é dada por:

$$x = \frac{n\lambda}{2}, \text{ onde } n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \quad (\text{nodos}) \quad (80)$$

A partir das equações apresentadas, verificamos que a distância entre dois antinodos e dois nodos sucessivos, é equivalente à metade comprimento de onda. Nesta seção descrevemos as ondas estacionárias de uma corda com uma das extremidades fixa. Na próxima seção estudaremos as relações pertinentes aos modos normais de uma corda com as duas extremidades fixas.

3 RESSONÂNCIA

Você deve ter ouvido o ditado popular: “Água mole em pedra dura, tanto bate até que fura”. Mas já parou para pensar no significado físico dessa afirmação? Certamente este ditado está relacionado com o movimento oscilatório das ondas do mar desgastando as pedras mais duras nas encostas da praia.

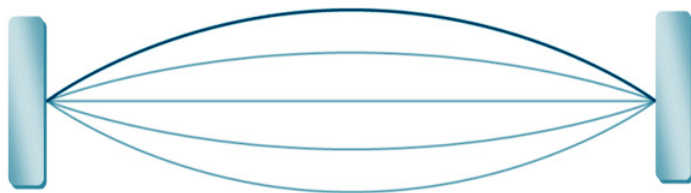
Todo material possui uma frequência natural de vibração, que pode ser homogênea ou não. Um pêndulo oscilando tem uma frequência bem definida, enquanto que o corpo humano pode vibrar com diferentes frequências. As ondas transportam energia, e deste modo podem afetar a matéria com a qual interagem. As taças de cristal que quebram quando são submetidos a sons muito agudos ou prédios que desabam durante terremotos são exemplos deste fenômeno chamado ressonância.

A ressonância acontece quando há transferência de energia entre uma fonte e um receptor ou sistema. A transferência de energia é máxima quando a fonte emite ondas iguais às frequências naturais de oscilação do receptor, e ocorre até o momento em que a energia for dissipada.

Para estudarmos as ondas estacionárias e ressonância, vamos supor que produzimos uma onda senoidal fixa nas duas extremidades. Ao produzirmos uma perturbação na corda, a onda chega à extremidade direita, é refletida e começa a se propagar para a esquerda até chegar à outra extremidade fixa. O processo é contínuo, de modo que a onda é refletida mais uma vez e volta a se propagar para a direita, resultando em muitas ondas superpostas que interferem entre si.

Seja uma corda presa à duas extremidades, separadas por uma distância L . Para encontrar uma expressão que descreva as frequências de ressonância, é necessário que haja um nó em cada extremidade da corda. A configuração mais simples do modo fundamental de vibração em uma corda com as duas extremidades fixas é mostrada na figura a seguir.

FIGURA 22: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO MODO FUNDAMENTAL DE VIBRAÇÃO EM UMA CORDA



FONTE: Os autores

Como vimos na seção anterior, a distância entre dois nós é equivalente a meio comprimento de onda. Isto significa dizer que o comprimento da corda L é igual a meio comprimento de onda. Matematicamente, escrevemos:

$$\frac{\lambda}{2} = L \rightarrow \lambda = 2L \quad (81)$$

Reescrevendo a equação (81) em termos da equação fundamental da ondulatória: $v = \lambda f$

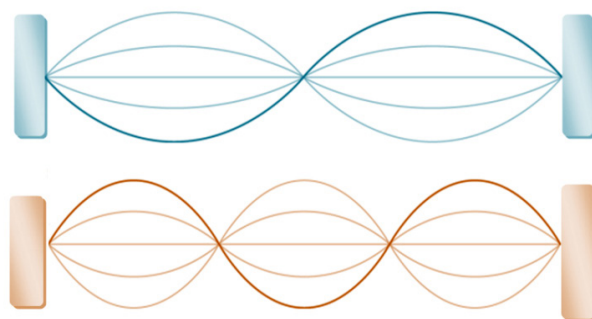
$$\frac{v}{f} = 2L$$

$$f = \frac{v}{2L} \quad (82) \quad (\text{corda fixa nas duas extremidades para o modo fundamental})$$

Note que a equação (82) é válida para a configuração apresentada na figura 22, que corresponde ao maior comprimento de onda. Como vemos na figura 23, há outros modos estacionários possíveis, que vibram com diferentes frequências fundamentais. Para o segundo modo estacionário, a distância entre

os nós equivale a $L = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$, para o terceiro modo estacionário, a distância entre os nós equivale a $L = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$ e assim por diante.

FIGURA 23: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO SEGUNDO E TERCEIRO MODO DE VIBRAÇÃO EM UMA CORDA



FONTE: Os autores

Deste modo, reescrevemos a equação (82):

$$f = n \frac{v}{2L} \quad \text{para } n=1,2,3,4,\dots \quad (83)$$

A partir da equação (83) concluímos que as frequências de ressonância são múltiplos inteiros da menor frequência de ressonância (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009). Essas frequências são chamadas de harmônicos, compostas pela série harmônica. Como explicita a equação (82), o modo de oscilação com menor frequência, denomina-se primeiro harmônico ou modo fundamental. O modo com $n = 2$ é chamado segundo harmônico, $n = 3$ terceiro harmônico e assim sucessivamente para n modos de oscilações que compõem a série harmônica.

Estes resultados têm aplicações importantes para o estudo dos instrumentos musicais e da natureza do som. Objetos em vibração produzem sons que podem ou não ser audíveis aos nossos ouvidos, que também resultam de oscilações, como veremos na próxima unidade.

LEITURA COMPLEMENTAR**ASPECTOS BÁSICOS DE TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA
E RESSONÂNCIA MAGNÉTICA**

Edson Amaro Júnior
Helio Yamashita

TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA – TC

Essa técnica, que se baseia em raios-x, foi utilizada para aplicações clínicas ainda no início da década de 70, uma vez que torna possível examinar o encéfalo e, com maior clareza, os limites do sistema ventricular e as partes ósseas do crânio. O aparelho consiste em uma fonte de raios-X que é acionada ao mesmo tempo em que realiza um movimento circular ao redor da cabeça do paciente, emitindo um feixe de raios-X em forma de leque. No lado oposto a essa fonte, está localizada uma série de detectores que transformam a radiação em um sinal elétrico que é convertido em imagem digital. Dessa forma, as imagens correspondem a secções ("fatias") do crânio. A intensidade (brilho) reflete a absorção dos raios-X e pode ser medida em uma escala (unidades Hounsfield).

Recentemente, com a evolução tecnológica, é possível adquirir imagens rapidamente através da técnica de varredura espiral (ou helicoidal). Essa inovação permite realizar o exame em aproximadamente três minutos. Torna possível também a angiografia por TC (angio-TC) e outros procedimentos que se beneficiem de dados volumétricos. Isto facilita o exame de pacientes agitados.

Apesar dos avanços, ainda é limitada a capacidade de diferenciar entre substância branca e cinzenta, notadamente na região do cerebelo e núcleos da base. A grande deficiência é vista nas doenças desmielinizantes ou em algumas lesões neoplásicas infiltrativas e em transtornos psiquiátricos. A única indicação para esse exame em psiquiatria é a pesquisa de diagnósticos diferenciais como neoplasias e processos inflamatórios, em situações em que o acesso à ressonância magnética é limitado.

RESSONÂNCIA MAGNÉTICA – RM

Algumas pessoas ainda utilizam o nome "ressonância magnética nuclear". O termo "nuclear" não é o mais correto, uma vez que causa confusão com radioatividade e não há radiação ionizante nesse método. A técnica fundamenta-se em três etapas: alinhamento, excitação e detecção de radiofrequência. O alinhamento se refere à propriedade magnética de núcleos de alguns átomos, que tendem a se orientar paralelamente a um campo magnético (como uma bússola

em relação ao campo magnético da terra). Por razões físicas e pela abundância, o núcleo de hidrogênio (próton) é o elemento utilizado para produzir imagens de seres biológicos. Assim, para que esses átomos sejam orientados numa certa direção, é necessário um campo magnético intenso – habitualmente cerca de 1,5 Teslas (30 mil vezes mais intenso que o campo magnético da terra). Entendida essa etapa, é possível associar o nome "magnética" e o antigo "nuclear". Falta entender "ressonância".

A etapa seguinte é a excitação. Sabe-se que cada núcleo de hidrogênio "vibra" numa determinada frequência proporcional ao campo magnético em que está localizado. Assim, em 1,5 T, o hidrogênio tem frequência de 63,8 MHz. O aparelho emite então uma onda eletromagnética nessa mesma frequência. Existe uma transferência de energia da onda emitida pelo equipamento para os átomos de hidrogênio, fenômeno conhecido como ressonância.

Já temos agora o nome completo dessa técnica, mas falta informação de como são produzidas as imagens. Esta é a terceira etapa: detecção de radiofrequência. Quando os núcleos de hidrogênio receberam a energia, tornaram-se instáveis. Ao retornar ao estado habitual, eles emitem ondas eletromagnéticas na mesma frequência (63,8 MHz - faixa de ondas de rádio).

Então o equipamento detecta essas ondas e determina a posição no espaço e a intensidade da energia. Essa intensidade é mostrada como "brilho" na imagem, sendo utilizada a nomenclatura "intensidade de sinal". Dependendo da forma e do tempo em que excitamos os átomos, as imagens poderão ser mais sensíveis a diferentes propriedades dos tecidos.

FONTE: AMARO, E. J., YAMASHITA, H. Aspectos básicos de tomografia computadorizada e ressonância magnética. **Rev. Bras. Psiquiatr.** Vol. 23. São Paulo: 2001.

RESUMO DO TÓPICO 4

Neste tópico você aprendeu que:

- Quando duas ondas se propagam com a mesma amplitude e o mesmo comprimento de onda, e em sentidos opostos, a interferência entre elas resulta numa **onda estacionária**.
- Em uma corda com uma extremidade fixa, a onda estacionária é dada pela equação:

$$y(x,t) = y_m \sin Kx \cdot \cos \omega t$$

- As ondas estacionárias possuem pontos o deslocamento é nulo, chamados **nós ou antinodos**. A posição dos nodos é conhecida pela equação:

$$x = \frac{n\lambda}{2}, \text{ onde } n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots \quad (\text{nodos})$$

- Os pontos onde o deslocamento é máximo são chamados de **ventre ou antinodo**, dado pela equação:

$$x = \frac{n\lambda}{4}, \text{ onde } n = 1, 3, 5, 7 \dots \quad (\text{antinodos})$$

- A **ressonância** acontece quando há transferência de energia entre uma fonte e um receptor ou sistema. A frequência de ressonância é conhecida pela equação:

$$f = n \frac{v}{2L} \text{ para } n = 1, 2, 3, 4 \dots (\text{corda fixa nas duas extremidades})$$



- 1 A famosa ponte pênsil de Tacoma nos EUA sucumbiu quatro meses e sete dias após a inauguração, ao entrar em ressonância com rajadas de vento que sopravam especificamente na frequência natural da ponte. Isso fez com que a ponte oscilasse até o seu colapso.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () As vibrações do vento são ressonantes com as ondas progressivas que se propagam ao longo da ponte.
- () A frequência de oscilação da ponte é diferente das vibrações do vento, por isso ocorreu o fenômeno de ressonância.
- () O desabamento da ponte é resultado da superposição de ondas.
- () O desabamento da ponte ocorreu devido as vibrações do vento serem ressonantes com as vibrações da ponte.

- 2 O aparelho eletrônico de cozinha mais versátil é o micro-ondas. Este equipamento utiliza uma fonte que gera ondas eletromagnéticas com uma frequência bem definida, na qual são refletidas pelas paredes internas. Ao esquentar a comida, o cozimento acontece quando as moléculas de água do alimento absorvem a energia gerada pelas ondas, e então, passam a vibrar com a mesma frequência das ondas emitidas pela fonte geradora do micro-ondas. O fenômeno físico que explica o funcionamento do micro-ondas é:

- () Interferência construtiva.
- () Interferência destrutiva.
- () Ressonância.
- () Difração.
- () Polarização.

- 3 O *slackline* é considerado um esporte de equilíbrio onde uma fita elástica é esticada e presa em dois pontos fixos, o que permite ao praticante se equilibrar ou fazer acrobacias com auxílio da fita elástica. Existem variações desse esporte, como o *waterline* e o *highline*, que na verdade são o *slackline* sobre a água e em grandes montanhas ou pontes, respectivamente. Uma fita elástica para a prática deste esporte com 15 metros possui cerca de 2360 gramas (FONTE: Disponível em: <http://www.safetecbr.com.br/arquivos/manual-slackline-15-metros-pdf_1412010980.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2018).

Quando totalmente esticada, suporta uma tensão máxima de 400 Newton. Suponha que você e um grupo de amigos fixem em duas árvores (devidamente protegidas) no Parque Central de Timbó, uma fita de *slackline* para demonstrar suas habilidades num domingo à tarde. Sua fita possui as especificações acima descritas. Depois da prática, como excelentes entusiastas e estudantes de Física, vocês observam a fita oscilar como na figura a seguir:

REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA OSCILAÇÃO DE UMA FITA DE *SLACKLINE*.



Fonte: Os autores

Qual é o comprimento de onda λ , o número harmônico n , a frequência f , das ondas estacionárias responsáveis pelas oscilações?

Assinale a alternativa CORRETA:

- () $\lambda = 15m, n = 2, f = 3,36 \text{ Hz}$.
- () $\lambda = 3,75m, n = 4, f = 13,4 \text{ Hz}$.
- () $\lambda = 7,5m, n = 4, f = 6,72 \text{ Hz}$.
- () $\lambda = 7,5m, n = 4, f = 0,2126 \text{ Hz}$.
- () $\lambda = 30m, n = 5, f = 1,67 \text{ Hz}$.

4 Uma corda com $2,50 \text{ m}$ de comprimento e massa de $0,50 \text{ kg}$ é tensionada à $7,00 \text{ N}$. Calcule:

- a) A velocidade de uma onda nesta corda.
- b) A frequência de ressonância no modo fundamental desta corda.

SOM E FENÔMENOS ACÚSTICOS

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Esta unidade tem como objetivos:

- caracterizar as ondas sonoras a partir da frequência e das velocidades em diferentes meios;
- diferenciar as qualidades do som;
- compreender como ocorrem as interferências em ondas sonoras;
- compreender as condições necessárias para a ocorrência de efeito Doppler.

PLANO DE ESTUDOS

Esta unidade está dividida em quatro tópicos. No decorrer da unidade, você encontrará autoatividades com o objetivo de reforçar o conteúdo apresentado.

TÓPICO 1 – ONDAS SONORAS

TÓPICO 2 – QUALIDADES DO SOM

TÓPICO 3 – INTERFERÊNCIA E INSTRUMENTOS MUSICAIS

TÓPICO 4 – BATIMENTOS E EFEITO DOPPLER

ONDAS SONORAS

1 INTRODUÇÃO

Quando um bebê nasce, entra num mundo desconhecido, onde tudo é novidade, e seu desenvolvimento é extremamente rápido. Nesse novo mundo, o bebê reconhece poucas coisas, por exemplo, a voz dos pais! No processo de desenvolvimento, além de ouvir, os bebês começam a emitir sons para se comunicar, seja por meio do choro ou por balbucios.

Estamos acostumados desde muito pequenos a ouvir e reconhecer sons produzidos por qualquer que seja a fonte. Falar e ouvir são características extremamente importantes para a comunicação em nosso cotidiano, embora pessoas com problemas auditivos tenham outros recursos, como a linguagem de sinais.

E você, gosta de ouvir música? Na fase da adolescência e depois, na vida adulta, algo que nos faz relaxar e até nos relacionarmos com outras pessoas, é a música! Seja para curtir sozinho ou para curtir com os amigos, a música, seja qual for o gênero, é muito importante e pode até expressar como estamos nos sentindo. A música desperta sentimentos como saudade, angústia e tranquilidade, e apesar de desconhecermos por que a música é um fenômeno tão especial, a física pode contribuir para a combinação de sons.

O fato é que os atos de falar e ouvir são explicados parcialmente por meio da física, uma vez que são fenômenos que ocorrem na natureza. Você deve ter se perguntado o porquê de alguns espetáculos musicais serem realizados em teatros, por exemplo, apresentações de orquestras. Ou então, o porquê de as orquestras possuírem vários instrumentos diferentes. Para entendermos estas e outras indagações, é preciso estudar as ondas sonoras.

Curiosamente, o estudo da física das ondas sonoras possui vasta aplicação tecnológica. Na área da saúde, os fisiologistas e fonoaudiólogos estão interessados em compreender a fala e os processos que envolvem o sistema sensorial da audição, ou até mesmo, por que uma pessoa ronca. Biomédicos desvendam os ruídos produzidos pelo coração e pulmões para verificar eventuais problemas de saúde. Na área da engenharia, há inúmeros exemplos, desde melhorar a acústica de prédios e catedrais, até estudar as ondas de choques e ruídos dos jatos comerciais nas proximidades dos aeroportos.

Arquitetos avaliam as melhores condições acústicas para eliminar ruídos excessivos utilizando móveis e materiais de decoração para evitar a reflexão dos sons. Do mesmo modo, a indústria busca desenvolver eletrodomésticos menos ruidosos, como geladeiras, máquinas de lavar roupas, aspiradores de pó.

Na Unidade 1, discutimos sobre oscilações, ondas e as definimos segundo suas características físicas. Diferenciamos as ondas mecânicas das ondas eletromagnéticas da seguinte forma:

- Ondas mecânicas: necessitam de um meio para se propagarem.
- Ondas eletromagnéticas: não necessitam de um meio para se propagarem, ou seja, se propagam também no vácuo.

A natureza ondulatória do som é explicada através da propagação de energia sem que haja transporte de matéria. A transmissão do som na atmosfera ocorre através do meio em que as ondas se propagam, e por isto, as ondas sonoras são ondas mecânicas. A velocidade do som e a reflexão são observadas nos fenômenos naturais como ruídos ou ecos, além dos efeitos ondulatórios como interferência, batimentos, difração e efeito Doppler, como veremos nesta unidade.

2 AS ONDAS SONORAS

Um dos sentidos do sistema sensorial é a audição e é através dela que captamos diferentes sons na natureza. As vibrações produzidas pelo som de uma campainha, de um instrumento musical, ou de um objeto caindo na água precisam ser transmitidas por um meio material. O som se propaga em fluidos ou sólidos, ou seja, é necessário um meio para que a onda se propague, portanto, as ondas sonoras pertencem ao conjunto das ondas mecânicas.

Podemos ouvir o som de um rádio a certa distância porque os alto-falantes vibram na frequência da música e excitam as moléculas que compõem o ar, que vibram nesta mesma frequência e assim sucessivamente até a música chegar aos nossos ouvidos.

Aqui, podemos lembrar algo que foi discutido na unidade anterior sobre os filmes de ficção científica. Nos filmes de guerras e combates entre naves espaciais, quando ocorre uma explosão, o clarão pode ser visto, já que a luz pode ser definida como uma onda eletromagnética, mas o som não poderíamos ouvir! Como o som é uma onda mecânica, é necessário que haja um meio para se propagar, não podendo se propagar no vácuo, isto é, no espaço.

Neste tópico abordaremos as propriedades das ondas sonoras, incluindo a frequência, amplitude e a intensidade. Até então, discutimos as ondas mecânicas em termos do deslocamento, porém, torna-se mais apropriado estudar as ondas sonoras por meio das flutuações de pressão, as relações entre deslocamento e intensidade, bem como a relação existente entre essas grandezas físicas e a percepção do som pelo ouvido humano.

2.1 O QUE É SOM?

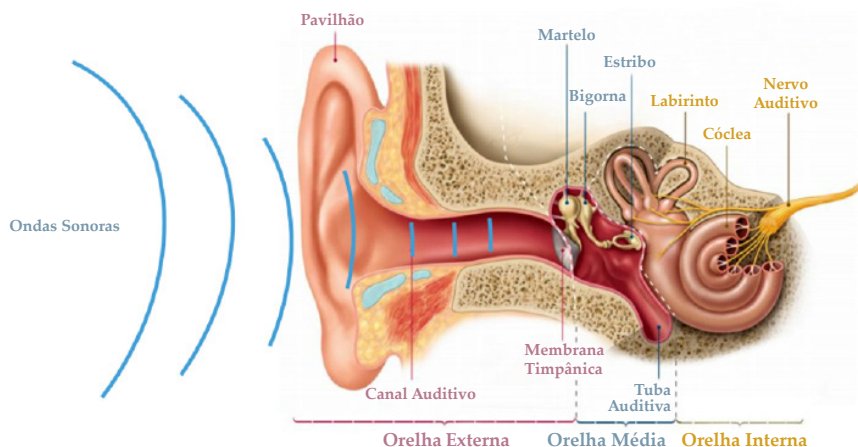
A definição física mais adequada para o som é uma onda longitudinal se propagando em um determinado meio. Os fenômenos sonoros estão relacionados às oscilações de objetos. Quando ouvimos outra pessoa falando, o som é emitido pelas oscilações das cordas vocais desta pessoa, enquanto que ouvimos o som de um violão devido às oscilações das cordas que ressoam. Quando um baterista toca sua bateria, o som é emitido pelas peles dos tambores e pelos pratos metálicos oscilando.

Ao falarmos, a caixa craniana amplifica o som emitido pelas cordas vocais, tornando-o mais intenso. No caso de um violão acústico, seu corpo amplifica o som e o mesmo fenômeno ocorre com os instrumentos de percussão, quando sua pele oscila o som é amplificado pelo tubo. Todos esses objetos vibrantes necessitam de um meio, seja ele sólido, líquido ou gasoso, para se propagarem, por isso o som é definido como uma onda sonora.

Quando uma fonte sonora emite algum som, nossos ouvidos captam essas oscilações, mas como? Exatamente, oscilando! O ouvido humano é um instrumento impressionante e extremamente sensível, capaz de detectar baixas intensidades do som que provocam pequenos deslocamentos no tímpano.

Como vemos na Figura 1, a orelha é composta por três compartimentos: a orelha externa, a orelha média e a orelha interna. A maior parte do aparelho auditivo está localizada no interior da cabeça. As ondas sonoras são captadas por nossos ouvidos e convertidas em impulsos elétricos que são enviados para o nosso cérebro. O caminho percorrido pelas perturbações sonoras inicia no canal auditivo até atingir a extremidade interna deste canal, através de uma membrana chamada de membrana timpânica.

FIGURA 1 - RECEPÇÃO DAS ONDAS SONORAS NA ORELHA HUMANA



FONTE: Adaptado de: <<https://www.ouviclin.com.br/como-funciona-a-audicao>. Acesso em 13/05/2018>. Acesso em: 31 jul. 2018.

As vibrações responsáveis pela oscilação da membrana passam por três ossículos: martelo, bigorna e estribo. Através deste processo, as oscilações são amplificadas, chegando à cóclea, na parte da orelha interna. Esta cavidade é revestida por pequenos pelos e em seu interior possui um líquido que auxilia na transmissão das oscilações para o nervo auditivo, que envia as oscilações para o cérebro. Deste modo, a onda sonora passa pela orelha e é interpretada pelo cérebro.

O som é definido por frequências específicas, que podem ou não ser audíveis pelo ser humano. Segundo Nussenzweig (1981), “oscilações harmônicas produzem sons audíveis somente num intervalo de frequência entre ~~20 Hz~~ e ~~20 kHz~~”. As frequências que não são ouvidas pelos seres humanos são denominadas infrassom (menores frequências) e ultrassom (maiores frequências).

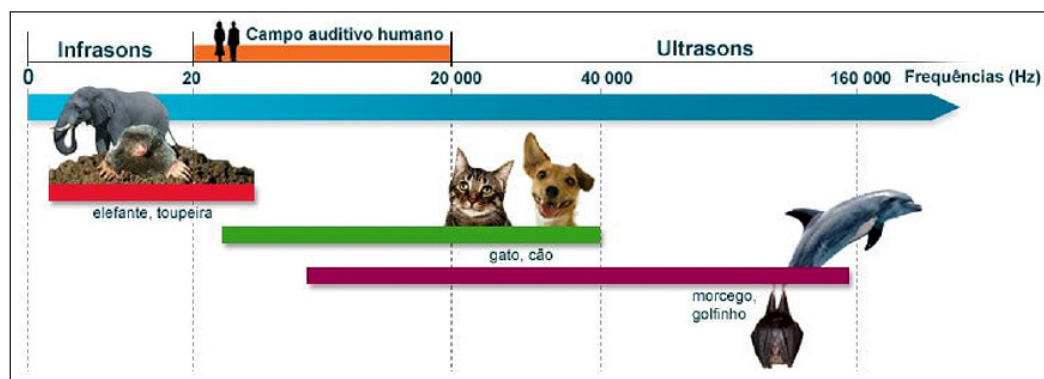


O som é uma onda longitudinal que necessita de um meio material para se propagar, seja ele sólido, líquido ou gasoso, cuja faixa de frequência audível ao ser humano está compreendida entre 20 Hz e 20 kHz.

2.2 INFRASSOM E ULTRASSOM

As frequências abaixo e acima da faixa de frequência audível no intervalo de ~~20 Hz~~ e ~~20 kHz~~ não são sentidas pelos ouvidos dos seres humanos, sendo que estas faixas são conhecidas como infrassom e ultrassom, respectivamente. Podemos observar, na Figura 2, que alguns animais conseguem captar e interpretar sons com faixas de frequência fora do intervalo do campo auditivo humano.

FIGURA 2 - INTERVALOS DE FREQUÊNCIAS SONORAS



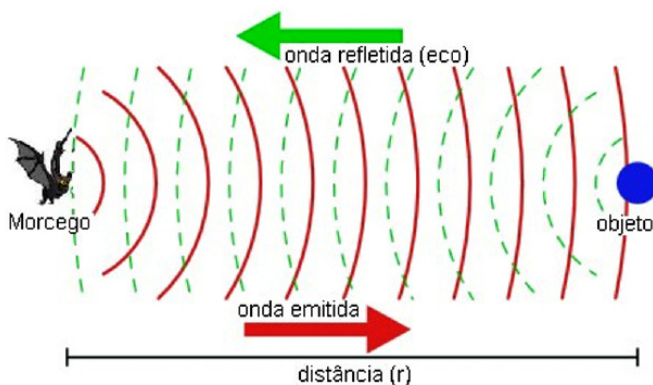
FONTE: Disponível em: <<https://blog.vidroid.com.br/tutoriais/como-gerar-frequencias-sonoras-com-seu-android>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

Para o intervalo de frequências entre 0 a 20 Hz, os sons não são captados pelo ser humano, mas por alguns animais como elefantes, aranhas e toupeiras. Outras fontes de infrassons incluem trovões, vulcões, abalos sísmicos e outras ondas produzidas por vibrações de maquinaria pesada.

Em média, a fala das mulheres encontra-se no intervalo de frequência de 200 Hz a 250 Hz, enquanto que a fala dos homens está no intervalo entre 100 Hz e 125 Hz. Já sons acima de 20 000 Hz não são audíveis pelo ser humano, mas perceptíveis para animais como o morcego e o golfinho.

Os morcegos são noturnos e mesmo não usufruindo de boa visão, conseguem desviar de obstáculos no escuro! Mas como isso acontece? Os morcegos emitem ondas na faixa do ultrassom, que ao colidirem com um obstáculo, retornam ao morcego, possibilitando ao morcego a localização de tais obstáculos. Ou seja, funcionam como o sonar de um submarino! É o mesmo princípio. Os submarinos utilizam deste princípio para que possam conhecer o relevo do fundo do mar e verificar se existe algum objeto na superfície.

FIGURA 3 - ESQUEMA DE LOCALIZAÇÃO POR MEIO DE ULTRASSONS DE UM MORCEGO

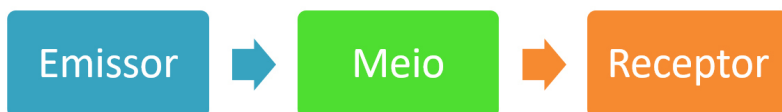


FONTE: Disponível em: <<http://animais.culturamix.com/curiosidades/o-surpreendente-radar-dos-morcegos>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

Procedimentos de diagnóstico por imagem são amplamente usados na medicina por meio da ultrassonografia, permitindo detectar imperfeições e anomalias especialmente em fetos, visualizar problemas na vesícula ou pedras no rim, fígado ou até mesmo para detectar a formação de tumores. O scanner de ultrassom possui frequências que variam entre 2MHz e 18MHz, e por se tratar de um equipamento que utiliza ultrassons, não é invasivo para o paciente que o recebe, já que as ondas sonoras não interagem com a matéria em nível celular.

2.3 ONDAS SONORAS

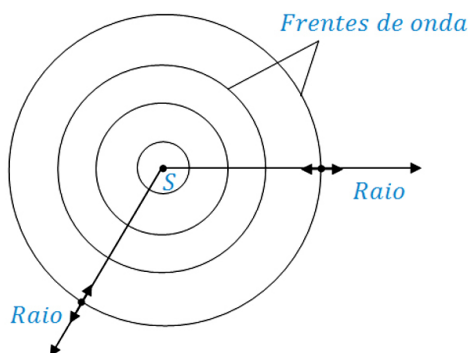
O som é resultado da percepção de perturbações das moléculas do meio em um determinado intervalo de tempo que se apresentam em forma de ondas. Apesar do som se propagar em meios sólidos ou líquidos, neste tópico focaremos nossa atenção às ondas sonoras que se propagam no ar. Para que as ondas sonoras aconteçam, é necessário um sistema formado por:



O *emissor* é o responsável por causar as perturbações no *meio*, que serão sentidas pelo *receptor*. As perturbações representam infinitesimais variações de pressão no meio, e se deslocam na mesma direção de propagação. Logo, ondas de pressão caracterizam o som, são longitudinais e se deslocam por meio de compressões e descompressões do ar.

Para estudar e descrever fisicamente os movimentos causados pelos distúrbios provocados no meio, inicialmente consideramos que uma fonte sonora, responsável pela emissão do som, é uma *fonte pontual* e dela são emitidas ondas em todas as direções, sendo as *frentes de onda* e os *raios* que indicam a direção e o espalhamento destas ondas. A Figura 4 mostra o esquema de ondas se propagando a partir de uma fonte (S).

FIGURA 4 - ONDA SONORA SE PROPAGANDO A PARTIR DE UMA FONTE (S)



FONTE: Os autores

As frentes de onda são superfícies em torno da fonte sonora (S) e são representadas por circunferências. O raio representa a direção de propagação de uma onda. São linhas retas perpendiculares às frentes de onda. À medida que as frentes de onda se afastam da fonte, seu raio aumenta e sua curvatura diminui, tanto é que, bem distante da fonte, podemos considerá-las aproximadamente planas e são conhecidas como *ondas planas*.

2.4 VELOCIDADE DO SOM

Na Unidade 1, discutimos que numa tempestade ocorrem raios e trovões devido a alguns fatores, mas que ao ocorrerem, vemos o clarão e só depois o estrondo do raio rasgando os céus por um curto instante rompendo a rigidez dielétrica do ar, mas ainda não discutimos a velocidade com que o som se propaga neste tipo de fenômeno.

Na Grécia antiga, Aristóteles foi um dos primeiros a estudar a velocidade com que o som se propaga. Em suas conjecturas, afirmava que o som agudo se movia com maior velocidade quando comparado ao som grave. Definiremos som agudo e grave futuramente, entretanto podemos adiantar que a velocidade não depende de o som ser agudo ou grave. Apesar de hoje conhecermos melhor a natureza e como o som se propaga, não podemos subjugar as ideias que surgiram num período em que não existia tecnologia.

A partir de Aristóteles, os estudos foram evoluindo até que, muito tempo depois, Pierre Gassendi, em 1635, calculou a velocidade do som como sendo de aproximadamente 478 m/s , e ainda provou que sons agudos e graves possuem a mesma velocidade, o que contrariava Aristóteles.

Seguiram-se os estudos até que, em 1738, Isaac Newton, por meio do eco de um tiro de canhão no *Trinity College*, calculou uma nova velocidade do som como sendo 344 m/s a 20°C , o que é muito próximo do valor exato (MARCO, 2005).

A velocidade está intimamente relacionada com a temperatura, tanto é que o acréscimo de 1°C na temperatura aumenta $0,6\text{ m/s}$ na velocidade do som (BOHN, 1988).

O Quadro 1 mostra a velocidade do som em alguns meios, levando em conta que os valores são válidos para a temperatura de 20°C , e que a velocidade de propagação do som depende de fatores externos ao meio, como condições de vento e umidade.

QUADRO 1 - A VELOCIDADE DO SOM EM DIFERENTES MEIOS DE PROPAGAÇÃO

Meio	Velocidade (m/s)*
Ar (0°C)	331
Ar (20°C)	343
Hélio	965
Hidrogênio	1284
Água (0°C)	1402
Água (20°C)	1482
Aço	5941
Granito	6000
Alumínio	6420

FONTE: Adaptado de Halliday (2009)

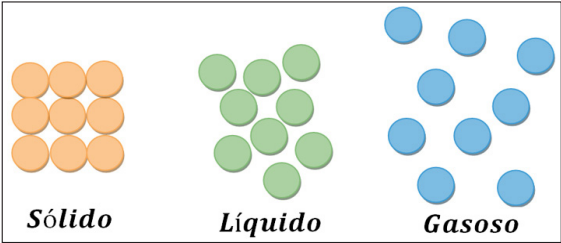
*Os valores da velocidade estão aqui arredondados, pois estamos interessados nas diferenças entre os distintos tipos de materiais.



Por que nos líquidos a transmissão do som ocorre com maior velocidade? E por que nos sólidos a velocidade é maior ainda?

Além do estado físico, existe a diferença na organização e no espaço entre as moléculas que compõem as substâncias, como se pode observar na Figura 5:

FIGURA 5 - ORGANIZAÇÃO DAS MOLÉCULAS EM CADA ESTADO FÍSICO



FONTE: Os autores

O Quadro 2 nos ajuda a compreender melhor o conceito.

QUADRO 2 - RELAÇÃO ENTRE OS ESTADOS FÍSICOS E A ORGANIZAÇÃO MOLECULAR

Estado físico	Espaço entre moléculas	Grau de organização
Sólido	Pouco	Organizado
Líquido	Intermediário	Menos organizado
Gasoso	Muito	Desorganizado

Fonte: Os autores

Quanto menor o espaço entre as moléculas, maior será a velocidade com que as vibrações do som são transmitidas, ou seja, a velocidade do som será maior em meios cujas moléculas estão mais organizadas e agrupadas.

Outro fator que pode influenciar na velocidade é a umidade, porém, sua influência é mínima quando comparada à influência da temperatura. A equação 1 mostra a relação entre a velocidade e a temperatura:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \tag{1}$$

Onde:

- v : velocidade do som (m/s).
- v_0 : velocidade do som (m/s) à 0° C ou 273,15 K.
- T : temperatura ambiente (K)
- T_0 : temperatura de 0° C ou 273,15 K.

A unidade de medida de velocidade apresentada está de acordo com o Sistema Internacional de Unidades. Como a expressão apresenta uma divisão entre as temperaturas T e T_0 , esses valores de temperatura não podem estar em graus Celsius (°C), pois a expressão apresentaria uma divisão por zero, o que resulta numa indeterminação matemática. É por este motivo que a temperatura deve ser convertida em Kelvin (K). A relação de conversão de graus Celsius para Kelvin é dada pela equação 2:

$$T_K = T_C + 273,15 \tag{2}$$

Onde:

- T_K : temperatura em Kelvin (K).
- T_C : temperatura em Celsius (°C).

A Figura 4, acompanhada do Quadro 2, nos ajuda a entender a organização molecular em cada estado físico, mas a densidade do ar varia conforme a temperatura, apesar de apresentar-se em fase gasosa, pode-se observar no Quadro 3 que, com o aumento da temperatura, as moléculas aumentam seu grau de agitação, ficam mais dispersas e sua densidade diminui:

QUADRO 3 - EFEITO DA TEMPERATURA NA VELOCIDADE DO SOM E NA DENSIDADE DO AR

Temperatura (°C)	Velocidade do Som (m/s)	Densidade (kg/m³)
-25	315,77	1,4224
-20	318,94	1,3943
-15	322,07	1,3673
-10	325,18	1,3413
-5	328,25	1,3163
0	331,30	1,2922
5	334,32	1,2690
10	337,31	1,2466
15	340,27	1,2250
20	343,21	1,2041
25	346,13	1,1839
30	349,02	1,1644
35	351,88	1,1455

OBS: Os valores no quadro são assim apresentados considerando a pressão de ~~1 atm~~ (ou ~~101,325 kPa~~).

FONTE: Adaptado de: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Densidade_do_ar>. Acesso em: 21 maio 2018.

Exemplo: Num dia agradável em que um termômetro marca a temperatura de 23° C, um aluno decide verificar a velocidade do som no ar. Sabendo que a velocidade do som no ar a 0° C é de 331,30 m/s , qual seria a velocidade do som na situação descrita?

Solução: Devemos utilizar a equação 2, para converter a temperatura de Celsius para Kelvin.

$$T_K = T_C + 273,15 \rightarrow T_K = 23 + 273,15 \rightarrow T_K = 296,15 \text{ K}$$

A equação 1 resultará no valor que estamos interessados, mas devemos identificar as grandezas c_0 e T_0 , que são, respectivamente, velocidade do som de 331,30 (m/s) a 0° C (ou 273,15 K) e temperatura de 0° C (ou 273,15 K). Do problema, temos que $c_0 = 331,30 \text{ m/s}$ e $T_0 = 273,15 \text{ K}$, então:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \rightarrow v = (331,30 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{296,15 \text{ K}}{273,15 \text{ K}}} \rightarrow v \cong 344,97 \text{ m/s}$$

Comparando o valor obtido ($v \cong 344,97 \text{ m/s}$ a 23°C) com o valor da velocidade do som no ar a 20°C (343,21 m/s), podemos observar que com o aumento da temperatura, há também o aumento do valor da velocidade de propagação do som, o que está de acordo com a teoria.

Pensando ainda na teoria, em que afirmamos que a cada 1°C a velocidade do som sofre um acréscimo de 0,6 m/s, se a 20°C a velocidade do som é de 343,21 m/s , com mais 3°C, a velocidade deveria aumentar em 1,8 m/s, indo a 345,01 m/s. O que é muito próximo do resultado obtido, já que estamos desconsiderando erros associados às medidas. Mais uma vez, nosso resultado confere com a teoria!

Entretanto, se pensarmos que com a altitude a temperatura diminui, os valores para a velocidade do som diminuem à medida que a altitude aumenta, como mostra o Quadro 4:

QUADRO 4 - A VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DO SOM NO AR EM DIFERENTES ALTITUDES

Altitude (m)	Velocidade (m/s)*
0 (nível do mar)	343
1600	335
3200	329
4700	323
9300	304
13900	295

FONTE: Adaptado de Ser Protagonista (2016)

*Os valores da velocidade do som aqui apresentados, são aproximados, pois tem apenas a função de representar a diferença em relação às altitudes.

2.5 VELOCIDADE DO SOM NUMA CORDA

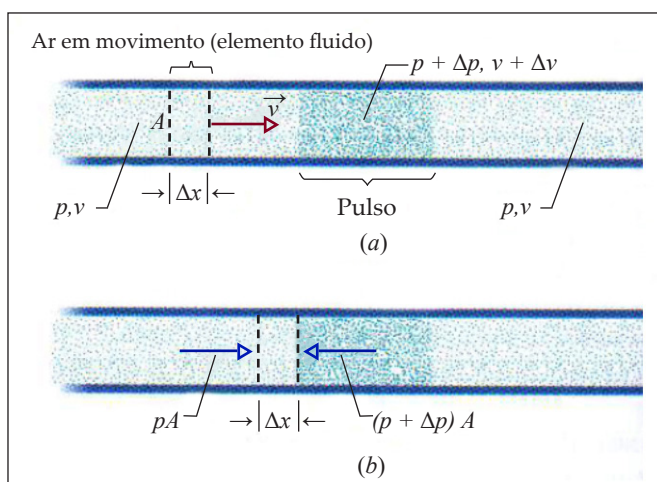
Na Unidade 1 deste material, discutimos e deduzimos uma expressão para a velocidade do som numa corda escrita como:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

Contudo, podemos escrever a velocidade do som em termos de uma nova variável, partindo de uma análise diferente. Iniciamos da análise da energia potencial associada à deformação de elementos de uma corda esticada. Quando o som se propaga por esta corda, a energia potencial está associada à expansão e compressão de pequenos elementos de volume do ar. Quando um meio é submetido a pressão, um elemento de volume sofre pequenas variações, “surge” a propriedade chamada de módulo de elasticidade volumétrico (B).

Para compreendermos melhor o que é esta propriedade, de onde surge e qual é sua expressão matemática, partimos das leis de Newton e da análise da Figura 6:

FIGURA 6 - UM PULSO SE PROPAGANDO PARA A ESQUERDA NUM TUBO CHEIO DE AR. EM (a) UM ELEMENTO DE AR SE DESLOCA PARA A DIREITA E EM (b) ESTE ELEMENTO ENCONTRA O PULSO



FONTE: Halliday (2009, p. 152)

Pela 2ª Lei de Newton, a força resultante depende das pressões sobre o elemento de ar (Δx). O ar chega até o pulso de compressão com velocidade v e pressão p . A pressão na região do pulso é maior por se tratar de uma região onde o ar é comprimido, então, na região do pulso, a pressão é $p + \Delta p$. Lembrando que o pulso se desloca para a esquerda e que a área A é a área da seção transversal. Sendo assim, a força resultante é dada pela equação 3:

$$F = pA - (p + \Delta p)A \rightarrow F = pA - pA - \Delta pA \rightarrow F = -\Delta pA \quad (3)$$

O sinal negativo significa que a força age sobre o elemento de ar e aponta para a esquerda. A velocidade com que o ar se propaga depende apenas de Δx e da variação do tempo (Δt), portanto:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (4) \rightarrow \Delta x = v \Delta t \quad (5)$$

O volume do elemento de ar depende de $\Delta V = A \Delta x$. Já a massa desse elemento depende de sua densidade (ρ) e do volume (ΔV), portanto:

$$\Delta m = \rho \Delta V \quad (6)$$

Mas como $\Delta V = A \Delta x$, podemos escrever Δm como:

$$\Delta m = \rho A \Delta x \quad (7)$$

Substituindo a equação 5 em 7, temos:

$$\Delta m = \rho A v \Delta t \quad (8)$$

A aceleração do nosso elemento é:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (9)$$

Agora, de acordo com a 2ª Lei de Newton, a força resultante é escrita na forma da equação 10:

$$F = m a \quad (10)$$

Vamos utilizar esta expressão para a nossa análise. A força resultante é dada pela equação 3, a massa pela equação 8 e a aceleração pela equação 9, então:

$$F = ma$$

$$-\Delta p A = (\rho A \cdot v \cdot \Delta t) \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Simplificando,

$$-\Delta p = \rho \cdot v \cdot \Delta v \quad \rightarrow \quad \rho = -\frac{\Delta p}{v \cdot \Delta v}$$

Multiplicando ambos os lados por v^2 :

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v} \quad (11)$$

Podemos substituir $\Delta v / v$ por $\Delta V / V$, já que:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{A \cdot \Delta v \cdot \Delta t}{A \cdot v \cdot \Delta t} = \frac{\Delta v}{v}$$

Portanto, a equação 11 pode ser reescrita como:

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} = B \quad (12)$$

E esta equação 12 representa a propriedade conhecida como módulo de elasticidade volumétrico (B), ou seja, a equação 12 passa a ser escrita como:

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \quad (13)$$

Finalmente, podemos escrever uma nova equação para a velocidade. Na equação $v = \sqrt{\frac{F_r}{\mu}}$, F_r representa uma propriedade elástica e μ uma densidade, então podemos substituir F_r por B e μ por ρ , então a velocidade do som é:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (14)$$

QUADRO 5 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Símbolo	Grandeza	Unidade*
v	Velocidade	m/s (metros por segundo)
B	módulo de elasticidade volumétrico	Pa (Pascal)
ρ	Densidade	kg/m^3 (quilograma por metro cúbico)
p	Pressão	Pa (Pascal)
V	Volume	m^3 (metro cúbico)
A	Área da seção transversal	m^2 (metro quadrado)
Δt	Variação do Tempo	s (segundos)
m	Massa	kg (quilograma)
a	Aceleração	m/s^2 (metro por segundo ao quadrado)
Δx	Comprimento do elemento de ar	m (metro)

Fonte: Os autores

*Unidade de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

Exemplo: Uma fonte sonora emite ondas que se propagam numa corda cuja densidade é de $0,80\text{ kg/m}^3$ e a velocidade é de 23 m/s , qual o módulo de elasticidade volumétrico?

Solução: A equação 14 nos diz que:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \rightarrow v^2 = \frac{B}{\rho}$$

Isolando o módulo de elasticidade volumétrico (B):

$$B = v^2 \cdot \rho \rightarrow B = (23m/s)^2 \cdot (0,80kg/m^3) \rightarrow B = 423,2 Pa$$

2.6 ONDAS SONORAS PROGRESSIVAS

Na Unidade 1 definimos ondas progressivas por meio de sua característica principal: “...cada ponto da onda vibra com a mesma intensidade. A configuração da onda se move, havendo transporte de energia e momento linear de um ponto a outro”. O som é um fenômeno vibratório, resultante das variações de pressão no

ar, portanto estudaremos os deslocamentos e variações de pressão relacionadas a uma onda sonora se propagando no ar.

As ondas sonoras podem ser geradas por um diapasão ou um alto-falante cujas vibrações provocam oscilações das moléculas vizinhas, que compõem o ar, em torno de suas posições de equilíbrio. Essas moléculas colidem com moléculas próximas e assim sucessivamente, provocando oscilações análogas, fazendo com que o som se propague no ar.

À medida que uma onda sonora avança, cada volume elementar do fluido oscila em torno de sua posição de equilíbrio. Os deslocamentos acontecem na direção x , de forma geral, uma onda progressiva $s(x,t)$ se propaga horizontalmente no sentido positivo do eixo x . A equação para o deslocamento dessa onda é dada pela equação 15:

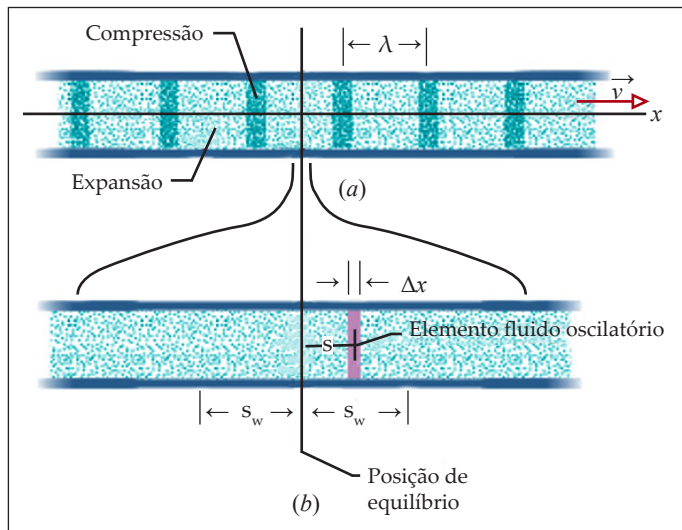
$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t) \quad (15)$$

Em que:

- $s(x,t)$: deslocamento.
- s_m : amplitude do deslocamento.
- $\cos(kx - \omega t)$: termo oscilatório.

Quando a onda se propaga, a pressão do ar varia senoidalmente em qualquer posição de x , como podemos verificar na Figura 7.

FIGURA 7 - ESQUEMA DE UMA ONDA SE PROPAGANDO NUM TUBO



FONTE: Halliday (2009, p. 154)

A expressão para a variação de pressão é:

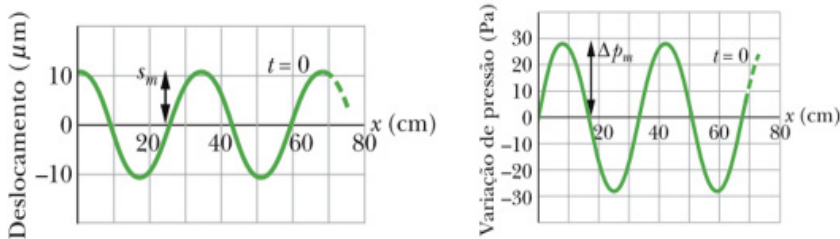
$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t) \quad (16)$$

Em que:

- $\Delta p(x,t)$: variação de pressão.
- Δp_m : amplitude de pressão.
- $\sin(kx - \omega t)$: termo oscilatório.

Aqui, devemos lembrar que o número de onda (k), a frequência angular (ω), a frequência (f), o comprimento de onda (λ) e a velocidade (v) são definidos e obedecem às mesmas relações de uma onda transversal. Podemos relacionar a amplitude de pressão com a amplitude de deslocamento e para isso é necessário observarmos a Figura 8:

FIGURA 8 - GRÁFICO DA FUNÇÃO DESLOCAMENTO (À ESQUERDA) E GRÁFICO DA VARIAÇÃO DE PRESSÃO (À DIREITA)



FONTE: Halliday (2009, p. 155)

Vamos pensar num elemento de ar oscilando e que possua uma área de seção transversal A e espessura Δx . Vimos que a variação de pressão de um elemento deslocado é escrita como:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

Esta é a equação 13 rearranjada. Em que V é o volume do elemento de ar e que pode ser escrito como $V = A \Delta x$. A variação do volume ocorre, pois, o deslocamento das duas extremidades não é igual e difere por um valor Δs , portanto $\Delta V = A \Delta s$. Portanto, a equação 13 é escrita como:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \rightarrow \Delta p = -B \frac{A \Delta s}{A \Delta x} \rightarrow \Delta p = -B \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (17)$$

Para deslocamentos infinitesimais, devemos escrever o Δ como sendo ∂ , pois se torna uma derivada parcial, em que s varia com x quando o tempo t é mantido constante, então:

$$\Delta p = -B \frac{\partial s}{\partial x} \tag{18}$$

Substituindo 15 em 17:

$$\Delta p = -B \frac{\partial}{\partial x} \left[s_m \cos(\kappa x - \omega t) \right]$$

$$\Delta p = -B \left[-\kappa s_m \sin(\kappa x - \omega t) \right] \rightarrow \Delta p = B \kappa s_m \sin(\kappa x - \omega t) \tag{19}$$

Substituindo 16 em 19:

$$\begin{aligned} \Delta p_m \sin(\kappa x - \omega t) &= B \kappa s_m \sin(\kappa x - \omega t) \\ \Delta p_m &= B \kappa s_m \end{aligned} \tag{20}$$

Substituindo 12 em 20:

$$\Delta p_m = v^2 \rho \kappa s_m \tag{21}$$

QUADRO 6 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Símbolo	Grandeza	Unidade*
Δp_m	Amplitude de pressão	Pa (Pascal)
v	Velocidade	<i>m/s</i> (metros por segundo)
ρ	Densidade	<i>kg / m³</i> (quilograma por metro cúbico)
k	Número de onda	<i>Rad / m</i> (radiano por metro)
s_m	Amplitude do deslocamento	<i>m</i> (metro)

FONTE: Os autores

*Unidade de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

Exemplo 1: Consideremos uma fonte sonora emitindo ondas num ambiente que está a uma temperatura de 20°C , cujo módulo de elasticidade volumétrico é de $141834,7\text{ Pa}$ e a frequência de 195 Hz . Determine:

- a. O comprimento de onda dessa onda;

Solução: À temperatura de 20°C , a velocidade do som no ar, segundo o Quadro 3, é de $343,21\text{ m/s}$ e a densidade do ar é de $1,2041\text{ kg/m}^3$. Para o comprimento de onda, vamos utilizar a expressão que relaciona a velocidade, comprimento de onda e frequência, já utilizada na Unidade 1:

$$v = \lambda \cdot f \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{(343,21\text{ m/s})}{(195\text{ s}^{-1})}$$

* A unidade Hz (Hertz) é igual a segundo elevado a menos 1 (s^{-1}), ou seja, $195\text{ Hz} = 195\text{ s}^{-1}$.

$$\lambda = 1,76\text{ m}$$

- b. O número de onda;

Solução: o número de onda é obtido pela expressão:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{(1,76\text{ m})} \quad \rightarrow \quad k = 3,57\text{ rad/m}$$

- c. Qual é a razão entre as amplitudes de pressão e de deslocamento?

Solução: devemos lembrar que a amplitude de deslocamento é denotada por s_m e a amplitude de pressão é denotada por Δp_m . Utilizando a equação 21, temos:

$$\Delta p_m = v^2 \rho k s_m \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta p_m}{s_m} = v^2 \rho k$$

$$\frac{\Delta p_m}{s_m} = (343,21\text{ m/s})^2 (1,2041\text{ kg/m}^3) (3,57\text{ rad/m}) \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta p_m}{s_m} = 506349,80\text{ Pa/m}$$

Exemplo 2: O ouvido humano é um detector muito sensível de ondas sonoras, e a amplitude máxima de pressão Δp_m que podemos suportar em sons muito altos é aproximadamente 28 Pa. Sabendo que a frequência do som é 1000 Hz e a massa específica do ar é $\rho = 1,21 \text{ kg/m}^3$, calcule a amplitude de deslocamento s_m .

Solução: Como vimos na equação (21), a variação de pressão é escrita como:

$$\Delta p_m = v^2 \rho \kappa s_m$$

Porém, $\kappa = \omega / v$, deste modo, podemos escrever a variação de pressão:

$$\Delta p_m = \frac{v^2 \rho \omega}{v} s_m$$

Explicitando a amplitude de deslocamento:

$$s_m = \frac{\Delta p_m v}{v^2 \rho \omega} \rightarrow s_m = \frac{\Delta p_m}{v \rho \omega}$$

De acordo com o Quadro 4, a velocidade do som no ar é $v = 343 \text{ m/s}$. Substituindo os valores numéricos na equação da amplitude de deslocamento, e lembrando que $\omega = 2\pi f$:

$$s_m = \frac{28 \text{ Pa}}{(343 \text{ m/s}) \cdot (1,21 \text{ kg/m}^3) (2\pi \cdot 1000 \text{ Hz})} \rightarrow s_m = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m} = 11 \mu\text{m}$$

Você percebeu como o módulo da amplitude de deslocamento é muito pequeno? Isto indica que, mesmo para sons mais altos que o ouvido humano é capaz de suportar, a amplitude de deslocamento é muito pequena.

RESUMO DO TÓPICO 1

Neste tópico, você estudou que:

- O som é uma onda longitudinal que necessita de um meio material para se propagar, seja ele sólido, líquido ou gasoso, cuja faixa de frequência audível ao ser humano está compreendida entre 20 Hz e 20 kHz .
- As frequências compreendidas abaixo de 20 Hz são conhecidas como infrassons e as frequências acima de 20 KHz são denominadas de ultrassons. Ambas as faixas de frequência (compreendendo infrassons e ultrassons) não são sentidas pelos ouvidos dos seres humanos.
- Para que as ondas sonoras aconteçam, é necessário que haja um sistema formado por: emissor – meio – receptor.
- O *emissor* é o responsável por causar as perturbações no *meio*, que serão sentidas pelo *receptor*.
- A velocidade de propagação sofre influência de alguns fatores, como:
 - Temperatura;
 - Densidade;
 - Altitude;
 - Umidade.
- A influência da temperatura é maior e a relação com a velocidade é:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

- A velocidade com que o som se propaga numa corda depende da densidade e do fator de elasticidade da corda:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

- Quando há uma sucessão de ondas, há uma variação na pressão do ar e as ondas se deslocam em torno de uma posição de equilíbrio com uma amplitude de deslocamento. A relação entre a amplitude de pressão e a amplitude de deslocamento depende do número de onda (k), da densidade do ar (ρ) , e da velocidade (v) de propagação da onda:

$$\Delta p_m = v^2 \rho k s_m$$



1 O som é sentido pelos seres humanos e captado pelos ouvidos. Os ossos e partes internas dos ouvidos vibram e transmitem essa vibração para as partes ainda mais internas do ouvido. Em relação às ondas sonoras, associe os itens, utilizando o código a seguir:

I. As ondas sonoras são ondas eletromagnéticas, não necessitando de um meio material para se propagarem.

II. As ondas sonoras saem da fonte sonora, excitam as partículas que constituem o ar e chegam aos ouvidos de uma pessoa, excitando os ossos e partes internas do ouvido.

III. As ondas sonoras são ondas mecânicas, ou seja, é necessário que haja um meio para estas ondas se propagarem.

Assinale a alternativa CORRETA:

- ☐) Somente a afirmativa I está correta.
- ☐) As afirmativas I e II estão corretas.
- ☐) As afirmativas I e III estão corretas.
- ☐) As afirmativas II e III estão corretas.
- ☐) Somente a afirmativa II está correta.

2 A velocidade com que o som se propaga no ar sofre influência da umidade, da altitude e da temperatura, por exemplo. Quando comparamos tais fatores entre si, podemos verificar que a temperatura é a grandeza que mais influencia a velocidade do som no ar. A teoria afirma que o acréscimo ou decréscimo de 1°C na temperatura faz com que a velocidade sofra uma variação de aproximadamente $0,6\text{ m/s}$. Comprove a teoria.

3 Um estudante decide comparar a velocidade do som no ar em duas regiões distintas do Estado de Santa Catarina, uma na região serrana e outra no Oeste. Para isso, ele analisou a temperatura média em São Joaquim e em São Miguel do Oeste. Segundo dados da Epagri (MELLO, 2011), a temperatura média no verão em São Joaquim é de $21,3^{\circ}\text{C}$ e em São Miguel do Oeste é de $27,4^{\circ}\text{C}$. Qual é a diferença na velocidade de propagação do som entre as duas cidades?

4 A cidade de São José é a única a possuir fronteira terrestre com Florianópolis (capital do Estado de Santa Catarina), é a 4ª cidade mais populosa do Estado, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), e compõe a região da Grande Florianópolis. A temperatura mais baixa registrada em São José é de $1,3^{\circ}\text{C}$ na data de 26/08/1984 (MELLO, 2011) e a temperatura mais alta registrada é de $38,8^{\circ}\text{C}$ obtida em 10/02/1973 (MELLO, 2011). Considerando essas duas temperaturas, qual é a velocidade em que uma onda sonora se propagava no dia mais frio e no dia mais quente já registrados em São José?

- 5 Uma brincadeira que muitas crianças gostam de fazer é a do telefone com fio, onde dois copos plásticos são ligados por um fio e uma pessoa fala aproximando um dos copos na boca, enquanto outra pessoa aproxima o outro copo do ouvido. Considerando que a densidade da corda é de aproximadamente $1,75 \text{ kg/m}^3$ e que a velocidade do som nesta corda é de 15 m/s . Qual é o módulo de elasticidade volumétrico desta corda?
- 6 Vamos considerar a corda do exercício anterior. Supondo que uma onda sonora se propaga na corda, sendo o módulo de elasticidade igual ao do exercício anterior, mas a densidade da corda agora é de $1,25 \text{ kg/m}^3$. A velocidade de propagação do som na corda aumentará ou diminuirá? Justifique.
- 7 Nem todos os sons produzidos são ouvidos pelos seres humanos, pois depende da frequência desses sons. Os seres humanos podem ouvir sons compreendidos entre as frequências de 20 Hz a 20 kHz . Sobre as frequências das ondas sonoras audíveis e inaudíveis aos seres humanos, classifique V para as sentenças verdadeiras e F para as falsas:
- () Ondas sonoras com frequência abaixo de 20 Hz são conhecidos como ultrassons.
 - () Os sons com frequências acima de 20 kHz são ouvidos por morcegos e golfinhos.
 - () Cães e gatos são capazes de ouvir sons com frequências abaixo de 20 Hz .
 - () Em média, a fala das mulheres possui uma faixa de frequência maior do que a dos homens.
 - () Aparelhos de ultrassons trabalham em faixas de frequências inaudíveis aos humanos.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:

- () F – F – V – V – V.
- () V – V – F – V – F.
- () F – V – V – F – V.
- () V – F – F – V – F.
- () F – V – F – V – V.

- 8 Uma garrafa consiste de um tubo com uma abertura numa extremidade. Se uma pessoa assoprar na abertura, um som (como o apito de um trem) é produzido. Suponha que você assopre num tubo e que um som seja produzido por ondas sonoras sucessivas que possuem amplitude de deslocamento e de pressão, onde a temperatura é de 25° C e que o período das ondas seja de $0,005$ segundos. Determine:

- a) A frequência das ondas.
- b) O comprimento de onda
- c) O número de onda.
- d) O módulo de elasticidade volumétrico, considerando que o som no tubo se comporte como o som numa corda.
- e) A razão entre as amplitudes de pressão e de deslocamento.

QUALIDADES FISIOLÓGICAS DO SOM

1 INTRODUÇÃO

As características das ondas sonoras sensibilizam nossos ouvidos e nos ajudam a reconhecer uma pessoa ou estrofes de uma música, a partir do timbre de uma voz ou de um instrumento musical. O cérebro de um adulto é capaz de distinguir aproximadamente 400 mil sinais diferentes, convertendo os sons correspondentes. Para que o mecanismo de distinção funcione corretamente, a onda sonora deve possuir características como: altura, intensidade e timbre, como veremos neste tópico.

2 ALTURA

A partir das qualidades fisiológicas do som, podemos perguntar: Qual é a principal diferença entre os tipos de vozes masculinas e femininas? Possivelmente, você respondeu que a voz feminina é mais “fina”, enquanto que a voz masculina é mais “grossa”. É claro que algumas vozes fogem à regra, como é o caso da cantora Cássia Eller, com uma voz mais grave, na Figura 9, e do cantor Ney Matogrosso, que possui uma voz mais aguda.

FIGURA 9 - CANTORA E CANTOR COM VOZES AGUDA E GRAVE



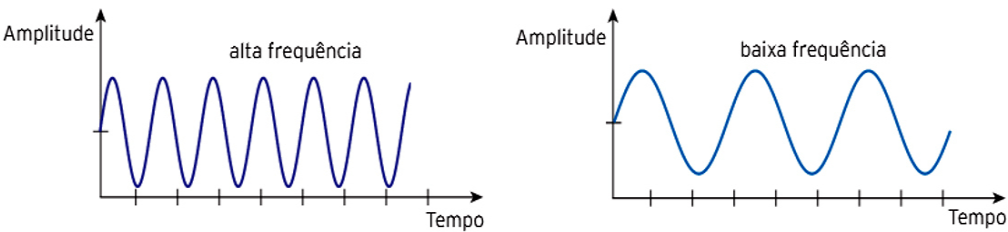
FONTE: Disponível em: <<http://jovempanfm.uol.com.br/artistas/artista/cassia-eller.html>> e <<http://fotografia.folha.uol.com.br/galerias/21289-ney-matogrosso>>. Acesso em: 15 maio 2018

Em termos musicais, dizemos que o som grave é “baixo” e o som agudo é “alto”, mas, corriqueiramente, confundimos a altura do som com a intensidade do som. A altura do som está relacionada com a frequência das ondas sonoras, que por possuírem várias frequências, o som é classificado como alta ou baixa frequência e são usualmente chamados de sons agudos e graves, respectivamente.

Como a altura do som depende de uma comparação entre sons de frequências diferentes, a classificação da altura de um som depende do som referencial que se adota, portanto, não temos como definir um limite de frequência para sons graves e agudos.

Na linguagem popular, as vozes dos homens são consideradas “grossas” e as vozes das mulheres são consideradas “finas”, por possuírem esse caráter mais grave e mais agudo, respectivamente. Na linguagem musical, tons mais graves são denominados baixos e tons mais agudos são denominados altos. A figura a seguir mostra a diferença entre uma onda de alta frequência e uma de baixa frequência.

FIGURA 10 - GRÁFICO REPRESENTANDO UM SOM ALTO (AGUDO) À ESQUERDA E À DIREITA O GRÁFICO REPRESENTA UM SOM BAIXO (GRAVE)



FONTE: Ser Protagonista (2016, p. 165)

Apesar de não haver escala no eixo vertical, podemos observar que a amplitude das duas ondas é a mesma, o que diferencia uma da outra são as frequências. As diferentes notas musicais produzidas por instrumentos sonoros diferem por sua frequência. A escala musical é uma sequência crescente de frequências, e é formada pelas notas musicais, como mostra o Quadro 7:

QUADRO 7 - FREQUÊNCIA DAS NOTAS MUSICAIS DA ESCALA NATURAL

Nota	Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si	Dó
Frequência (Hz)	261,7	293,7	329,7	349,2	392,0	440,0	493,0	523,3

FONTE: Matras (1991 apud Martini, 2016)

Uma música possui mais do que sete notas musicais, mas como explicar isso? O intervalo de frequência entre duas notas musicais (ν_1 e ν_2) é definido pela razão $\frac{\nu_2}{\nu_1}$. Quando $\nu_2 = 2\nu_1$, temos um intervalo de oitava, e os dois sons correspondem à mesma nota musical em alturas diferentes (NUSSENZVEIG, 1981), como é o caso da nota dó indicada no Quadro 7.

Ao repetir a escala das sete notas, dobra-se o valor da frequência da primeira sequência. Ou seja, quando se toca a nota dó com uma frequência de 32 Hz, a próxima nota dó terá uma frequência de 64 Hz.

Pitágoras propôs que sons musicais harmoniosos são emitidos por uma corda vibrante cujo comprimento é dividido por proporções simples. A partir desta relação entre sons harmônicos e números inteiros, Pitágoras formulou a ideia de que todas as coisas são números (NUSSENZVEIG, 1981).



Os nomes das notas musicais foram atribuídos a um professor italiano de música no século XI, chamado Guido de Arezzo, baseando-se num hino:

Ut queant laxis / Resonare fibris / Mira gestorum / Famuli tuorum / Solve polluti / Labii
reatum / Sancte Ioannes.

No século XVII, a sílaba Ut foi substituída por Dó.

Em relação à propagação do som, devemos observar que o som mais agudo se dissipa em poucos metros, enquanto que o som mais grave possui um alcance maior, pois o som é diretamente proporcional ao comprimento de onda. Na Unidade 1, vimos que o comprimento de onda é a distância entre dois cumes ou dois vales de uma onda, e na Figura 10 é fácil de ver que o som grave possui um comprimento de onda maior que o som agudo.

O som propaga-se com maior alcance à medida que a temperatura e a umidade aumentam, mas sofre uma atenuação com a poluição do ar, já que o monóxido e o dióxido de carbono absorvem o som.



Para que o conceito de altura fique mais claro, procure um vídeo e assista a um trecho de uma ópera, por exemplo, "O barbeiro de Sevilha".

3 TIMBRE

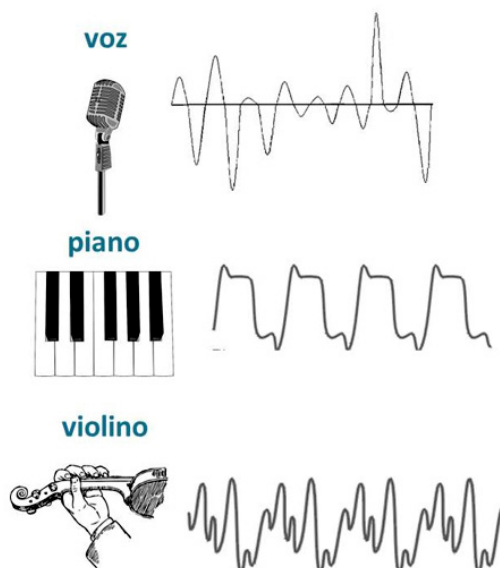
Você recebe uma chamada desconhecida no celular, mas, ao atender, reconhece a pessoa que está ligando. Como isso é possível? Uma das características para distinguir o som de uma voz ou um instrumento musical é o timbre. Ao tocar uma mesma nota musical no piano ou no violino, diferenciamos os instrumentos por meio do timbre, que são responsáveis por causar diferentes sensações no sistema auditivo.



O que muda de um instrumento para o outro é o número de harmônicos presentes no som, isto dá um timbre diferente para cada instrumento musical (GUIMARÃES, 2016, p. 351).

Apesar de apresentar a mesma frequência (altura) e possuir a mesma intensidade, a característica que nos permite diferenciar dos sons de fontes sonoras diferentes é o timbre musical. Esta qualidade é relacionada com a forma da onda sonora emitida pela fonte, e por isso, cada pessoa possui um timbre próprio. A Figura 11 mostra como os formatos das ondas sonoras da voz, do piano e do violino são diferentes.

FIGURA 11 - REPRESENTAÇÃO DAS DIFERENTES FORMAS DAS ONDAS DE MESMA NOTA MUSICAL EMITIDA POR FONTES SONORAS DIFERENTES



FONTE: Disponível em: <<http://www.descomplicandoamusic.com/timbre/>>.
Acesso em: 22 maio 2018.

O que permite distinguir um som emitido por um piano, violino ou uma voz humana é o número e a intensidade dos harmônicos que acompanham o som fundamental de cada instrumento, proporcionando um timbre diferente. A quantidade e intensidade dos harmônicos que acompanham o som determinam formas variadas de onda do mesmo som.

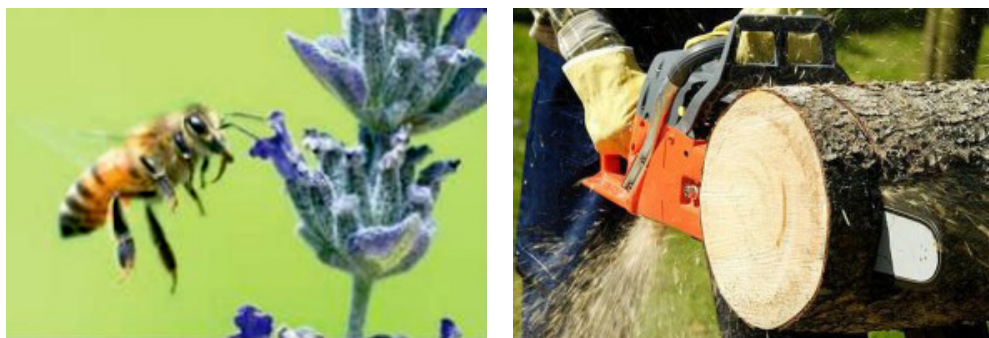
Faça um experimento com um grupo de amigos. Escolha uma frase, e peça para que cada um leia a mensagem e grave sua voz num gravador. Em seguida, à medida que as gravações vão sendo executadas, identifique de quem é cada voz. É comum identificarmos a voz dos amigos, porém achamos nossa voz estranha. Por que isso acontece?

Ao escutarmos nossa voz na gravação, ouvimos apenas as vibrações que viajam pelo ar, enquanto que, ao falarmos, o ouvido é estimulado pelas vibrações que acontecem dentro do nosso corpo, como as vibrações que ressoam na garganta, boca e caixa craniana. O conjunto de sons emitidos no interior do nosso corpo é captado pelo ouvido interno, que vai transformá-los em impulsos elétricos, enviando para o cérebro as informações. O resultado é uma voz mais limpa e menos aguda do que a gravada.

4 INTENSIDADE DO SOM

O som do bater de asas de uma abelha e o emitido por uma motosserra podem ser diferenciados em sons fracos e fortes, respectivamente, veja na Figura 12. A característica de um som ser fraco ou forte, na verdade, é uma das qualidades do som, conhecida como intensidade sonora.

FIGURA 12 - ABELHA E SERRA ELÉTRICA



FONTE: Ser Protagonista (2016, p. 167)



A intensidade sonora é uma qualidade do som relacionada com a energia transportada por uma onda e propagada para suas proximidades. Sons mais intensos são considerados sons fortes e sons pouco intensos são considerados fracos.

Na linguagem popular, a intensidade sonora é associada ao volume do som. Você já tentou dormir enquanto seu vizinho fazia uma festa e a música estava com “volume alto”? E já reparou que a intensidade do som diminui à medida que nos afastamos da fonte sonora?

A fonte sonora emite o som na direção radial, ou seja, em seu entorno, formando uma casca esférica com frentes de onda, e quanto maior a superfície dessas frentes de onda, mais espalhada é a energia e menos intensa ela é. Parte dessas frentes de onda atinge o ouvido do ouvinte e, à medida que ele se afasta da fonte sonora, um mesmo pedaço dessa esfera atinge o ouvido, mas com menor quantidade de energia.

A energia emitida por unidade de tempo é definida como potência, sendo descrita pela equação a seguir:

$$P = \frac{E}{\Delta t} \quad (22)$$

Já a intensidade de uma fonte sonora em uma superfície é a taxa média por unidade de área com a qual a energia é absorvida por esta superfície, então:

$$I = \frac{P}{A} \tag{23}$$

QUADRO 8 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Símbolo	Grandeza	Unidade*
P	Potência	W (Watt)
E	Energia	J (Joule)
Δt	Tempo	s (segundos)
I	Intensidade	W/m^2 (Watt por metro quadrado)
A	Área da superfície atingida pela onda	m^2 (metro quadrado)

FONTE: Os autores

*Unidade de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

Exemplo 1: Independentemente do gosto musical, a música nos acompanha em nosso dia a dia por rádio, CD, vinil ou, mais recentemente, nos aplicativos de música para dispositivos móveis. O cone de um alto-falante pode possuir um diâmetro circular efetivo de 16 cm e uma potência máxima de 300 Watts. Qual seria a intensidade máxima de um alto-falante com estas especificações?

Solução: Para obtermos a intensidade do dispositivo, é necessário saber a potência e a área. A potência é de 300 Watts fornecida no enunciado, já a área de um círculo é obtida por meio da expressão:

$$A = \pi r^2$$

O raio r é igual à metade do diâmetro:

$$r = \frac{d}{2} \quad \rightarrow \quad r = \frac{16\text{ cm}}{2} \quad \rightarrow \quad r = 8\text{ cm}$$

Como as medidas devem estar de acordo com o Sistema Internacional de Unidades, o raio é igual a 0,08 m . Portanto, a área é:

$$A = \pi (0,08)^2 \quad \rightarrow \quad A = 0,02\text{ m}^2$$

Portanto, a intensidade sonora emitida pela superfície do alto-falante é de:

$$I = \frac{P}{A} \rightarrow I = \frac{300}{0,02} \rightarrow I = 15000 \text{ W/m}^2$$

Entretanto, podemos escrever outra equação para a intensidade da onda considerando a amplitude de deslocamento (s_m) da onda sonora. Vamos considerar a Figura 6, uma pequena massa de ar (dm) em movimento possui uma pequena energia cinética (dE_c), então temos:

$$dE_c = \frac{1}{2} dm \cdot v_s^2 \quad (24)$$

Em que v_s é a velocidade de oscilação do elemento de ar e não a velocidade da onda! E é obtida a partir da derivada da equação 15:

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t) \quad (15)$$

$$v_s = \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} [s_m \cos(kx - \omega t)] \rightarrow v_s = -\omega s_m \sin(kx - \omega t) \quad (25)$$

Sabemos que a massa (m) pode ser obtida da relação da densidade (ρ) e da área (A), e considerando que um pequeno elemento de ar possui um elemento de massa (dm), temos a relação:

$$dm = \rho A \cdot dx \quad (26)$$

Substituindo as equações 25 e 26 em 24, temos:

$$\begin{aligned} dE_c &= \frac{1}{2} (\rho A \cdot dx) \cdot (-\omega s_m \sin(kx - \omega t))^2 \\ dE_c &= \frac{1}{2} \rho A \cdot dx \cdot \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t) \end{aligned} \quad (27)$$

Dividindo a equação 27 por dt :

$$\frac{dE_e}{dt} = \frac{1}{2} \rho A \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t) \quad (28)$$

Como $\frac{dx}{dt} = v$ (e v é a velocidade da onda), temos:

$$\frac{dE_e}{dt} = \frac{1}{2} \rho A \cdot v \cdot \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t) \quad (29)$$

O valor médio de função seno ou cosseno para uma oscilação completa é igual a $1/2$, então a taxa média com a qual a energia é transportada é:

$$\left(\frac{dE_e}{dt} \right)_{\text{méd}} = \frac{1}{4} \rho A \cdot v \cdot \omega^2 s_m^2 \quad (30)$$

A intensidade dessa onda é (finalmente) escrita na forma da equação 31:

$$I = \frac{2 \left(dE_e / dt \right)_{\text{méd}}}{A}$$

$$I = \frac{1}{2} \rho v \cdot \omega^2 s_m^2 \quad (31)$$

Exemplo 2: Suponha que em uma bela tarde de primavera você reúna alguns amigos e resolvem ouvir um bom e velho *rock and roll* num alto-falante cujas especificações são as mesmas do exemplo anterior: $P = 300 \text{ W}$, $r = 0,08 \text{ m}$, $A = 0,02 \text{ m}^2$ e $I = 15000 \text{ W/m}^2$. Supondo que a temperatura seja de 20° C e que a frequência das ondas sonoras emitidas pelo dispositivo seja de 80 Hz . Quais seriam:

a. A amplitude de deslocamento (s_m).

Solução: A densidade (ρ) do ar a uma temperatura de 20° C é de aproximadamente $1,20 \text{ kg/m}^3$. Já a frequência angular (ω) é obtida por meio da equação 8 da Unidade 1:

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi(80) \rightarrow \omega = 502,6 \text{ rad/s}$$

A velocidade (v) da onda é obtida da relação entre a velocidade angular e o raio:

$$v = \omega r \rightarrow v = 502,60,08 \rightarrow v = 40,2 \text{ m/s}$$

Por fim, utilizando a equação 31, temos:

$$I = \frac{1}{2} \rho \cdot v \cdot \omega^2 s_m^2$$

$$s_m^2 = \frac{2I}{\rho \cdot v \cdot \omega^2}$$

$$s_m = \sqrt{\frac{2 \cdot (15000 \text{ W/m}^2)}{(1,20 \text{ kg/m}^3) \cdot (40,2 \text{ m/s}) \cdot (502,6 \text{ rad/s})^2}}$$

$$s_m = 0,050 \text{ m}$$

b. A amplitude de pressão (Δp_m) da onda sonora.

Solução: A amplitude de pressão é dada pela equação 21 ($\Delta p_m = v^2 \rho \kappa s_m$), ou seja, ainda é preciso encontrarmos o número de onda (κ), cuja equação é $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$. O problema não nos dá o comprimento de onda, mas podemos encontrá-lo pela equação:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda = \frac{40,2}{80} \rightarrow \lambda = 0,502 \text{ m}$$

O número de onda será:

$$\kappa = \frac{2\pi}{0,502} \rightarrow \kappa = 12,52 \text{ rad/m}$$

Agora, com todas as grandezas encontradas, poderemos determinar a amplitude de pressão:

$$\Delta p_m = v^2 \rho k s_m$$

$$\Delta p_m = (40,2 \text{ m/s})^2 (1,20 \text{ kg/m}^3) (12,52 \text{ rad/m}) (0,050 \text{ m})$$

$$\Delta p_m = 1214,0 \text{ Pa}$$

A intensidade da onda sonora também pode ser descrita considerando a distância, para isso vamos considerar uma fonte sonora emitindo som com a mesma intensidade em todas as direções e vamos ignorar possíveis ecos. Em torno da fonte sonora, vamos imaginar uma esfera de raio r , a energia por unidade de tempo (potência P_s da fonte) que atravessa a superfície, é igual à energia por unidade de tempo que é emitida pela fonte, portanto:

$$I = \frac{P_s}{A_{\text{esfera}}} \rightarrow I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \quad (32)$$

Portanto, a intensidade diminui à medida que nos afastamos da fonte, e ainda, ela diminui com o quadrado da distância.

4.1 NÍVEL DE INTENSIDADE DA SENSAÇÃO SONORA

A intensidade sonora emitida pela fonte sonora é diferente da intensidade percebida pelos ouvidos de uma pessoa. Se “aumentarmos o volume” da fonte em cem vezes em média, nosso ouvido captará um aumento, em média, de duas vezes apenas.

Foi constatado que a sensação sonora varia com o logaritmo da intensidade sonora da fonte. O nível de sensação sonora (β) é diferente da intensidade sonora emitida pela fonte, pois é definida como sendo a medida da intensidade média percebida pelos ouvidos de uma pessoa. Expressão que define o nível de sensação sonora é:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad (33)$$

Em que I_0 é a intensidade sonora mínima percebida pelos ouvidos de um ser humano e corresponde a 10^{-12} W/m^2 .

QUADRO 9 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Símbolo	Grandeza	Unidade*
β	Bel	B (Bel)
I	Intensidade sonora	W/m^2 (Watt por metro quadrado)
I_0	Intensidade sonora mínima percebida pelos ouvidos de um ser humano	W/m^2 (Watt por metro quadrado)

FONTE: Os autores

*Unidade de acordo com o Sistema Internacional de Unidades.

No quadro acima, podemos verificar que a unidade de β no SI é o Bel, em homenagem a Alexander Graham Bell (1847-1922), entretanto, é mais comum encontrarmos essa medida em decibéis (dB), cuja relação é: $1dB = 0,1B$. Portanto, a unidade da equação acima é dada em decibéis, explicitado pelo fator de multiplicação 10 na equação.

QUADRO 10 - NÍVEL SONORO DE ALGUNS OBJETOS E SITUAÇÕES

Situação analisada	Nível sonoro (dB)
Limiar de audição	0
Falar sussurrando	20
Conversa	60
Som de veículos	90
Show de rock	110
Som de serra elétrica	110
Limiar de dor	120
Turbina a jato	130

FONTE: Halliday (2009 (p. 159)

Exemplo: Vários músicos veteranos do rock sofrem com perda auditiva por ficarem expostos a sons “muito altos” em seus ensaios e shows. Um dos casos mais recentes e que impactou os fãs do gênero foi em 2016, quando o vocalista da banda AC/DC, Brian Johnson, foi obrigado a deixar os palcos, caso contrário perderia completamente sua audição, já que convivia com a perda parcial auditiva. Recentemente, os músicos de rock passaram a utilizar protetores auditivos em

seus shows para evitarem problemas como o de Brian Johnson. Se um protetor de ouvido diminuir o nível sonoro em 25 dB, qual é a razão entre as intensidades final (I_r) e inicial (I_i)? (HALLIDAY, 2009, p. 160).

Solução: O nível sonoro final e inicial é expresso pela equação 33, então temos:

$$\beta_r = 10 \cdot \log \frac{I_r}{I_0} \quad \beta_i = 10 \cdot \log \frac{I_i}{I_0}$$

Subtraindo a equação do nível sonoro final pela equação do nível sonoro inicial, temos:

$$\beta_r - \beta_i = 10 \cdot \log \frac{I_r}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{I_i}{I_0}$$

$$\beta_r - \beta_i = 10 \cdot \left(\log \frac{I_r}{I_0} - \log \frac{I_i}{I_0} \right)$$

Aqui, podemos utilizar uma das propriedades do logaritmo:

$$\log \frac{A}{B} - \log \frac{C}{B} = \log \frac{A}{C}$$

Para o nosso caso:

$$\log \frac{I_r}{I_0} - \log \frac{I_i}{I_0} = \log \frac{I_r}{I_i}$$

Portanto:

$$\beta_r - \beta_i = 10 \cdot \log \frac{I_r}{I_i} \quad \rightarrow \quad \log \frac{I_r}{I_i} = \frac{\beta_r - \beta_i}{10}$$

A redução do nível sonoro é representada pelo sinal negativo: $\beta_r - \beta_i = -25 \text{ dB}$, então:

$$\log \frac{I_r}{I_i} = \frac{-25}{10} \quad \rightarrow \quad \log \frac{I_r}{I_i} = -2,5 \quad \rightarrow \quad \frac{I_r}{I_i} = 10^{-2,5}$$

$$\frac{I_r}{I_i} = 10^{-2,5} \quad \rightarrow \quad \frac{I_r}{I_i} = 0,0032$$

Portanto, o protetor de ouvido dos *rockstars* diminui a intensidade das ondas sonoras em ~~0,0032dB~~ da intensidade inicial.

A exposição prolongada a sons de certos níveis sonoros pode representar uma perda auditiva momentânea ou permanente. Por isso, no Brasil, a Norma Reguladora 15 (NR 15) trata do Controle de Ruído no Trabalho e estabelece o tempo limite de exposição a certos ruídos.

Entende-se por “Limite de Tolerância”, para os fins desta Norma, a concentração ou intensidade máxima ou mínima, relacionada com a natureza e o tempo de exposição ao agente, que não causará danos à saúde do trabalhador, durante a sua vida laboral (NR 15).

QUADRO 11 - LIMITES DE TOLERÂNCIA PARA RUÍDOS CONTÍNUOS OU PERMANENTES

Nível sonoro (dB)	Máxima exposição diária
85	8 horas
90	4 horas
95	2 horas
100	1 hora
105	30 minutos
110	15 minutos
115	7 minutos

FONTE: Disponível em: <<http://trabalho.gov.br/images/Documentos/SST/NR/NR15/NR-15.pdf>>. Acesso em: 28 maio 2018.

Repare que o aumento de 5 dB no nível sonoro corresponde à diminuição na metade do tempo de exposição diária permitida em relação ao nível sonoro anterior, segundo o Quadro 11.

Existem protetores auriculares, de obrigatório em empresas cujos funcionários fiquem expostos a ruídos, e são capazes de proteger partes internas do ouvido, evitando perdas na audição do indivíduo.

RESUMO DO TÓPICO 2

Neste tópico, você aprendeu que:

As qualidades fisiológicas do som podem ser classificadas em três tipos:

- Intensidade: está relacionada à amplitude da onda sonora e à qualidade do som ser forte ou fraco.
- Altura: diretamente relacionada à frequência do som e ao som grave ou agudo. Lembrando que a frequência audível do ser humano corresponde a frequências entre 20 Hz e 20 kHz.
- Timbre: qualidade que diferencia sons de mesma frequência e intensidade emitidos por fontes diferentes.
- A altura do som é uma qualidade fisiológica do som.
- O som alto e o som baixo são diferenciados por suas frequências:
 - Frequência alta → som agudo → no popular: som fino.
 - Frequência baixa → som grave → no popular: som grosso.
- Não temos como definir um limite de frequência para sons graves e agudos, pois a altura do som depende da comparação entre sons de diferentes frequências.
- A escala musical é uma sequência crescente de frequências.
- O som mais agudo possui menor alcance que o som mais grave, pois o som é diretamente proporcional ao comprimento de onda.
- O timbre diferencia sons de mesma frequência e mesma intensidade.
- O timbre está relacionado com a forma da onda emitida pela fonte sonora.
- A intensidade do som diferencia sons fortes dos sons fracos.
- É definida pela energia emitida pela fonte.
- A energia por unidade de tempo é igual à potência do som:

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

- A intensidade sonora depende da potência e da área da superfície atingida pela onda:

$$I = \frac{P}{A}$$

- A intensidade do som pode ser escrita em função da amplitude de deslocamento da onda:

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 s_m^2$$

- A intensidade do som emitido por uma fonte sonora diminui com a distância:

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2}$$

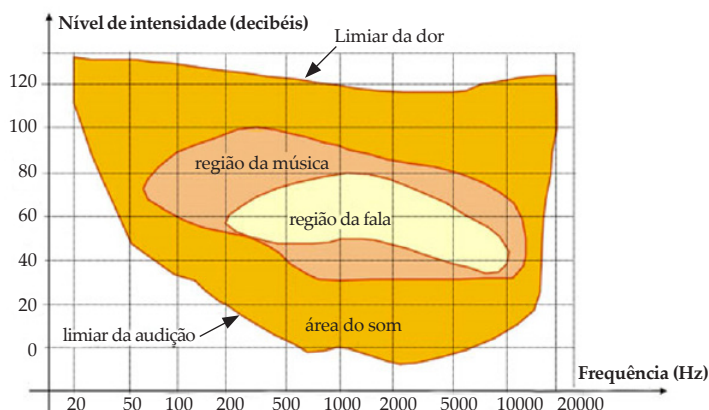
- A intensidade sonora emitida pela fonte sonora é diferente da intensidade percebida pelos ouvidos de uma pessoa, pois a sensação sonora varia com o logaritmo da intensidade sonora da fonte:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

AUTOATIVIDADE



- 1 Um número desconhecido liga para você, porém, ao atender à ligação, você é capaz de reconhecer a voz de um amigo. Isto está relacionado a uma qualidade sonora: altura, intensidade ou timbre. Assinale a alternativa CORRETA:
 - () O reconhecimento da voz se dá pela altura, uma vez que a frequência de vibração das cordas vocais varia.
 - () O reconhecimento da voz se dá pela intensidade, já que a intensidade não pode variar.
 - () O reconhecimento da voz se dá pelo timbre da voz, que independe da altura e da intensidade.
 - () O reconhecimento da voz se dá pelo timbre e pela altura da voz, que são variáveis.
 - () O reconhecimento da voz se dá pela intensidade e pela altura da voz, já que ambas são constantes.
- 2 O “limiar da dor” está relacionado com o nível de intensidade sonora que nossos ouvidos suportam sem que sintamos dor. Sabendo que o nível de intensidade sonora do limiar da dor equivale a 120 dB, e que ruídos com níveis sonoros de intensidade de 130 dB há danos para a audição, calcule a razão entre as intensidades referentes a esses níveis sonoros.
- 3 O gráfico da figura mostra o nível sonoro, medido em decibéis, versus a frequência para o intervalo audível do ser humano.



FONTE: Disponível em: <http://www.klickeducacao.com.br/simulados/simulados_mostra/0,7562,POR-19071-34-32-2009,00.html>. Acesso em: 19 maio 2018.

Sobre o nível sonoro e a frequência audível, associe os itens utilizando o código a seguir.

- I. A faixa de frequências associada à fala humana encontra-se na região de frequências de 100 Hz a 9000 Hz.
- II. Um som de frequência 100 Hz é ouvido a partir de aproximadamente 35 Hz .
- III. A frequência audível do ser humano acontece entre 20 Hz e 20000 Hz.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () As afirmativas I e III estão corretas.
- () As afirmativas II e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa I está correta.
- () Somente a afirmativa III está correta.
- () As afirmativas I e II estão corretas.

- 4 Ao ouvir músicas das quais gostamos, nos empolgamos e “aumentamos o volume” para curtir o momento, e muitas vezes isso ocorre quando utilizamos fones de ouvido. Ao utilizar o fone de ouvido, quando o volume é aumentado, os *smartphones* diminuem automaticamente e enviam um aviso para tomar cuidado com a intensidade do som. Há motivos para preocupações? Justifique.
- 5 Há relatos de pessoas ficarem com um zumbido no ouvido após ficarem expostas a sons com intensidades grandes. Para se ter uma ideia, ao ficar exposto a um som de 120 dB por 10 minutos, produz um desvio no limiar de audição de 0 dB a 28 dB por alguns segundos. A que intensidade sonora corresponde 28 dB ?
- 6 Existem normas que regulam e estabelecem a exposição diária máxima a certos níveis sonoros, entretanto, em algumas ocasiões as pessoas acabam ficando expostas a ruídos mais tempo do que seus ouvidos podem aguentar. Se uma pessoa ficar exposta, aproximadamente 10 anos a uma intensidade sonora de $1,6 \times 10^{-3} \text{ W / m}^2$, pode adquirir um desvio permanente em 28 dB na sensibilidade auditiva. Determine:
- a) A qual nível sonoro corresponde a intensidade sonora de $1,6 \times 10^{-3} \text{ W / m}^2$.
- b) Compare o valor obtido com os valores da Tabela 7 e diga a quanto tempo, aproximadamente, uma pessoa pode ficar exposta a tal nível sonoro.
- 7 Num show de rock os fãs podem ficar expostos em níveis sonoros de até 110 dB, pelo tempo que durar o concerto, que em média é de duas horas para uma banda já estabelecida no cenário musical internacional. É possível dizer, sobre a audição das pessoas presentes, que:
- I. Não correrão risco algum de perda auditiva, pois o nível sonoro ao qual estão expostas é completamente seguro e saudável.
- II. Podem ocorrer perdas auditivas temporárias.
- III. O limite de tempo de exposição diário, segundo a NR 15, é ultrapassado em, aproximadamente, oito vezes o permitido.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () Somente a afirmativa I está correta.
- () As afirmativas I e III estão corretas.
- () As afirmativas II e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa II está correta.
- () As afirmativas I, II e III estão corretas.

8 As músicas que ouvimos, muitas vezes, representam o momento que estamos vivendo, sejam momentos de alegria ou tristeza. O cone de um alto-falante pode possuir um diâmetro circular efetivo de 20 cm e uma potência máxima de 400 Watts . Qual seria a intensidade máxima de um alto-falante com estas especificações?

9 Ao nos afastarmos de uma fonte sonora, a intensidade sonora vai diminuindo gradativamente. Com base nos dados obtidos no exercício 8, determine:

- a) A que distância da fonte é necessário estar para que a intensidade sonora seja a obtida na autoatividade 8?
- b) Qual é o nível sonoro para esta intensidade?
- c) Se uma pessoa estiver a uma distância de cinco metros desta fonte sonora, qual é a intensidade sonora a esta distância?
- d) Qual é o nível sonoro percebido pela pessoa a cinco metros da fonte sonora?

INTERFERÊNCIA E INSTRUMENTOS MUSICAIS

1 INTRODUÇÃO

Como vimos na Unidade 1, quando duas ondas de qualquer natureza se encontram, acontece um fenômeno que representa a superposição de ondas e pode ser classificado em interferência construtiva ou destrutiva. Neste tópico veremos como acontece a interferência entre ondas sonoras.

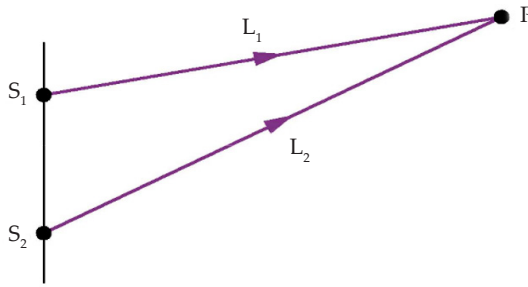
Ainda neste tópico, estudaremos as diferentes frequências de ressonância para instrumentos de sopro. Em instrumentos musicais deste tipo, a formação de ondas estacionárias dentro do tubo é longitudinal, e pode ser descrita em dois casos distintos: com as duas extremidades abertas ou uma extremidade aberta e outra fechada.

Em geral, o ar contido numa cavidade, independente da forma, possuirá frequências de ressonância associadas aos modos de vibração. É o que acontece nas conchas do mar, “o barulho das ondas” que ouvimos ao encostarmos a orelha na abertura da concha é a excitação de modos ressoantes da cavidade por ligeiras correntes de ar.

2 INTERFERÊNCIA

Imagine duas fontes sonoras próximas uma da outra, o que aconteceria se estas fontes sonoras estivessem emitindo ondas sonoras (sons)? Sim, o título do tópico já responde à nossa pergunta. Ocorreria interferência entre as ondas sonoras. Vamos considerar duas ondas sonoras iguais se propagando no mesmo sentido, como na figura a seguir:

FIGURA 13 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE DUAS FONTES SONORAS (S_1 E S_2), PERCORRENDO DISTÂNCIAS L_1 E L_2 E SE ENCONTRANDO NO PONTO P



FONTE: Halliday (2009, p. 156)

Consideremos a interferência de ondas sonoras iguais que estejam em fase, com o mesmo comprimento de onda e se propagando no mesmo sentido, como na figura acima. Se as ondas percorrerem distâncias iguais, a interferência é construtiva. Entretanto, se as ondas percorrerem distâncias diferentes entre si, ou seja, $L_1 \neq L_2$, as ondas podem não estar em fase quando se encontrarem no ponto P.

Podemos dizer que a diferença de fase (ϕ) depende da diferença de percurso ($\Delta L = |L_1 - L_2|$). Para relacionar tais diferenças, devemos lembrar que um comprimento de onda corresponde a uma diferença de fase de $2\pi \text{ rad}$, então:

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda} \tag{34}$$

Portanto, a diferença de fase é expressa pela equação 35:

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} \cdot 2\pi \tag{35}$$

Agora, vamos analisar a equação 35 para os casos em que a interferência é totalmente construtiva ou totalmente destrutiva.

Se a interferência for totalmente construtiva, a diferença de fase é nula, 2π ou qualquer múltiplo de 2π , ou seja, a razão da diferença de caminho por comprimento de onda deverá ser igual a 0,1,2,... Vamos expressar da seguinte forma:

$$m = \frac{\Delta L}{\lambda} \quad m = 0,1,2,\dots \tag{36}$$

Então, para interferências totalmente construtivas, podemos reescrever a equação 35 como:

$$\phi = m \cdot 2\pi \quad (37)$$

Analisemos a equação acima, se $m = 3$, quer dizer que a diferença de fase é igual a 3 vezes o comprimento de onda, o que significa que ao atingirem o ponto P , estarão em fase.

Para o caso em que a interferência é totalmente destrutiva, a razão da diferença de caminho por comprimento de onda deverá ser igual a 0,5 ; 1,5; 2,5;... Vamos expressar da seguinte forma:

$$m = \frac{\Delta L}{\lambda} m = 0,5; 1,5; 2,5; \dots \quad (38)$$

Portanto, para uma interferência totalmente destrutiva, teremos:

$$\phi = \left(m + \frac{1}{2} \right) \cdot 2\pi \quad (39)$$

Talvez você deva estar se perguntando; “mas e para valores entre 1 e 1,5, por exemplo, 1,2; a onda será construtiva ou destrutiva?”. A interferência não será nem totalmente construtiva, nem totalmente destrutiva!

Exemplo: Duas fontes distintas produzem ondas sonoras com a mesma frequência, 560 Hz, mesma direção e sentido. A velocidade de propagação é igual a 330 m/s e as ondas estão em fase. Calcule a diferença de fase das ondas em um ponto que está a 4,20 m de uma fonte e 3,80 m da outra.

Solução: A equação 35 relaciona a diferença de fase ϕ com a diferença de percurso $\Delta L = |L_1 - L_2|$. Na Unidade 1, vimos que $\lambda = \frac{v}{f}$, deste modo, podemos reescrever a equação:

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} \cdot 2\pi \rightarrow \phi = \frac{|L_1 - L_2|}{v} \cdot 2\pi f$$

Substituindo os dados do problema, obtemos:

$$\phi = \frac{|4,20\text{m} - 3,80\text{m}|}{330\text{m/s}} \cdot 2\pi \cdot 560\text{Hz} \rightarrow \phi = 4,26\text{rad}$$

3 INSTRUMENTOS MUSICAIS

Desde pequenos aprendemos a fazer sons e produzir ritmos de diferentes maneiras: assobiando, batucando uma caixa de fósforos, fazendo estalos com a boca. Existem algumas técnicas profissionais para aprimorar essas melodias através da percussão corporal e vocal, sapateado ou por improvisações musicais e teatrais.

Há, ainda, grupos que buscam através da música melhorar a qualidade de vida por meio da arte, utilizando os recursos da educação musical como tratamentos alternativos para doenças psíquicas e físicas. Segundo o Ministério da Cultura (2012, p. 67).

O uso da música para fins terapêuticos data de tempos ancestrais e apoia-se na capacidade da música de evocar e estimular uma série de reações fisiológicas que fazem a ligação direta entre o cérebro emocional e o cérebro executivo. A música estimula a flexibilidade mental, a coesão social, fortalecendo vínculos e compartilhamento de emoções que nos fazem perceber que o outro faz parte do nosso sistema de referência. Vários estudos revelam efeitos clínicos da música na precisão dos movimentos da marcha, no controle postural, facilitando a expressão de estados afetivos e comportamentais em indivíduos com depressão e ansiedade. Tais efeitos positivos da música têm sido observados em transtornos do desenvolvimento, como o déficit de atenção, a dislexia, na doença de Parkinson, na doença de Alzheimer ou em doentes com espasticidade, nos quais a reabilitação com música ou estímulos a ela relacionados, como dança, ritmos ou jogos musicais, potencializa as técnicas de reabilitação física e cognitiva.

Os sons musicais explorados diversamente nas músicas são produzidos pelas oscilações de cordas, membranas, colunas de ar, barras de aço, blocos de madeiras e outros objetos. Sejam eles, violões, pianos, tambores, flautas ou xilofones, as oscilações responsáveis pelo som envolvem mais de uma peça.

A combinação das ondas que se propagam em sentidos opostos em uma corda esticada produz uma onda estacionária. Dessa forma, a corda passa a oscilar com grande amplitude movimentando o ar ao redor, produzindo uma onda sonora. A produção do som condiz com o que acontece com instrumentos musicais de corda, como o violino, violoncelo e violão, por exemplo.

Ondas estacionárias são formadas em uma corda com as duas extremidades fixas e se propagam por meio da reflexão das ondas em cada extremidade. Dependendo do comprimento de onda em que isso acontece, a combinação de ondas resulta em uma onda estacionária ou modo de vibração cujo comprimento de onda corresponde às frequências de ressonância (HALLIDAY, 2009).

O som originado nas cordas vibrantes de um instrumento musical é influenciado pela caixa de som do instrumento, geralmente constituído por partes de madeira. As frequências de ressonância de vibração em cordas foram estudadas na Unidade 1:

$$f = n \frac{v}{2L} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ (corda fixa nas duas extremidades)}$$

Para os instrumentos de sopro, em que há ondas sonoras se propagando no interior de um tubo, as ondas sonoras produzem frequências de ressonância dentro do tubo cheio de ar com a mesma frequência que as oscilações no interior do instrumento. Os instrumentos de sopro geralmente são tubos com uma extremidade aberta e outra fechada, como o trombone, ou as duas extremidades abertas, como o oboé.

1º CASO: TUBOS COM EXTREMIDADES ABERTAS

Como vimos na Unidade 1, o modo fundamental é a forma mais simples que uma onda estacionária pode ser formada num tubo com as duas extremidades abertas. O comprimento de onda é dado por:

$$\lambda = 2L \quad \text{(modo fundamental)} \quad (40)$$

Para os demais modos da série harmônica, escrevemos o comprimento de onda:

$$\lambda = L \quad \text{(segundo harmônico)} \quad (41)$$

$$\lambda = \frac{2L}{3} \quad \text{(terceiro harmônico)} \quad (42)$$

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad \text{para o número harmônico } n = 1, 2, 3, \dots \quad (43)$$

Na Unidade 1 escrevemos as frequências de ressonância para cordas fixas nas duas extremidades. Analogamente, sabendo que a velocidade do som é $v = \lambda f$, escrevemos para um tubo aberto nas duas extremidades:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (44)$$

2º CASO: UMA EXTREMIDADE ABERTA E OUTRA FECHADA

Em outros instrumentos musicais, as ondas estacionárias podem se propagar com apenas uma das extremidades aberta, em que há um nó e um antinó, no modo fundamental o comprimento de onda é:

$$\lambda = 4L \quad (\text{modo fundamental}) \quad (45)$$

Para os demais modos da série harmônica, escrevemos o comprimento de onda:

$$\lambda = \frac{4L}{3} \quad (\text{terceiro harmônico}) \quad (46)$$

$$\lambda = \frac{4L}{n} \quad \text{para o número harmônico } n = 1, 3, 5, \dots \quad (47)$$

Portanto, as frequências de ressonância:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L} \quad \text{para } n = 1, 3, 5, \dots \quad (48)$$

Você notou a diferença? As expressões de comprimento de onda e frequência para tubos com uma extremidade aberta são escritas em termos dos harmônicos ímpares. A condição de existência só é válida para harmônicos ímpares, já que o segundo harmônico não pode ser produzido num instrumento dessa natureza.

Exemplo: As quatro estações, ou *Le quattro stagioni*, produzida pelo compositor italiano Antônio Vivaldi, em 1723, é uma obra musical composta por quatro concertos para violino e orquestra e está entre as peças mais populares da música barroca. Suponha que um dos violinos da orquestra possui massa de 800 mg e comprimento de 22,0 cm. A frequência fundamental deste instrumento é 920 Hz. Determine:

a) A velocidade das ondas na corda do violino.

Solução: inicialmente, precisamos transformar as grandezas físicas para o sistema internacional de medidas:

$$\begin{aligned} \text{massa} : 800 \text{ mg} &= 800 \times 10^{-6} \text{ kg} \\ \text{comprimento} : 22,0 \text{ cm} &= 0,220 \text{ m} \end{aligned}$$

Para calcular a velocidade das ondas na corda no modo fundamental, usamos a expressão abaixo e consideramos que $\lambda = 2L$:

$$v = \lambda f \rightarrow v = 2Lf \rightarrow v = 2(0,220\text{ m} \cdot 920\text{ Hz})$$

$$v = 405 \text{ m/s}$$

b) A tensão na corda.

Solução: como vimos na Unidade 1, a relação entre a força de tração (ou tensão) na corda e densidade linear é dada, respectivamente, pelas expressões a seguir:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad ; \quad \mu = \frac{m}{L}$$

Isolando a F_T , usando a expressão da densidade linear, obtemos:

$$v^2 \mu = F_T \rightarrow F_T = \frac{v^2 m}{L}$$

Substituindo os valores do problema:

$$F_T = \frac{(405 \text{ m/s})^2 (800 \times 10^{-6} \text{ kg})}{(0,220 \text{ m})} \rightarrow F_T = 596 \text{ N}$$

c) No modo fundamental, calcular o comprimento das ondas na corda.

Solução: O comprimento de onda no modo fundamental é:

$$\lambda = 2L \rightarrow \lambda = 0,440 \text{ m}$$

RESUMO DO TÓPICO 3

Neste tópico, você aprendeu:

- A interferência ocorre quando duas fontes sonoras, próximas uma da outra, emitem ondas sonoras e estas ondas se encontram a uma certa distância.
- Mesmo emitindo ondas iguais e se propagando no mesmo sentido, pode ocorrer uma diferença de fase, que depende da diferença de caminho das ondas, cuja equação é:

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} \cdot 2\pi$$

- Para interferências totalmente construtivas:

$$m = \frac{\Delta L}{\lambda} \rightarrow \phi = m \cdot 2\pi \rightarrow m = 0, 1, 2, \dots$$

- Para interferências totalmente destrutivas:

$$m = \frac{\Delta L}{\lambda} \rightarrow \phi = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi \rightarrow m = 0, 5; 1, 5; 2, 5; \dots$$

- Nos instrumentos de sopro, ondas sonoras se propagam no interior de um tubo, que produzem frequências de ressonância dentro do tubo cheio de ar com a mesma frequência que as oscilações no interior do instrumento.

1º Caso: Tubos com extremidades abertas

- Os comprimentos de onda dependem dos harmônicos:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad \text{para o número harmônico } n = 1, 2, 3, \dots$$

- A frequência de ressonância é:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots$$

2º Caso: Uma extremidade aberta e outra fechada

- Os comprimentos de onda dependem dos harmônicos:

$$\lambda = \frac{4L}{n} \quad \text{para o número harmônico } n = 1, 3, 5, \dots$$

- A frequência de ressonância é:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4L} \quad \text{para } n = 1, 3, 5, \dots$$

- As expressões de comprimento de onda e frequência para tubos com uma extremidade aberta são escritas em termos dos harmônicos ímpares.



1 Quando ondas sonoras emitidas por fontes sonoras distintas se encontram, ocorre o fenômeno chamado de interferência. Em relação a este fenômeno, classifique V para as sentenças verdadeiras e F para as falsas:

- () Só podemos ter dois tipos de interferência: a construtiva e a destrutiva.
- () A diferença de fase não depende da diferença de caminho das ondas.
- () Quando a diferença de fase é igual a valores inteiros, a interferência é totalmente construtiva.
- () Quando a diferença de fase é igual a valores não inteiros, a interferência é totalmente destrutiva.
- () Podem ocorrer casos em que as interferências não sejam totalmente construtivas nem totalmente destrutivas.

Assinale a alternativa que apresenta a sequência CORRETA:

- () V – F – F – V – F.
- () V – V – F – V – F.
- () F – V – V – F – V.
- () F – F – V – V – V.
- () F – V – F – V – V.

2 Duas fontes sonoras diferentes emitem ondas sonoras de mesma frequência, 440 Hz, se propagando na mesma direção com a mesma velocidade, 343 m/s. Determine:

- a) Qual é a diferença de fase das ondas em ponto distante 5,40 m de uma fonte e 5,00 m de outra fonte?
- b) O que podemos afirmar sobre o tipo de interferência? Justifique.

3 Num palco montado ao ar livre, são instalados dois alto-falantes distantes 3,35 m um do outro. Durante a passagem de som, um técnico de som está distante 18,3 m de um alto-falante e 19,5 m do outro e os dispositivos emitem ondas sonoras em fase, com sinal de mesma amplitude e mesma frequência. A frequência varia de acordo com a faixa audível, ou seja, está compreendida entre 20 Hz e 20000 Hz. Determine:

- a) A menor frequência mínima com a qual a intensidade do sinal é mínima, ou seja, na qual a interferência é destrutiva.
- b) A menor frequência para a qual a intensidade é máxima, ou seja, na qual a interferência é construtiva.

4 O órgão é um instrumento musical em que o som é produzido pela passagem de ar comprimido em tubos de diversos tamanhos. Um dos tubos de um órgão possui as duas extremidades abertas e frequência fundamental de 300 Hz. Outro tubo do mesmo órgão possui uma das extremidades aberta e outra fechada e seu terceiro harmônico tem a mesma frequência do segundo harmônico do primeiro tubo. Determine:

- a) Quais os comprimentos de onda nos dois tubos?
- b) Qual o comprimento de cada tubo?

5 O violino tem origem em instrumentos vindos do Império Bizantino. Os primeiros violinos foram produzidos na Itália no século XVI. Uma das cordas do violino, com 0,24 m, possui massa de 0,096 kg. Se a tensão na corda é de 596 N, e a frequência fundamental for de 720 Hz, determine:

- a) A velocidade das ondas na corda.
- b) O comprimento de onda das ondas na corda.
- c) O comprimento de onda das ondas sonoras emitidas pela corda.

6 Um tubo com as duas extremidades abertas possui uma de suas frequências harmônicas sendo 325 Hz e a frequência harmônica seguinte é de 390 Hz. Determine:

- a) A frequência harmônica seguinte a 195 Hz .
- b) O número do harmônico correspondente à frequência seguinte a 195 Hz.
- c) O número do harmônico referente às frequências de 195 Hz, 325 Hz e 390 Hz .

7 As ondas em tubos abertos e fechados se comportam de certa maneira. Analise as afirmações sobre os tubos abertos nas duas extremidades e os tubos abertos numa das extremidades e fechados na outra:

I. As frequências de ressonância são calculadas com expressões iguais para os tubos abertos nas duas extremidades e os tubos abertos numa das extremidades e fechados na outra.

II. As expressões de comprimento de onda e frequência para tubos com uma extremidade aberta são escritas em termos dos harmônicos ímpares.

III. Tubos com as duas extremidades abertas não possuem o 2º harmônico.

Assinale a alternativa CORRETA:

- () Somente a afirmativa I está correta.
- () As afirmativas II e III estão corretas.
- () As afirmativas I e III estão corretas.
- () Somente a afirmativa II está correta.
- () As afirmativas I, II e III estão corretas.

BATIMENTOS E EFEITO DOPPLER

1 INTRODUÇÃO

Ao estudarmos a interferência de duas ondas com amplitudes diferentes e mesma frequência, vimos que as ondas se superpõem na mesma região do espaço. Neste tópico, estudaremos a superposição de duas ondas com mesma amplitude, mas frequências minimamente diferentes.

O apito de um trem ou a sirene de uma ambulância soam mais agudos quando estão se aproximando e mais graves quando estão se afastando. Você já se perguntou por que esse fenômeno acontece? Trata-se do resultado do efeito Doppler, que estuda a diferença de frequências entre ondas sonoras emitidas por uma fonte e um receptor, em movimento ou repouso, como veremos neste tópico.

2 BATIMENTOS

Imagine que você ouve dois sons distintos, com frequências de 540 Hz e 580 Hz. Quando os sons chegam aos nossos ouvidos, ouvimos um som com frequência de 560 Hz, ou seja, a média das duas frequências. Há uma mudança na intensidade produzindo um batimento, ou seja, a variação da amplitude produz variações de intensidade chamadas batimentos, enquanto que a frequência desta variação é a frequência dos batimentos (YOUNG, 2003).

Supondo que temos a fonte **a** e a fonte **b** emitindo ondas com frequências f_a e f_b , respectivamente. A frequência é $f_a > f_b$, os períodos correspondentes são $T_a < T_b$. Inicialmente, em $t = 0$, as ondas estariam em fase, e após a primeira onda percorrer um ciclo a mais do que a segunda o valor de t é igual ao período dos batimentos T_{bat} .

O número de ciclos n da primeira onda acontece em T_{bat} , portanto, o número de ciclos da segunda onda é $(n - 1)$, isto é, sempre inferior ao número de ciclos da primeira.

$$T_{bat} = nT_a \quad (49)$$

$$T_{bat} = (n - 1)T_b \quad (50)$$

Isolando n na equação 49:

$$n = \frac{T_{bat}}{T_a} \quad (51)$$

Substituindo (51) em (50):

$$\begin{aligned} T_{bat} &= \left(\frac{T_{bat}}{T_a} - 1 \right) T_b \quad \rightarrow \quad T_{bat} = \frac{T_{bat}}{T_a} T_b - T_b \\ T_{bat} - \frac{T_{bat}}{T_a} T_b &= -T_b \quad \rightarrow \quad T_{bat} \left(1 - \frac{T_b}{T_a} \right) = -T_b \\ T_{bat} &= \frac{-T_b}{\left(1 - \frac{T_b}{T_a} \right)} \quad \rightarrow \quad T_{bat} = \frac{-T_b}{\left(\frac{T_a}{T_a} - \frac{T_b}{T_a} \right)} \\ T_{bat} &= \frac{-T_b T_a}{(T_a - T_b)} \quad \rightarrow \quad T_{bat} = \frac{-T_b T_a}{-(T_b - T_a)} \end{aligned}$$

Encontramos:

$$T_{bat} = \frac{T_a T_b}{T_b - T_a} \quad (52)$$

O inverso do período dos batimentos é a frequência,

$$f_{bat} = 1 / T_{bat} \quad (53)$$

Substituindo (53) em (52), temos:

$$f_{bat} = \frac{T_b - T_a}{T_a T_b} \quad (54)$$

Simplificando a expressão, obtemos:

$$f_{bat} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_b} \quad (55)$$

$$f_{BAT} = f_a - f_b \quad (\text{frequências dos batimentos}) \quad (56)$$

Como mostra a equação 56, a frequência de batimento é a diferença entre as duas frequências. O fenômeno de batimento é usado principalmente para afinar instrumentos musicais, onde o instrumento a ser afinado é tocado e comparado com uma frequência padrão, até que o batimento desapareça. “Outro exemplo deste fenômeno está presente nos múltiplos motores de aviões que possuem diversas hélices propulsoras. As hélices são sincronizadas para não produzir batimentos desagradáveis, como intensas batidas” (YOUNG, 2003, p. 299).

Exemplo: O diapasão é um instrumento metálico em forma de forquilha utilizado para afinar instrumentos musicais e vozes através da vibração de um som musical. A corda lá de um violino está esticada demais, porém, sabe-se que ele produz quatro batimentos por segundo quando tocada com um diapasão padrão de frequência 440 Hz afinado na nota *Lá*. Qual é o período de oscilação da corda do violino?

Solução: O período é dado pelo inverso da frequência: $T = \frac{1}{f}$.

O problema diz que a corda lá produz 4 bat/s , ou seja, reescrevendo em termos da equação da frequência de batimentos:

$$f_{\text{bat}} = f_a - f_b \quad \rightarrow \quad 4 = \frac{1}{T} - 440$$

$$T = \frac{1}{444} \quad \rightarrow \quad T = 2,25 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Assim, a corda está muito esticada e por isso está com a frequência elevada. O período de oscilação do violino é $2,25 \times 10^{-3} \text{ s}$.

3 EFEITO DOPPLER

Imagine que você está sentado numa praça movimentada e com constante movimento de carros. À medida que um carro se aproxima do local onde você está sentado, percebe-se uma mudança no som do motor, conforme o carro se aproxima ou se afasta, essa sensação se torna mais ou menos perceptível. Porém, se o carro está parado com o motor ligado próximo a você (que se encontra em repouso), não observamos essa mudança na altura do som.

A frequência da fonte e a frequência observada dependem diretamente do movimento da fonte sonora (emissor) em relação ao receptor, tal que, a frequência sonora emitida pela fonte é diferente da recebida pelo ouvinte. O fenômeno físico associado a essas variações de frequências relacionadas ao movimento relativo

entre a fonte sonora e o ouvinte é o efeito Doppler. Foi descrito pelo cientista austríaco Christian Doppler em 1842 e estudado experimentalmente em 1845 por Buys Ballot, na Holanda.

Para analisar o efeito Doppler do som, desenvolveremos uma relação entre a frequência detectada e as velocidades da fonte e do ouvinte em relação ao meio em que a onda sonora se propaga. A equação geral do efeito Doppler é utilizada em situações onde o detector ou a fonte está se movendo ou se ambos estão se movendo, e escrita em termos da frequência detectada e a frequência emitida através da equação geral do Efeito Doppler:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \tag{57}$$

- $f' \rightarrow$ frequência detectada
- $f \rightarrow$ frequência emitida
- $v_D \rightarrow$ velocidade do detector
- $v \rightarrow$ velocidade do som no ar
- $v_S \rightarrow$ velocidade da fonte

Observe que a equação 57 varia o sinal de acordo com a velocidade do detector e da fonte. A regra é válida para:

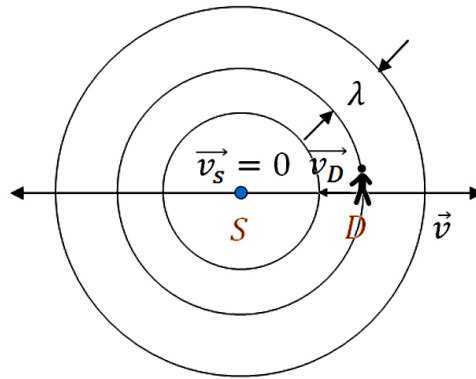
Quando o movimento do detector ou da fonte é no sentido de aproximá-los, o sinal da velocidade deve resultar em um aumento da frequência. Quando o movimento do detector ou da fonte é no sentido de afastá-los, o sinal da velocidade deve resultar em uma diminuição da frequência (HALLIDAY, 2009, p. 166).

Ou seja, o aumento da frequência acontece quando há aproximação, e a diminuição da frequência está relacionada ao afastamento. Para analisar o efeito Doppler em cada caso, vamos dividir o estudo em dois casos.

1º CASO: DETECTOR EM MOVIMENTO, FONTE PARADA

Quando o detector está se movendo e a fonte está parada, o movimento altera a frequência com que o detector intercepta as frentes de ondas. A Figura 14 mostra uma pessoa (detector D) se movendo com velocidade $\vec{v}_D$, em direção a uma fonte S em repouso emitindo ondas com comprimento de onda λ que se propagam com uma velocidade do som no ar $\vec{v}$. A frequência detectada pelo detector D é a taxa de interceptação das frentes de onda. Ainda, o detector D se move no sentido oposto à velocidade $\vec{v}$ das frentes de onda.

FIGURA 14 - FONTE SONORA EMITINDO ONDAS SONORAS QUE SERÃO RECEBIDAS PELO DETECTOR SE APROXIMANDO DA FONTE



FONTE: Os autores

No intervalo de tempo t , as frentes de onda percorrem uma distância para a direita de acordo com a equação:

$$x = vt \quad (58)$$

Enquanto que o detector se move para a esquerda segundo a equação:

$$x' = v_D t \quad (59)$$

Portanto, a distância percorrida pelas frentes de onda em relação a D é:

$$x + x' = vt + v_D t \quad (60)$$

Que ainda pode ser escrito em termos do número de comprimentos de onda interceptados por D: $\frac{vt + v_D t}{\lambda}$. Assim, escrevemos a frequência em termos da taxa com a qual D intercepta os comprimentos de onda:

$$\begin{aligned} f' &= \frac{(vt + v_D t) / \lambda}{t} \\ f' &= \frac{t(v + v_D)}{t\lambda} \\ f' &= \frac{(v + v_D)}{\lambda} \end{aligned} \quad (61)$$

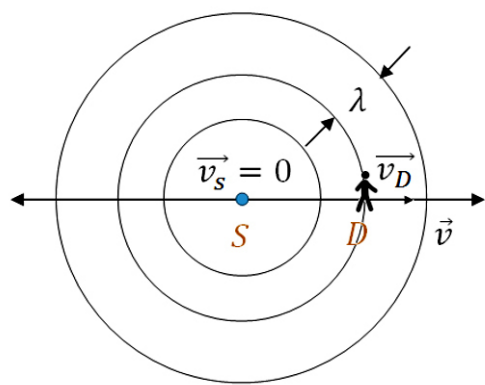
Lembrando que $f = \frac{\lambda}{v}$, reescrevemos a equação 61 como:

$$f' = \frac{(v + v_D)}{v / f} \tag{62}$$

$$f' = f \frac{v + v_D}{v} \text{ (detector D se aproximando da fonte S)} \tag{63}$$

Neste caso, $f' > f$, exceto se $v_D = 0$ o detector estiver parado. Vale ressaltar que só há efeito Doppler se o detector estiver em movimento. Caso a fonte e o detector estejam em repouso, a frequência detectada por D é $f = \frac{\lambda}{v}$. Analogamente ao processo mostrado acima, podemos encontrar a frequência detectada por D caso esteja se afastando da fonte.

FIGURA 15 - FONTE SONORA EMITINDO ONDAS SONORAS QUE SERÃO RECEBIDAS PELO DETECTOR SE AFASTANDO DA FONTE



FONTE: Os autores

Neste caso, as frentes de onda se movem a uma distância:

$$x + x' = vt - v_D t \tag{64}$$

E, portanto, a frequência detectada é dada por:

$$f' = f \frac{v - v_D}{v} \text{ (detector D se afastando da fonte S)} \tag{65}$$

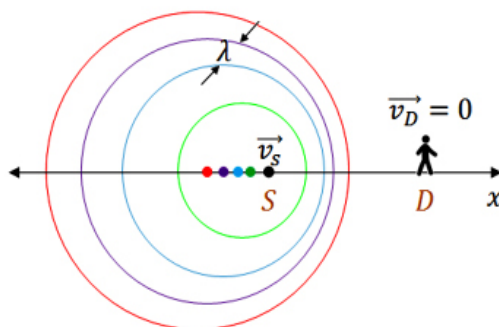
Reescrevendo em termos de uma equação geral, temos:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v} \quad (\text{detector em movimento, fonte parada}) \quad (66)$$

2º CASO: FONTE EM MOVIMENTO, DETECTOR PARADO

Enquanto que a fonte se movimenta e o detector está parado, o movimento altera o comprimento de onda da onda sonora e, conseqüentemente, a frequência detectada. Para encontrar uma equação geral para este caso, consideramos que a fonte S se move com velocidade $\vec{v}_S$ em direção ao detector D que está parado, como mostra a Figura 16.

FIGURA 16 - FONTE SONORA EMITINDO ONDAS SONORAS EM MOVIMENTO QUE SERÃO RECEBIDAS PELO DETECTOR EM REPOUSO



FONTE: Os autores

O intervalo de tempo entre a emissão de um par de frentes de ondas sucessivas é:

$$T = \frac{1}{f}$$

Escrevendo a equação da frequência detectada em termos do comprimento de onda das ondas se propagando na direção do movimento da fonte, temos:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} \quad (67)$$

Mas, a distância percorrida pela frente de onda vermelha (da Figura 16) é vT . Enquanto que a frente de onda da fonte sonora percorre uma distância $v_s T$. Portanto, a distância entre duas frentes de onda distintas é:

$$\lambda' = vT - v_s T \quad (68)$$

Sendo assim, a equação 67 fica:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_s T} \quad \rightarrow \quad f' = \frac{v}{\frac{v}{f} - \frac{v_s}{f}}$$

$$f' = f \frac{v}{v - v_s} \quad (\text{fonte se aproximando do detector } D) \quad (69)$$

O procedimento para encontrar a expressão geral para uma fonte se afastando do detector é semelhante, cujo resultado é:

$$f' = f \frac{v}{v + v_s} \quad (\text{fonte se afastando do detector } D) \quad (70)$$

Neste caso $f' < f$, exceto se $v_s = 0$ a fonte estiver parada. Podemos reorganizar as equações 69 e 70 na expressão geral, dada por:

$$f' = f \frac{v}{v \pm v_s} \quad (\text{fonte sem movimento, detector parado}) \quad (71)$$

Apesar de deduzirmos as expressões para os casos mais gerais, cada situação de efeito Doppler deve ser analisada individualmente, por isso é importante traçar algumas estratégias para solução dos problemas. Faça um desenho com um sistema de coordenadas, estabelecendo o sentido e verificando os sinais das velocidades relevantes.



Lembre-se: quando ocorre uma aproximação entre a fonte e o detector, a frequência $f' > f$, já quando ambos se afastam, $f' < f$.

Quando não existe movimento relativo, $f' = f$ e, portanto, não há efeito Doppler.

Exemplo: A sirene de uma ambulância emite um som com frequência de 1800 Hz e passa por um ciclista que está a 3 m/s. Após ser ultrapassado, o ciclista escuta uma frequência de 1780 Hz. Com qual velocidade a ambulância está se movimentando?

Solução: Neste caso, a ambulância é a fonte sonora e está em movimento ao mesmo tempo em que o ciclista é o detector e também se encontra em movimento. Do problema, podemos extrair os dados:

- $f' = 1780 \text{ Hz} \rightarrow$ frequência detectada
- $f = 1800 \text{ Hz} \rightarrow$ frequência emitida
- $v_D = 3 \text{ m/s} \rightarrow$ velocidade do detector
- $v = 343 \text{ m/s} \rightarrow$ velocidade do som no ar
- $v_s = ? \rightarrow$ velocidade da fonte

A equação geral do efeito Doppler é:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_s} \text{ (equação geral do efeito Doppler)}$$

Como a frequência detectada é menor do que a frequência emitida, indica que há um afastamento entre a fonte e o detector. Deste modo, a escolha de sinais deve ser positiva:

$$f' = f \frac{v + v_D}{v + v_s}$$

Isolando a variável v_s , que é o que queremos encontrar:

$$\frac{f'}{f} = \frac{v + v_D}{v + v_s}$$

$$\frac{f'}{f} (v + v_D) = v + v_s$$

$$v_s = \frac{f'}{f} (v + v_D) - v$$

Substituindo os valores obtidos do problema:

$$v_s = \frac{1800}{1780}(343+3) - 343$$

$$v_s = 6,9 \text{ m/s}$$

Portanto, a velocidade da ambulância é 6,9 m/s.

Exemplo: Um carro de bombeiros está em movimento com uma velocidade de 72 km/h e se aproxima de um automóvel com velocidade de 110 km/h. A frequência emitida pela sirene é de 1.200 Hz. Calcule a frequência percebida pelo motorista do carro.

Solução: Semelhante ao problema anterior, o carro de bombeiros é a fonte sonora e está em movimento ao mesmo tempo em que o carro é o detector e também se encontra em movimento. Do problema, podemos extrair os dados:

- $f' = ? \text{ Hz} \rightarrow$ frequência detectada
- $f = 1200 \text{ Hz} \rightarrow$ frequência emitida
- $v_D = 110 \text{ km/h} \rightarrow$ velocidade do detector
- $v = 343 \text{ m/s} \rightarrow$ velocidade do som no ar
- $v_s = 72 \text{ km/h} \rightarrow$ velocidade da fonte

Para manter a unidade de medida da velocidade do som, vamos transformar as unidades da velocidade da fonte e do detector, logo:

$$v_D = 110 \text{ km/h} \div 3,6 = 30,5 \text{ m/s}$$

$$v_s = 72 \text{ km/h} \div 3,6 = 20 \text{ m/s}$$

A frequência observada para essa situação é conhecida por meio da equação geral do efeito Doppler:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_s} (\text{equação geral do efeito Doppler})$$

As frentes de onda e o observador movem-se em sentido contrário e, portanto, as velocidades no numerador são somadas. No caso do denominador, as frentes de onda se movem no mesmo sentido da fonte. Deste modo, a escolha de sinais deve ser:

$$f' = f \frac{v + v_D}{v - v_s}$$

Portanto, substituindo os valores, encontramos:

$$f' = (1200 \text{ Hz}) \left(\frac{(343 \text{ m/s}) + (30,5 \text{ m/s})}{(343 \text{ m/s}) - (20 \text{ m/s})} \right) \rightarrow f' = 1387,6 \text{ Hz}$$

Exemplo: João está caminhando próximo a um centro comercial enquanto que uma loja anuncia as ofertas do dia num alto-falante com frequência de 990 Hz. Sabendo que a velocidade de João é de 2,5 m/s e ele está se afastando da fonte sonora, calcule a frequência ouvida pelo observador.

Solução: Neste problema, a fonte encontra-se em repouso enquanto que o detector está em movimento. Do problema, podemos extrair os dados:

- $f' = ? \text{ Hz} \rightarrow \text{frequência detectada}$
- $f = 990 \text{ Hz} \rightarrow \text{frequência emitida}$
- $v_D = 2,5 \text{ m/s} \rightarrow \text{velocidade do detector}$
- $v = 343 \text{ m/s} \rightarrow \text{velocidade do som no ar}$
- $v_s = 0 \rightarrow \text{velocidade da fonte}$

Assim, João se afasta da fonte que está em repouso e escrevemos a equação geral do Efeito Doppler:

$$f' = f \frac{v - v_D}{v}$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$f' = (990 \text{ Hz}) \left(\frac{(343 \text{ m/s}) - (2,5 \text{ m/s})}{(343 \text{ m/s})} \right) \rightarrow f' = 982,8 \text{ Hz}$$

RESUMO DO TÓPICO 4

Neste tópico, você aprendeu que:

- Os batimentos acontecem quando duas ondas com frequências muito próximas são detectadas ao mesmo tempo. A frequência do batimento é dada pela diferença de f_1 e f_2 :

$$f_{\text{bat}} = f_1 - f_2$$

- O efeito Doppler é a mudança de frequência observada quando há um movimento relativo entre a fonte sonora ou o detector. A frequência observada f' está relacionada com a frequência f da fonte através da equação geral:

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \text{ (equação geral do efeito Doppler)}$$

- Os sinais são escolhidos de modo que f' seja maior para os movimentos de aproximação e menor para os movimentos de afastamento.
- Ainda, vimos dois casos especiais:
- 1º Caso: detector em movimento, fonte parada

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v} \text{ (detector em movimento, fonte parada)}$$

- 2º Caso: fonte em movimento, detector parado

$$f' = f \frac{v}{v \pm v_S} \text{ (fonte Sem movimento, detector parado)}$$

- Onde v_D é a velocidade do detector em relação ao meio, v_S é a velocidade da fonte e v é a velocidade do som no ar.



- 1 Ao ouvirmos dois sons com frequências f_1 e f_2 muito próximas, o resultado deste fenômeno é a diferença entre as frequências f_1 e f_2 . O fenômeno citado é:
 - () Efeito Doppler.
 - () Interferência.
 - () Batimento.
 - () Intensidade sonora.
 - () Timbre.

- 2 Duas fontes sonoras 1 e 2 emitem sons de mesma frequência, igual a 700 Hz. A fonte 1 está fixa no solo e a fonte 2 move-se para a direita, se afastando da fonte 1 com uma velocidade de 60 m/s. Você está entre as fontes sonoras e caminha para a direita, com velocidade de 25 m/s. Utilizando as equações de efeito Doppler, determine:
 - a) A frequência da fonte 1 detectada pelo observador (neste caso, você).
 - b) A frequência da fonte 2 detectada por você.
 - c) A frequência do batimento devido a superposição das ondas, admitindo que as amplitudes sejam iguais.

- 3 Duas ambulâncias A e B têm sirenes idênticas, porém, um observador sentado numa praça ouve a sirene A mais aguda que a de B. Baseando-se nos estudos de efeito Doppler, associe os itens, utilizando o código a seguir:
 - I. As sirenes A e B aproximam-se do observador.
 - II. As ambulâncias A e B afastam-se do observador.
 - III. A ambulância B se afasta do observador enquanto que a ambulância A está parada.
 - IV. A ambulância A se afasta do observador enquanto que a ambulância B está parada.
 - V. A ambulância B afasta-se do observador e a ambulância A se aproxima.

Assinale a alternativa CORRETA:

 - () Somente a afirmativa V está correta.
 - () As afirmativas II e III estão corretas.
 - () As afirmativas I, II, III e V estão corretas.
 - () Somente a afirmativa III está correta.
 - () As afirmativas I, II e III estão corretas.

- 4 Um pedestre em repouso observa uma viatura policial que se aproxima a 22 m/s com a sirene ligada que possui frequência de 1000 Hz. Considerando a velocidade do som no ar sendo 343 m/s, calcule a frequência da onda sonora que o pedestre captará.

- 5 O limite de uma via é 80 km/h , porém, ao avistar um motorista excedendo a velocidade permitida, um guarda rodoviário inicia uma perseguição, com a sirene ligada, que produz um som com frequência de 550 Hz . Sabendo que ambos os carros estão a 120 km/h , calcule a frequência detectada por efeito Doppler pelo motorista infrator.
- 6 Certa espécie de pinguins emite sons para encontrar a companheira em meio ao bando, por meio de ondas estacionárias que se propagam entre a garganta e a boca do pássaro, semelhante a um tubo com as duas extremidades abertas. Sabendo que a frequência do primeiro harmônico produzido pelo pássaro é $f_1 = 430 \text{ Hz}$ e a frequência do segundo harmônico é $f_2 = 390 \text{ Hz}$, assinale a opção correta:
- () A frequência de batimento é 40 Hz .
 - () A frequência de batimento é 820 Hz .
 - () A frequência de batimento é -40 Hz .
 - () A frequência de batimento é 60 Hz .

ÓTICA

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

Esta unidade tem como objetivos:

- perceber a evolução do modelo de luz ao longo da história;
- apresentar os modelos e teorias sobre o comportamento dual da luz;
- compreender os princípios de propagação da luz;
- identificar e interpretar os tipos de reflexão da luz;
- caracterizar os espelhos e as imagens formadas;
- compreender o funcionamento do globo ocular e a correção dos defeitos de visão.

PLANO DE ESTUDOS

Esta unidade está dividida em quatro tópicos. No decorrer da unidade, você encontrará autoatividades com o objetivo de reforçar o conteúdo apresentado.

TÓPICO 1 – NATUREZA DA LUZ

TÓPICO 2 – ÓTICA GEOMÉTRICA

TÓPICO 3 – FORMAÇÃO DE IMAGENS

TÓPICO 4 – ÓTICA ONDULATÓRIA

NATUREZA DA LUZ

1 INTRODUÇÃO

O que é a luz? Como ela é gerada? Do que é feita? De que forma se propaga?

Desde a antiguidade, filósofos, pensadores, cientistas tentaram responder a estas e outras questões relacionadas aos fenômenos luminosos. Após séculos de pesquisas e indagações, havia duas explicações a respeito da natureza da luz:



A teoria corpuscular da luz descreve a luz como pequenas partículas que realizam um movimento em linha reta, enquanto que a teoria ondulatória da luz afirma que a luz é uma onda, assim como o som.

Neste tópico, nós estudaremos os modelos da luz, a dualidade onda-partícula e classificaremos as fontes de luz. Desejamos que você aproveite a jornada e tenha um excelente estudo desta área tão fascinante da física!

2 A NATUREZA DA LUZ

Filósofos gregos, como Empédocles e Leucipo, acreditavam que as sensações visuais aconteciam por meio do contato entre pequenos corpúsculos emitidos pelos objetos em todas as direções e os órgãos responsáveis pelos sentidos. Platão afirmava que os olhos emitiam raios que interagiam com a origem dos objetos em presença da luz do Sol. Enquanto que para Aristóteles, a luz era uma qualidade dos corpos transparentes, não material e que se manifestava instantaneamente.

Para Descartes, a luz era um tipo de pressão transmitida pelo éter, elemento responsável pela propagação da luz em um meio material. Publicou a Lei da Refração apresentando um novo horizonte para as pesquisas e ponto de partida para outros cientistas, como Fermat, Hooke, Huygens e Newton.

A teoria da luz, para Huygens, basicamente é descrita pela teoria ondulatória, apesar de não a defender diretamente. Huygens acreditava que a luz se propagava através de pulsos independentes por meio de forças de contato entre os corpúsculos (feixes de minúsculas partículas). A partir dessas ideias, Huygens explicou a refração e reflexão e a propagação retilínea da luz.

A teoria de Isaac Newton defendia a natureza corpuscular da luz, e foi amplamente defendida pela comunidade acadêmica do século XVIII. A partir dos experimentos em ótica propostos pelo cientista, ele apresentou uma abordagem matemática e geométrica da dispersão da luz branca no artigo “Nova teoria sobre luz e cores”, de 1672, e concluiu que a luz branca seria uma mistura heterogênea das demais cores.

A teoria corpuscular de Newton defendia que um fluxo de partículas muito pequenas (corpúsculos) é emitido por fontes luminosas, e explicava satisfatoriamente os fenômenos da reflexão e refração já conhecidos na época.

Porém, havia alguns experimentos que não eram explicados de maneira satisfatória pela teoria corpuscular, por exemplo, a interferência e a difração. Cerca de 100 anos depois que Huygens propôs algumas ideias relacionadas à teoria ondulatória, Thomas Young explicou a interferência nos experimentos de dupla fenda.

Aproximadamente no início do século XIX, surgiram as primeiras evidências de que a luz é uma onda. Com as concepções das propriedades elétricas e magnéticas bem estabelecidas, James Clark Maxwell contrapõe, em 1887, em parceria com o trabalho experimental de Heinrich Hertz, que a luz é uma forma de onda eletromagnética que se propaga no espaço. As primeiras evidências do efeito fotoelétrico surgiram a partir deste experimento.

Michelson e Morley tentaram detectar o éter, suposto material das ondas, porém sem sucesso. Unindo a outras evidências negativas sobre a existência do éter, surge uma das origens da teoria da relatividade restrita, formulada posteriormente, em 1905, por Albert Einstein.

Embora Einstein tenha estabelecido fortes relações da dualidade onda partícula da luz, em seu artigo publicado em 1905, ele sugere que a teoria ondulatória, mesmo testada e útil, é limitada. Simultaneamente aos estudos de Einstein, houve outros físicos que se preocuparam com a natureza da luz.

Em 1924, Louis de Broglie caracterizou em sua tese de doutorado a ideia de que, se a luz se comporta como uma partícula, porque a partícula não pode se comportar como uma onda? Deste modo, De Broglie associou às partículas um comprimento de onda dado pela expressão matemática:

$$\lambda = \frac{h}{Q} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Ou seja, o comprimento de onda é igual à constante de Planck dividido pela quantidade de movimento linear da partícula. A hipótese de De Broglie era de que o comportamento dual da radiação também se aplicava à matéria (EISBERG; RESNIK, 1979).

Vale ressaltar que o conceito dos fenômenos ondulatórios não se restringiu apenas aos cientistas e ideias citados brevemente no texto acima, e que houve muitos outros cientistas, filósofos e pensadores responsáveis por contribuir na construção do conhecimento. Mas, por que há tantas teorias? Por que não havia um consenso e as conclusões eram tão diferentes de um mesmo fenômeno?

Os cientistas debatem essas questões há vários séculos e não há uma resposta única, já que tentar explicar a natureza não é um processo simples. A ciência é uma construção humana, parcial e falível, contestável e resultado de uma construção cultural. É imprescindível reconhecer que a ciência é um conjunto de conhecimentos historicamente construído, inserido no contexto da época em que viveram os cientistas e o seu povo, bem como os dilemas profissionais e as necessidades econômicas da época.

Deste modo, a construção do conhecimento científico está intimamente relacionada ao contexto histórico em que tenha sido desenvolvido, bem como com os precedentes e contribuições de cientistas anteriores à época. Muitas vezes, erros e teorias refutadas são cruciais para novas e bem-sucedidas teorias.

2.1 DUALIDADE ONDA PARTÍCULA

Apesar de bem aceita, a natureza ondulatória da luz não é capaz de explicar algumas lacunas. Efeitos relacionados à emissão e absorção da luz são bem representados pela natureza corpuscular, já que a energia transportada pela onda luminosa é concentrada em pacotes discretos, chamados fótons ou quanta (YOUNG; FREEDMAN, 2003), enquanto que a propagação da luz é melhor explicada pelo modelo ondulatório.

Afinal, a luz é onda ou partícula?

Dependendo do fenômeno, a luz se comporta como onda ou como partícula. Portanto, não se trata sobre o que é a luz, mas sim, como ela se comporta em determinada condição física. Os dois modelos são necessários e se complementam, usando um ou outro, nenhum fenômeno deixa de ser explicado. A esse comportamento dá-se o nome de dualidade onda-partícula.

Vale ressaltar que, apesar do comportamento dual, a luz nunca se comporta simultaneamente como onda e partícula. Esse é o princípio da complementaridade proposto por Niels Bohr em 1923.



Princípio da complementaridade de Bohr

No nível quântico, os modelos corpuscular e ondulatório são necessários para uma descrição completa do sistema estudado.

O princípio da complementaridade garante que não existe fenômeno algum conhecido que permita observar simultaneamente os comportamentos ondulatório e corpuscular de uma radiação. Ou seja, se observa o caráter ondulatório ou o caráter corpuscular. Segundo Eisberg e Resnik (1979, p. 95), “Os modelos corpuscular e ondulatório são complementares; se uma medida prova o caráter ondulatório da radiação ou da matéria, então é impossível provar o caráter corpuscular na mesma medida e vice-versa”.

Este debate entre as teorias ondulatória e corpuscular constitui uma das mais emocionantes batalhas científicas de todos os tempos. Nesta unidade, estudaremos os fenômenos descritos pelas duas teorias, prevalecendo o modelo que for mais adequado para explicar cada situação física.



Fique tranquilo! Você estudará as teorias e princípios da dualidade onda-partícula com mais rigor nas próximas disciplinas. Neste momento, o objetivo é apresentá-lo às teorias existentes a respeito da natureza da luz e estudar a ótica geométrica e a ótica ondulatória.

3 FONTES DE LUZ

Do que é feita a luz? Esta pergunta é muito difícil de responder, já que, diferente da água e do ar, não podemos tocá-la, e nem sabemos exatamente de que é feita. Foi cultuada como algo sagrado por diversos povos, como os egípcios e os incas, por meio do Sol, uma das maiores fontes de luz que nos cerca, foi por muito tempo um mistério.

Platão foi um dos primeiros a tentar responder à pergunta “Por que vemos um objeto?” Ele pensava que nossos olhos emitiam partículas que tornavam os

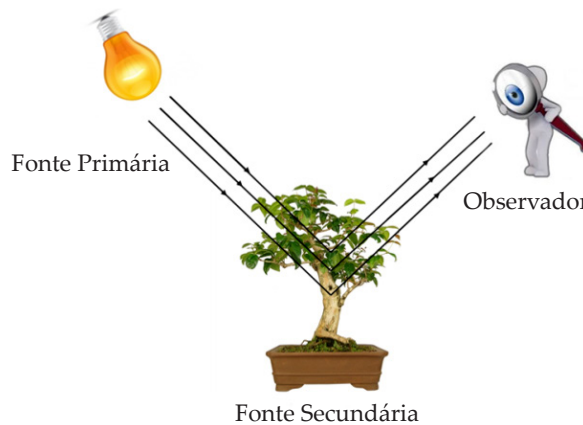
objetos visíveis. Hoje, sabemos que é o objeto que envia luz para nossos olhos. A conclusão feita por diversos cientistas é contrária à ideia de Platão, e foi obtida por meio de inúmeras observações experimentais.

Todos os objetos que emitem ou refletem a luz são chamados de fontes de luz. Os objetos podem irradiar luz por meio de processos químicos, físicos ou nucleares, e podem refletir a luz que recebem de algum corpo luminoso. Deste modo, os objetos visíveis podem ser classificados em:

- **Fonte de luz primária:** corpo luminoso que emite luz própria. Fontes dessa natureza são sempre visíveis. Uma fonte de luz primária pode ser pontual (dimensões desprezíveis) ou extensa (dimensões relevantes), depende da distância da fonte ao observador.
Exemplos: vela, Sol, lâmpada.
- **Fonte de luz secundária:** corpo iluminado que não possui luz própria e apenas reflete a luz que recebe de algum corpo luminoso.
Exemplos: caneta, árvore, cadeira.

A figura a seguir mostra uma fonte de luz primária e o corpo iluminado sendo visto pelo observador.

FIGURA 1 - FONTE DE LUZ PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA



FONTE: Os autores (2018)

Agora que você já conheceu os dois modelos do comportamento da luz, isto é, corpuscular e ondulatório, estamos prontos para estudar, nos próximos tópicos, os dois ramos da ótica – o geométrico e o ondulatório, conhecer as leis da reflexão e refração, como acontece a formação de imagens, bem como analisaremos os fenômenos de interferência e difração a partir do experimento de Young.

RESUMO DO TÓPICO 1

Neste tópico, você aprendeu que:

- Durante muito tempo, vários cientistas buscaram explicações para o comportamento e natureza da luz, e, desta forma, surgiram duas teorias pertinentes: a teoria corpuscular e a teoria ondulatória.
- A **teoria corpuscular** de Newton defendia que um fluxo de partículas muito pequenas (corpúsculos) é emitido por fontes luminosas.
- Percebendo a semelhança entre o comportamento ondulatório e luminoso, alguns cientistas propuseram um **modelo ondulatório para luz**, afirmando que a luz também se comporta como onda.
- A **dualidade onda-partícula** refere-se ao comportamento da luz; dependendo do fenômeno, a luz se comporta como onda ou como partícula.
- O **princípio de complementaridade de Bohr** afirma que não existe fenômeno algum que permita observar simultaneamente os comportamentos ondulatório e corpuscular.
- Todos os objetos que emitem ou refletem a luz são chamados **de fontes de luz**, podem ser **fontes primárias** – que emitem luz própria, ou **fontes secundárias** – refletem a luz que recebem.



- 1 Em determinados fenômenos, a luz se comporta como partícula, enquanto em outros como onda. A respeito do comportamento dualidade onda-partícula, associe os itens, utilizando o código a seguir:

I. A dualidade onda-partícula significa que pode existir determinado fenômeno no qual a luz se comporta, simultaneamente como onda e como partícula.
II. O princípio da complementaridade proposto por Bohr afirma que os comportamentos corpuscular e ondulatório da luz não podem ser observados simultaneamente.
III. Ao afirmarmos que a luz é uma radiação eletromagnética, associamos um comportamento ondulatório.

Assinale a alternativa CORRETA:

- ☐) Somente a afirmativa II está correta.
- ☐) As afirmativas II e III estão corretas.
- ☐) As afirmativas I, II, III estão corretas.
- ☐) Somente a afirmativa I está correta.
- ☐) As afirmativas I e III estão corretas.

- 2 Na antiguidade, muitos povos possuíam uma religião fortemente estabelecida e organizada, na qual cultuavam divindades sagradas, como o Sol, a Lua, a Terra e o Mar. Para os incas, o culto e a crença a diversos espíritos da natureza, como por exemplo, o Sol considerado o grande Deus. Levando em conta as fontes de luz, associe os itens, utilizando o código a seguir:

I. Todos os objetos que emitem ou refletem luz são chamados de fontes de luz.
II. Para que os objetos emitam luz é necessário que aconteçam reações físicas ou processos químicos.
III. Uma fonte de luz primária emite luz própria, enquanto que uma fonte de luz secundária reflete a luz que recebe do corpo luminoso.

Assinale a alternativa CORRETA:

- ☐) Somente a afirmativa II está correta.
- ☐) As afirmativas II e III estão corretas.
- ☐) As afirmativas I, II, III estão corretas.
- ☐) Somente a afirmativa I está correta.
- ☐) As afirmativas I e III estão corretas.

- 3 No século XVII, o físico inglês Isaac Newton, procurando uma resposta para a pergunta “O que é a luz?”, propôs uma teoria que foi aceita por muitos anos pela comunidade científica. Explique o modelo, levando em conta a Teoria de Newton.

- 4 Alguns fenômenos físicos, como a interferência e a difração, não podem ser explicados com a teoria corpuscular da luz. Percebendo a necessidade de novos experimentos e teorias para superar lacunas deixadas pela teoria corpuscular, qual teoria passou a ter aceitação científica e como se deu este processo?

ÓTICA GEOMÉTRICA

1 INTRODUÇÃO

A percepção que temos do mundo acontece por meio dos nossos sentidos, entre eles, a visão tem grande importância, mas nada veríamos se não houvesse luz!

A palavra óptica vem do grego *optike*, que significa “relativo à visão”. Na antiguidade, com Platão (428 a.C. a 347 a.C.) e Aristóteles (384 a.C. a 322 a.C.), acreditava-se que os olhos emitiam luz. Hoje sabemos que só podemos enxergar os objetos, pois eles emitem ou refletem a luz.

Heron de Alexandria descobriu, em experiências feitas com espelhos, que um feixe de luz refletida volta ao meio com o mesmo ângulo de incidência.

Em 1621, o matemático holandês Snell explicou o fenômeno observado quando se coloca um bastão reto dentro da água. Dependendo da inclinação, a parte submersa aparenta ter outra direção. Parece ser um bastão quebrado. Se o bastão é colocado perpendicularmente à superfície, não se mostrará truncado.

A luz, que leva a imagem do bastão aparentemente truncado para os nossos olhos, se propaga em linha reta no ar, muda de direção ao atravessar a interface água-ar e continua em linha reta dentro da água. A luz bate e reflete no bastão, se propaga até chegar e impressionar os nossos olhos. As deflexões sofridas pelos raios de luz nas interfaces de meios diferentes dão a sensação de quebra do bastão.

Neste tópico usaremos o modelo de raios luminosos para estudar a reflexão e a refração, dois aspectos importantes da propagação da luz.

2 PRINCÍPIO DE HUYGENS E FERMAT

A propagação da luz é governada pela equação geral de ondas, que vimos na Unidade 1:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Porém, anteriormente à descrição das ondas eletromagnéticas propostas por Maxwell, a propagação da luz era descrita empiricamente por dois princípios diferentes, atribuídos ao físico Christian Huygens e ao matemático Pierre de Fermat (TIPLER, 2009).

A teoria de Huygens, apesar de menos elaborada do que a teoria eletromagnética de Maxwell, é mais simples e explica as leis da reflexão e da refração, além de atribuir um significado físico ao índice de refração.



Princípio de Huygens

Todos os pontos de uma frente de onda se comportam como fontes pontuais de ondas secundárias. Depois de um intervalo de tempo t a nova posição da frente de onda é dada por uma superfície tangente a essas ondas secundárias (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009, p. 77).



Princípio de Fermat

A trajetória seguida pela luz viajando de um ponto a outro é tal que o tempo de viagem é o mínimo. Isto é, a luz percorre a trajetória mais rápida (TIPLER; 2009; p. 362),

Embora não signifique que a trajetória de menor tempo seja a trajetória de menor distância. A partir do princípio de Fermat e da teoria de Huygens, derivam-se as leis da reflexão e da refração, como veremos a seguir.

3 ÍNDICE DE REFRAÇÃO

No Tópico 1 desta unidade, discutimos o comportamento dual da luz, onde é possível estudar dois ramos da ótica – geométrica e ondulatória. Para iniciar nossos estudos, faremos uma aproximação onde a luz se propaga em linha reta. O estudo do comportamento da luz se propagando em linha reta é conhecido como ótica geométrica.

Mas será que a luz se propaga sempre com a mesma velocidade, independente do meio em que se propaga? A resposta é não, pois a velocidade da luz depende do meio no qual ela se propaga. Existe diferença na velocidade da luz no ar e na água, por exemplo, e por conta disso, existe um parâmetro para diferenciar como a luz é desviada em cada meio, esse parâmetro recebe o nome de índice de refração.

O índice de refração de um material exerce um papel importante na ótica geométrica, de modo que a luz se propaga mais lentamente em meios materiais do que no vácuo. O índice de refração (n) é resultado da razão entre a maior velocidade possível, ou seja, velocidade da luz no vácuo (c) e a velocidade com que a luz se propaga no meio (v), deste modo temos:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

Repare que o índice de refração é o resultado da divisão entre duas velocidades, portanto, ele é adimensional, ou seja, não tem unidade de medida. Além disso, o índice de refração é sempre maior que 1.



A velocidade de propagação v é inversamente proporcional ao índice de refração n .

Logo, quanto maior o índice de refração de um material, menor será a velocidade de propagação da onda no material.

QUADRO 1 – IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS FÍSICAS

Grandeza	Símbolo	Unidade*
Índice de Refração	n	-----
Velocidade da Luz no Vácuo	c	m/s
Velocidade da Luz no Meio	v	m/s

FONTE: Os autores

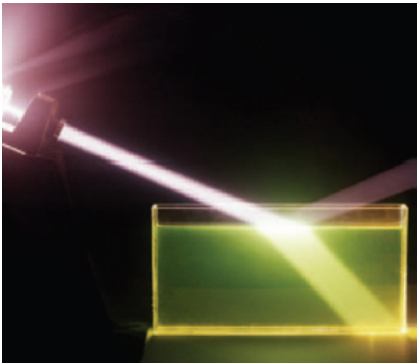
*Unidades referentes ao Sistema Internacional de Unidades (SI).

A velocidade da luz no vácuo equivale a 299792458 m/s , entretanto, para facilitar os cálculos, normalmente é utilizado o valor de $3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

4 REFLEXÃO E REFRAÇÃO

Não é preciso estar no deserto para observar uma miragem! Já reparou que, num dia ensolarado, nas estradas parece haver água, quando na verdade não há? A miragem será explicada por meio de conceitos físicos, mas primeiro devemos conhecer duas propriedades muito importantes da luz, que são a reflexão e a refração. Para tanto, observemos a figura a seguir:

FIGURA 2 - REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE UM FEIXE DE LUZ



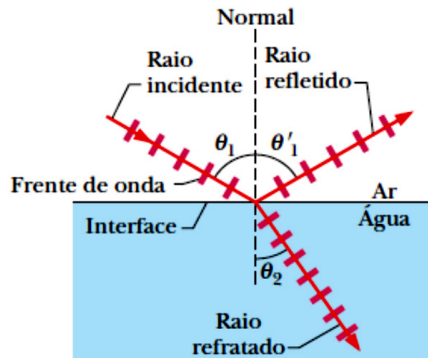
FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 18)

Antes de nos aprofundarmos nos conceitos, é necessário conhecermos algumas expressões:

- Raio incidente: feixe luminoso emitido pela fonte.
- Raio refletido: luz refletida pela superfície de separação.
- Raio refratado: luz transmitida para outro meio, passando pela superfície de separação.
- Normal: linha perpendicular à superfície de separação.

A figura mostra um feixe de luz incidindo sobre uma superfície que divide dois meios, ar e água. Ao atingir a superfície, uma parte da luz entra na água e sofre um desvio, a outra parte é refletida para o ar. Quando um feixe de luz incide na interface entre os dois meios (ar e água, no nosso exemplo), parte da energia é refletida e outra parte entra no segundo meio, isto é, parte do raio é refletido e parte é refratado, como se pode observar no esquema a seguir:

FIGURA 3 - ESQUEMA DA REFLEXÃO E REFRAÇÃO DA LUZ AO INCIDIR NUMA SUPERFÍCIE DE SEPARAÇÃO



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 18)

As direções dos raios refletidos e refratados entre dois meios seguem algumas regras, que fazem parte do conjunto das leis da reflexão e refração. Portanto:

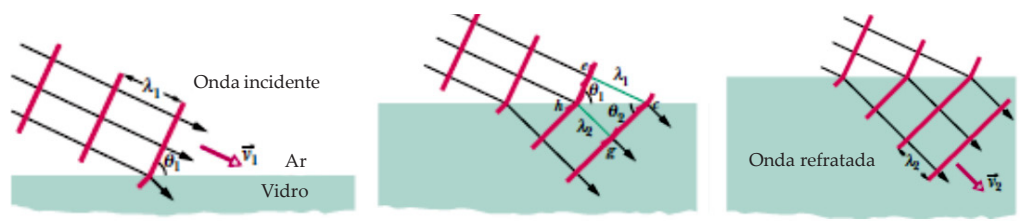
1. O raio incidente, o raio refletido, o raio refratado e a normal estão todos no mesmo plano, que é perpendicular ao plano da interface entre os materiais.
2. O ângulo de reflexão θ'_1 é igual ao ângulo de incidência θ_1 para todos os comprimentos de onda em quaisquer meios:

$$\theta_1 = \theta'_1 \quad (2)$$

A equação acima representa a **lei da reflexão** e é válida para qualquer tipo de onda.

3. Sabemos que a luz possui o comportamento dual, ou seja, se comporta como onda e como partícula. Vamos fazer uma análise do ponto de vista ondulatório. A figura a seguir mostra frentes de onda se propagando no ar e incidindo no vidro. Consideremos o ar como o meio 1 e o vidro como o meio 2.

FIGURA 4 - FRENTES DE ONDA SE PROPAGANDO NO AR E SOFRENDO DEFLEXÃO AO INCIDIR SOBRE O VIDRO



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 78)

A luz, ao se propagar no ar, possui velocidade v_1 com comprimento de onda λ_1 . Ao incidir sobre a superfície de separação, a luz sofre refração, ou seja, sofre um desvio e passa a se propagar no vidro com velocidade v_2 e com comprimento de onda λ_2 .

As frentes de onda incidentes fazem um ângulo θ_1 com a normal e as frentes de onda refratadas fazem um ângulo θ_2 com a normal. Duas frentes de onda incidentes consecutivas distam λ_1 e o tempo para que a segunda frente de onda atinja o vidro é o mesmo tempo que duas frentes de onda refratadas demoram para passar pelo mesmo ponto, portanto:

$$t_1 = t_2 \tag{3}$$

Na cinemática, estudamos que a velocidade (v) é resultado da razão da distância (d) percorrida pelo tempo (t) para percorrer tal distância, adaptando para o nosso caso:

$$v = \frac{d}{t} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{\lambda_1}{t_1} \tag{4}$$

Substituindo a equação (4) em (3), temos:

$$\frac{\lambda_1}{v_1} = \frac{\lambda_2}{v_2} \tag{5}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \tag{6}$$

Analisando a Figura 3, pode-se observar que são formados dois triângulos: um é o triângulo hce , e o outro é o triângulo hcg , sendo que o primeiro contém o ângulo de incidência θ_1 e o segundo o ângulo de refração θ_2 . Com base nestes argumentos pode-se escrever as seguintes relações trigonométricas:

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{\lambda_1}{hc} \quad (7)$$

$$\text{sen}\theta_2 = \frac{\lambda_2}{hc} \quad (8)$$

Dividindo as equações, temos:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (9)$$

Substituindo a equação 5 na equação 9:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (10)$$

Mas podemos escrever as velocidades em termos dos índices de refração, segundo a equação 1:

$$n = \frac{c}{v} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{c}{n_1} \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{c}{n_2}$$

Portanto, podemos reescrever a equação 10 como:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} \quad (11)$$

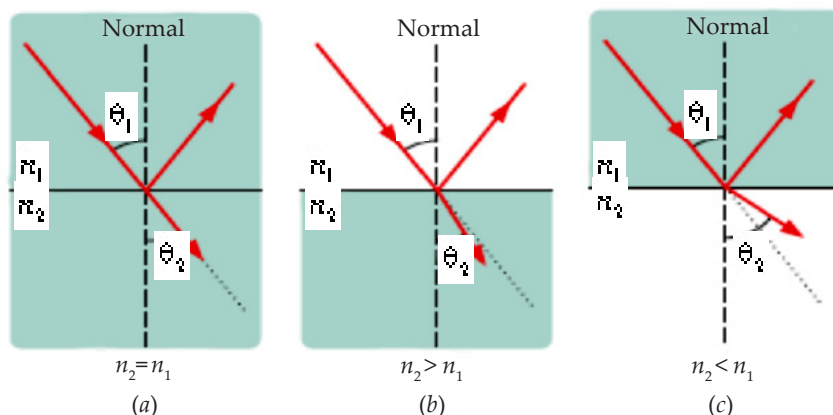
$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (12)$$

$$n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2 \quad (13)$$

A equação 13 é a Lei da Refração, também conhecida como Lei de Snell e que depende do meio no qual a luz se propaga. Sendo que o subíndice 1 se refere à luz incidente e o subíndice 2 refere-se à luz refratada.

Para a Lei da Refração ou Lei de Snell, são três os resultados básicos, todos representados pela figura a seguir:

FIGURA 5 - RESULTADOS BÁSICOS PARA A LEI DA REFRAÇÃO



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 19)

- Se $n_2 = n_1$, $\theta_2 = \theta_1$. O feixe luminoso não sofre desvio.
- Se $n_2 > n_1$, $\theta_2 < \theta_1$. O feixe luminoso se aproxima da normal.
- Se $n_2 < n_1$, $\theta_2 > \theta_1$. O feixe luminoso se afasta da normal.

Por que o lápis parece estar quebrado?

Porque o ar e a água são meios homogêneos e a luz se propaga em trajetória retilínea nesses meios. Entretanto, esses meios são distintos e apresentam diferenças por causa do fenômeno da refração da luz.

Sempre que a luz vai de um meio a outro, sofre um desvio, pois em meios diferentes a luz se propaga com velocidades diferentes e cada meio possui seu índice de refração, como se pode observar no quadro a seguir:



QUADRO 2 - ÍNDICE DE REFRAÇÃO EM ALGUNS MEIOS

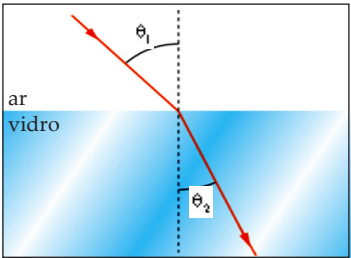
Meio	Índice de Refração	Meio	Índice de Refração
Vácuo	1	Poliestireno	1,55
Ar	1,00029	Vidro flint leve	1,58
Gelo	1,309	Vidro flint médio	1,62
Água (20 °C)	1,33	Dissulfeto de carbono	1,63
Acetona	1,36	Vidro flint denso	1,66
Álcool etílico	1,36	Safira	1,77
Quartzo fundido	1,46	Vidro flint lantânio	1,80
Glicerino	1,473	Zircônio	1,923
Vidro crown	1,52	Diamante	2,42
Cloreto de sódio	1,54	Rubilo	2,62

FONTE: Adaptado de Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 18) e Young; Freedman (2003 p. 7)

Considerando o comprimento de onda do sódio (amarelo) de 589 nm .

Exemplo 1: A figura representa um raio de luz monocromática passando do ar para um bloco de vidro crown. Determine:

a. O ângulo de refração no vidro quando o ângulo de incidência no ar for 30° ;



Solução: Primeiro devemos buscar no Quadro 1 os valores para os índices de refração do ar e do vidro. Para o ar: $n_{\text{ar}} = 1,00029$ e para o vidro crown: $n_{\text{v}} = 1,52$. Pela Lei da Refração, expressa pela equação 13, temos:

$$\begin{aligned} n_{\text{ar}} \cdot \text{sen} \theta_1 &= n_{\text{v}} \cdot \text{sen} \theta_2 \\ 1,00029 \cdot \text{sen}(30^\circ) &= 1,52 \cdot \text{sen} \theta_2 \\ \text{sen} \theta_2 &= \frac{1,00029 \cdot 0,5}{1,52} \\ \theta_2 &= \arcsen \left(\frac{1,00029 \cdot 0,5}{1,52} \right) \\ \theta_2 &= 19,21^\circ \end{aligned}$$

b. o ângulo de incidência no ar quando o ângulo de refração no vidro for 37° .

Solução: novamente pela Lei de Snell:

$$\begin{aligned} n_a \cdot \text{sen} \theta_1 &= n_v \cdot \text{sen} \theta_2 \\ 1,00029 \cdot \text{sen} \theta_1 &= 1,52 \cdot \text{sen}(37^\circ) \\ \text{sen} \theta_1 &= \frac{1,52 \cdot \text{sen}(37^\circ)}{1,00029} \\ \theta_1 &= \arcsen\left(\frac{1,52 \cdot \text{sen}(37^\circ)}{1,00029}\right) \\ \theta_1 &= 66,13^\circ \end{aligned}$$

Exemplo 2: Um feixe de luz monocromática é refletido e refratado num ponto da interface entre o material 1, cujo índice de refração é $n_1=1,33$; e o material 2, cujo índice de refração é $n_2=1,77$. O feixe incidente faz um ângulo de 50° com a interface.

a. Qual é o ângulo de reflexão?

Solução: Pela Lei da Reflexão, o ângulo de reflexão (θ_1') é igual ao ângulo de incidência (θ_1), e a equação 2 nos diz que:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_1' \\ \theta_1' &= 50^\circ \end{aligned}$$

b. Qual é o ângulo de refração?

Solução: Pela Lei da Refração, expressa pela equação 13, temos:

$$\begin{aligned} n_1 \cdot \text{sen} \theta_1 &= n_2 \cdot \text{sen} \theta_2 \\ 1,33 \cdot \text{sen}(50^\circ) &= 1,77 \cdot \text{sen} \theta_2 \\ \text{sen} \theta_2 &= \frac{1,33 \cdot \text{sen}(50^\circ)}{1,77} \\ \theta_2 &= \arcsen\left(\frac{1,33 \cdot \text{sen}(50^\circ)}{1,77}\right) \\ \theta_2 &= 35,14^\circ \end{aligned}$$

c. Com qual velocidade a luz se propaga em cada um dos meios?

Solução: Para resultados mais aproximados, utilizaremos o valor de 299792458 m/s para a velocidade da luz no vácuo (c). Pela equação 1, temos:

Para o meio 1:

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{c}{v_1} \\ v_1 &= \frac{c}{n_1} \\ v_1 &= \frac{299792458 \text{ m/s}}{1,33} \\ v_1 &= 225407863 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Para o meio 2:

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{c}{v_2} \\ v_2 &= \frac{c}{n_2} \\ v_2 &= \frac{299792458 \text{ m/s}}{1,77} \\ v_2 &= 169374270 \text{ m/s} \end{aligned}$$



Willebröd Snellius – Snell

Nascido com o nome de Willebröd Snell van Royan, na cidade de Leiden, na Holanda, em 13 de junho de 1580, foi um astrônomo e matemático. Snell sucedeu seu pai (Rudolph Snell van Royen – 1545-1613) em 1613 como professor na Universidade de Leiden.

Snell criou um método para medir o raio da Terra entre pontos na superfície terrestre, para tanto mediu a distância entre duas cidades (Alkmaar e Bergen Op Zoom) separadas por um grau de meridiano, encontrando o valor de $107,395 \text{ km}$, e que hoje sabemos ser de aproximadamente 111 km , ou seja, ele obteve um resultado bem próximo do real.

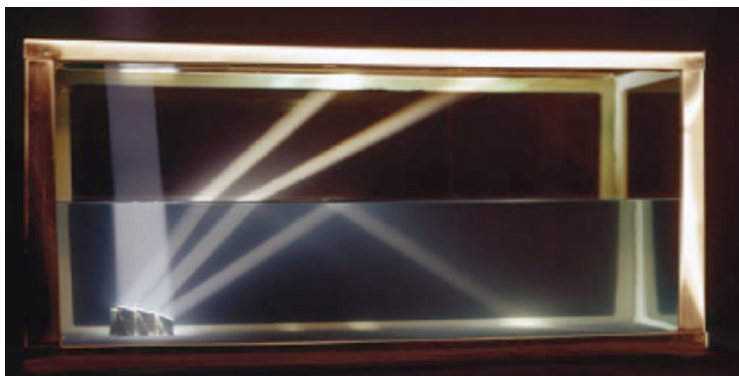
Por volta do ano de 1620 descobriu a Lei de Refração, também conhecida como Lei de Snell-Descartes ou simplesmente por Lei de Snell. Sem o advento da internet, esta lei ganhou notoriedade apenas em 1703 com a divulgação da obra *Dioptria*, publicada pelo físico Christiaan Huygens.

Além disso, Snell criou um método para calcular o valor de π . Veio a falecer na cidade de Leiden em 30 de outubro de 1626.

5 REFLEXÃO INTERNA TOTAL

Talvez você deva estar se perguntando se sempre que um feixe de luz passar de um meio a outro ocorra reflexão e refração ao mesmo tempo. A resposta? Nem sempre! Em alguns casos pode ocorrer a reflexão interna total, como se pode observar na figura a seguir:

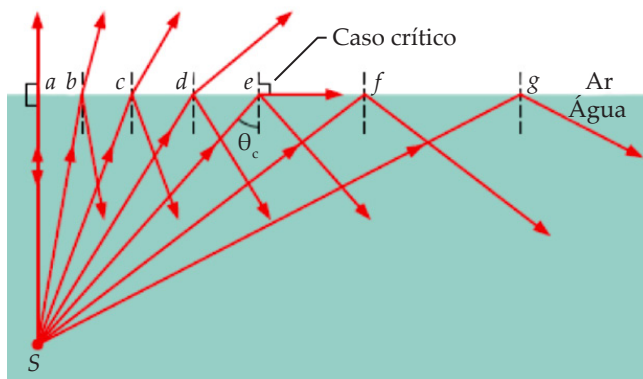
FIGURA 6 - FEIXE LUMINOSO NUM AQUÁRIO COM ÁGUA



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 23)

Na figura acima, uma fonte luminosa emite luz na água e sofre desvio ao incidir sobre a superfície de separação água-ar. Note que na medida em que a luz vai inclinando, vai sofrendo refração com angulações diferentes, e que para certa inclinação não há refração, apenas reflexão. A figura seguinte nos ajudará a compreender melhor o que está ocorrendo.

FIGURA 7 - ESQUEMA DE UMA FONTE LUMINOSA (S) SUBMERSA NA ÁGUA



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 23)

A fonte luminosa S emite feixes de luz com várias inclinações que incidem na superfície de separação nos pontos a, b, c, d, e, f e g . Nos pontos a a e , parte do raio luminoso sofre refração e reflexão com ângulos de incidência cada vez maiores, sendo que os ângulos de refração também aumentam. Mas no ponto e , o ângulo de refração é de 90° e o feixe refratado segue paralelamente à interface água-ar.

O ângulo de incidência no ponto e é chamado de ângulo crítico (θ_c). Repare que para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico não há raio refratado, apenas refletido, e esse fenômeno chama-se reflexão interna total.

Agora, vamos obter uma expressão matemática para encontrar o ângulo crítico, para tanto vamos utilizar a Lei de Snell (equação 13): $n_1 \sen \theta_1 = n_2 \sen \theta_2$. Mas o ângulo de incidência é o ângulo crítico ($\theta_1 = \theta_c$) e o ângulo de refração é de 90° ($\theta_2 = 90^\circ$), portanto podemos reescrever a equação 13 como:

$$n_1 \sen \theta_c = n_2 \sen(90^\circ) \quad (14)$$

Mas sabemos que $\sen(90^\circ) = 1$, então:

$$\sen \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (15)$$

$$\theta_c = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (16)$$

Portanto, o ângulo crítico dependerá apenas dos índices de refração dos dois meios envolvidos. Apesar da análise ser aparentemente simples, o fenômeno da reflexão interna total é amplamente utilizado na medicina nos exames e cirurgias por vídeo e na telecomunicação. Já ouviu falar em fibra ótica?

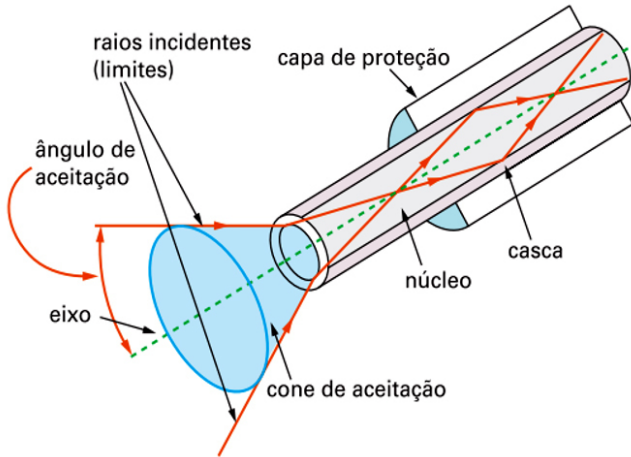
FIGURA 8 - COMPARAÇÃO ENTRE CABO DE FIBRA ÓTICA E FIOS DE COBRE



FONTE: Gaspar (2013, p. 127)

Um único cabo de fibras ópticas (na parte de baixo, em amarelo) pode transmitir a mesma quantidade de dados que cerca de 600 pares de fios de cobre, que ainda são usados em redes tradicionais de telecomunicações.

FIGURA 9 -ESQUEMA DA REFLEXÃO INTERNA TOTAL NUM CABO DE FIBRA ÓTICA



FONTE: Gaspar (2013, p. 128)

Ao penetrar nesse cilindro, a luz não emerge pelas laterais por causa da reflexão total. Dessa forma, esse raio de luz é “aprisionado” ou confinado pela fibra óptica, saindo apenas na outra face e transmitindo as informações.

Exemplo: Na Figura 6, observamos que um feixe luminoso submerso em água apresenta um ponto onde a luz refratada segue paralelamente à interface água-ar. Qual é o ângulo crítico?

Solução: Os índices de refração para a água e para o ar são, respectivamente, $n_{H_2O}=1,33$ e $n_{ar}=1,00029$, segundo o Quadro 1. Quando há ângulo crítico, o ângulo de refração é igual a 90° e podemos utilizar a equação 16.

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{1,00029}{1,33}\right)$$

$$\theta_c = 48,77^\circ$$



E a miragem?

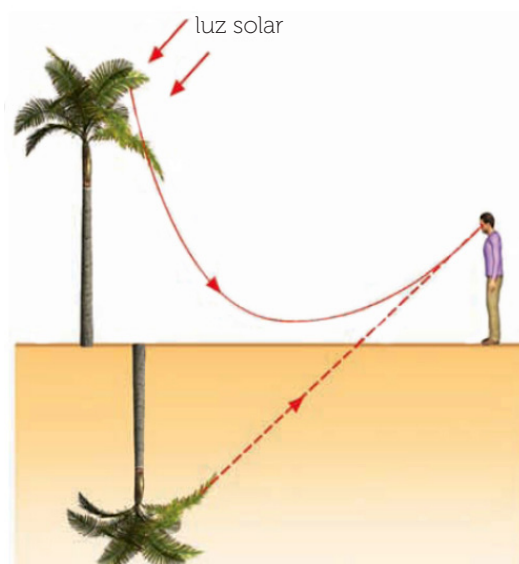
Em desenhos animados ou filmes ambientados no deserto, é possível que existam miragens. A miragem parece ser algo romantizado, um alento aos viajantes sedentos por água, que deliram e imaginam grandes lagos com árvores ao redor em que possam beber, banhar-se e refrescar-se à sombra.

O calor emitido pelo Sol na forma de ondas eletromagnéticas chega ao nosso planeta, nos aquece e, além disso, pode gerar “alucinações”. Como assim? Você já ouviu falar em miragem?

Sabemos que o ar é composto por moléculas e que as moléculas, quando aquecidas, movimentam-se com maior intensidade e distanciando-se umas das outras. Isso implica uma mudança na densidade do ar, que diminui.

O ar mais próximo ao solo fica mais aquecido por conta dessa proximidade, ou seja, o ar passa a possuir duas densidades e então dois índices de refração, o que causa um desvio na luz.

FIGURA 10 - ESQUEMA DE UMA MIRAGEM



FONTE: Gaspar (2012, p. 112)

O ar próximo ao solo possui temperatura maior, densidade do ar e índice de refração menor. Os raios curvam-se à medida que passam por regiões mais próximas do solo, onde o ar fica cada vez mais quente e o índice de refração cada vez menor.

6 DISPERSÃO CROMÁTICA

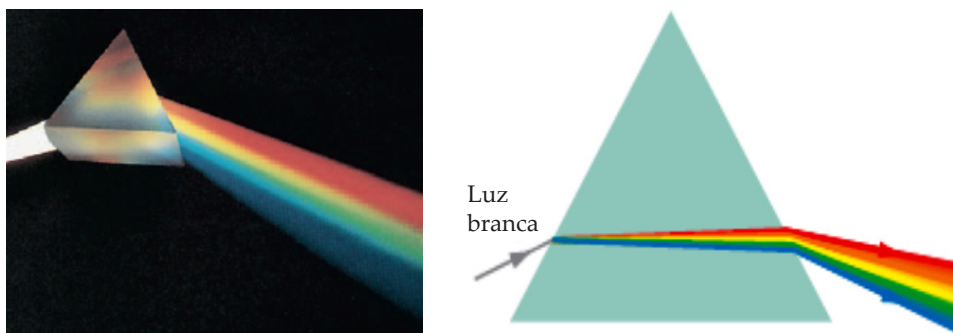
Sabemos que o índice de refração (n) para a luz em qualquer meio, exceto no vácuo, depende do comprimento de onda, e que cada cor se propaga com velocidades diferentes, pois possuem comprimentos de onda diferentes. Mas o que acontece quando um feixe de luz passa de um meio para outro com índices de refração diferentes? Ocorre dispersão cromática!

Para entendermos o que é dispersão cromática, vamos verificar o significado das palavras:

- Dispersão: espalhamento.
- Cromático: formado por várias cores (comprimentos de onda).

Quando um feixe luminoso, formado por diferentes comprimentos de onda (cor), incide sobre uma superfície de separação entre dois meios com índices de refração diferentes, ocorre refração. Entretanto, ao sofrer refração, o feixe de luz é espalhado e cada cor que compõe o feixe sofre desvios diferentes, pois possuem velocidades diferentes, como se pode observar na figura a seguir:

FIGURA 11 - FEIXE DE LUZ SOFREND O DISPERSÃO CROMÁTICA



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 20)

Talvez você já tenha visto uma imagem como a da capa de um disco de rock progressivo! A imagem ilustra a capa de um disco da banda *Pink Floyd*, lançado em 1973, com o nome de *The Dark Side Of The Moon*.

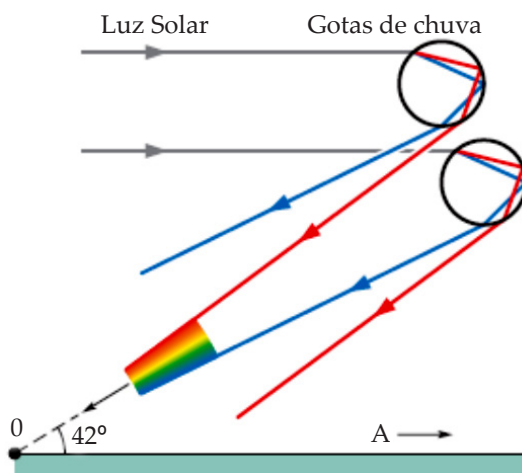
6.1 ARCO-ÍRIS

A dispersão cromática parece estar longe do nosso cotidiano, mas será mesmo? Uma manifestação da dispersão cromática é o arco-íris! Algumas são as lendas que permeiam os arco-íris, vindas de lendas e folclore populares, mas o que temos de concreto é que o arco-íris é um fenômeno físico que pode ser explicado por meio da ótica.

Já reparou que os arco-íris geralmente ocorrem após a chuva ou num dia com alta umidade? Na verdade, esta é a situação necessária para que este fenômeno ocorra! Como? A luz proveniente do Sol penetra nas gotículas de água ocorrendo a dispersão cromática, ou seja, a luz solar sofre refração. A luz solar, na verdade, é composta por uma porção de cores e quando a luz sofre refração nas gotículas de água, há um espalhamento dessas cores, pois cada uma possui um comprimento de onda diferente do outro.

Mas como podemos enxergar um arco-íris? Devemos olhar para o lado oposto ao Sol e depois olhar para a região que faz 42° com o lado oposto ao Sol. A figura a seguir nos auxiliará a entender a situação:

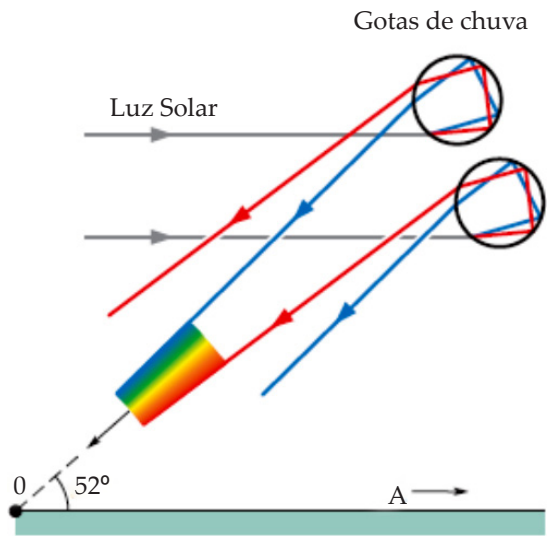
FIGURA 12 -ESQUEMA DE FORMAÇÃO DE UM ARCO-ÍRIS PRIMÁRIO



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 20)

Na figura são mostrados apenas os raios azuis e vermelhos e o Sol localiza-se à esquerda, pois os raios solares possuem o sentido para a direita. Repare que a luz sofre apenas um desvio dentro das gotas de água, formando o que chamamos de arco-íris primário. Mas se os raios solares sofrerem dois desvios dentro da gota, teremos os arco-íris secundários.

FIGURA 13 - ESQUEMA DE FORMAÇÃO DO ARCO-ÍRIS SECUNDÁRIO



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 20)

O arco-íris secundário é mais largo e mais fraco que o primário e para enxergá-lo, o ângulo agora é de 52° com A.

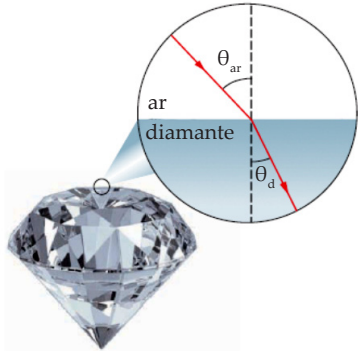
RESUMO DO TÓPICO 2

Neste tópico, você aprendeu que:

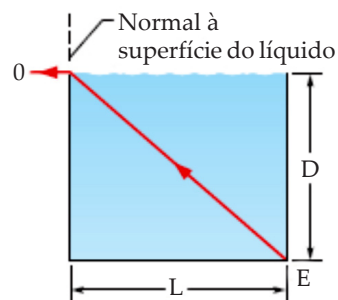
- No Princípio de Huygens, todos os pontos de uma frente de onda se comportam como fontes pontuais de ondas secundárias. Depois de um intervalo de tempo t a nova posição da frente de onda é dada por uma superfície tangente a essas ondas secundárias.
- No Princípio de Fermat, a trajetória seguida pela luz viajando de um ponto a outro é tal que o tempo de viagem é o mínimo. Isto é, a luz percorre a trajetória mais rápida.
- No índice de Refração, a velocidade da luz depende do meio no qual ela se propaga. Existe diferença na velocidade da luz em meios diferentes, pois cada meio possui seu índice de refração (n), sendo encontrado pela expressão: $n = c/v$.
- Quando um feixe de luz incide na interface entre os dois meios (ar e água, por exemplo), parte da luz é refletida (Reflexão) e outra parte entra no segundo meio sofrendo desvio (Refração).
- Lei da Reflexão: o ângulo de reflexão θ_1' é igual ao ângulo de incidência θ_1 para todos os comprimentos de onda em quaisquer meios: $\theta_1 = \theta_1'$.
- Lei da Refração: as direções de propagação de um feixe de luz que passa de um meio com índice de refração n_1 a um meio com índice de refração n_2 dependem do ângulo de incidência θ_1 e de reflexão θ_2 que o feixe faz com a Normal. É expressa pela Lei de Snell: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$.
- Reflexão Interna Total: para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico não há raio refratado, apenas refletido: $\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.
- Quando um feixe luminoso, formado por diferentes comprimentos de onda (cor), incide sobre uma superfície de separação entre dois meios com índices de refração diferentes, ocorre espalhamento.

AUTOATIVIDADE

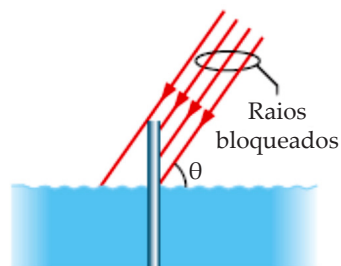


- 1 A luz se propaga com diferentes velocidades, pois depende do meio em que se propaga. Com base no Quadro 2, qual é a diferença de velocidade de um feixe de luz monocromático se propagando no ar e no vácuo?
 - 2 O comprimento da luz amarela do sódio no ar é de 589 nm . Determine:
 - a) A velocidade de propagação da luz amarelo do sódio no ar.
 - b) Sua frequência.
 - c) Qual sua velocidade de propagação no diamante?
 - d) Qual seu comprimento de onda quando se propaga no diamante?
 - 3 Pedras preciosas são objetos de luxo e cobiça, sendo o diamante uma delas. Considere que um feixe luminoso monocromático atravessa uma superfície plana do diamante. Determine:
 - a) O ângulo de reflexão quando o ângulo de incidência for de 39° .
 - b) O ângulo de refração quando o ângulo de incidência for de 39° .
 - c) O ângulo de incidência no ar quando o ângulo de refração for de 23° .
- 
- 4 Em um safári, você está com uma lança em um rio e observa um peixe deslizando na sua direção. Se sua linha de visão até o peixe está $64,0^\circ$ abaixo da horizontal no ar e considerando que a lança segue uma trajetória retilínea através do ar e na água depois de ser liberada. Determine o ângulo abaixo da horizontal para pegar seu jantar. Considere que o disparador da lança esteja a $1,50$ metros acima da superfície da água, o peixe esteja a $1,20$ metros abaixo da superfície e que a lança percorra uma linha reta durante todo seu caminho até o peixe.
 - 5 Peixes “Betta” são populares por possuírem cores vivas e marcantes e por necessitarem de aquários de pequenas dimensões. Para enxergarmos estes pequenos peixes e qualquer outro objeto, é preciso que a luz incida sobre os objetos e seja “captada” por nossos olhos. Vamos supor que um feixe luminoso monocromático proveniente do ar atravessa o vidro do aquário e depois a água. Determine qual é o ângulo de refração na água, considerando que o ângulo de incidência na interface ar-vidro crown seja de 49° .
 - 6 Considere que um feixe de luz é refletido e refratado num ponto A da superfície de separação entre dois meios. Os dois meios são água e vidro flint médio. O feixe incidente faz um ângulo de 50° com a interface. No ponto A, quais são os ângulos de reflexão e de refração?

- 7 Um observador (O) observa um raio luminoso que emerge de um tanque cheio de líquido, seguindo paralelo à superfície. As dimensões do tanque são $D = 170,0 \text{ cm}$ e $L = 2,20 \text{ m}$. Qual é o índice de refração do líquido?



- 8 Nos dias de verão, muitas pessoas buscam refrescar-se em rios, praias ou piscinas. Uma piscina possui uma parede que divide dois lados de uma piscina, sendo que possui altura de 150 cm e que 25 cm se projetam acima da água. Se num dado momento o Sol está 50° acima do horizonte, qual é o comprimento da sombra da parede no fundo da piscina?



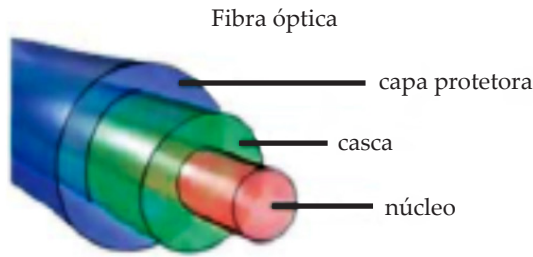
- 9 A luz proveniente do Sol é denominada luz branca e que ao incidir com um ângulo de 40° numa janela de vidro, sofre refração, entra no vidro e sofre refração novamente ao sair do vidro. O índice de refração para a luz visível varia de $1,524$ na extremidade azul do espectro a $1,509$ na extremidade vermelha. Determine:

- a) a dispersão angular das cores do feixe quando incide no vidro;
- b) a dispersão angular das cores do feixe quando a luz sai do vidro.

- 10 Um feixe luminoso imerso num meio 1, incide sobre a superfície de separação, sendo que parte da luz é refletida e escapa para o ar e parte atravessa outros três meios, todos transparentes. Se $\theta_1 = 37,5^\circ$; $n_1 = 1,35$; $n_2 = 1,39$; $n_3 = 1,43$ e $n_4 = 1,50$. Determine:

- a) O valor de θ_2 .
- b) O valor de θ_4 .

- 11 (ENADE 2017) Fibras óticas são estruturas finas, transparentes e flexíveis, geralmente compostas por materiais dielétricos, como o vidro. Essas fibras permitem a propagação da luz em seu interior por meio do efeito da reflexão interna total e são utilizadas, por exemplo, na construção de cabos ópticos para a transmissão de informações. Conforme mostrado na figura a seguir, essas fibras têm um núcleo, que é envolvido por outro material transparente (casca), e uma capa protetora, que oferece proteção contra danos mecânicos e intempéries.



Considerando as informações apresentadas, faça o que se pede nos itens a seguir.

- a) Explique como deve ser a relação entre o índice de refração do núcleo da fibra óptica e o índice de refração do material transparente (casca) que a envolve para a ocorrência da reflexão interna total.
 - b) Explique por que fissuras, emendas e curvas em fibras ópticas podem comprometer a transmissão de dados.
- 12 As fibras ópticas são fios transparentes flexíveis, de pouquíssima espessura e basicamente constituídos de náilon ou vidro, sendo o material que envolve o núcleo chamado de casca. Por elas atravessam informações carregadas por meio da luz. Determine:
- a) o ângulo limite para uma fibra óptica com índices de refração de 1,578 e 1,56 no núcleo e na casca, respectivamente.
 - b) a velocidade máxima de propagação do sinal luminoso que atravessa esta fibra óptica.

FORMAÇÃO DE IMAGENS

1 INTRODUÇÃO

Muitos dos pensamentos científicos vieram dos filósofos gregos, e mesmo que hoje muitas das ideias se comprovem equivocadas, foi com base nestas ideias que as hipóteses e teorias evoluíram ao longo dos séculos para que hoje consigamos usufruir de toda a tecnologia decorrente do avanço científico.

Os filósofos buscavam respostas para perguntas que hoje parecem simples, mas que para a época não eram. Perguntas sobre como podemos enxergar os objetos ou o que é a luz foram algumas delas. Neste material de ótica, estudamos o comportamento da luz: como ela se propaga e como interage com objetos. Agora, vamos focar na primeira pergunta: como podemos enxergar os objetos?

Partiremos dos pensamentos dos antigos gregos: Platão supunha que enxergamos algo, pois nossos olhos emitiam pequenas partículas que, ao atingir os objetos, os tornavam visíveis. Aristóteles pensava que a luz era um fluido que se propagava entre os olhos e os objetos.

Muitos outros filósofos e cientistas procuravam responder a esta pergunta aprofundando seus conhecimentos científicos sobre o comportamento da luz. Quem eram eles? Os mais conhecidos são Isaac Newton (1643-1727), Christiaan Huygens (1629-1695), Thomas Young (1773-1829) e James Clerk Maxwell (1831-1879).

A partir do estudo destes notáveis cientistas pudemos conhecer o comportamento da luz. A luz que incide nos objetos gera imagens fantásticas e fica em nossa memória, mas para que possamos lembrar e não ficar refém apenas das lembranças, foi criado um dispositivo para captar tais momentos. Que dispositivo? A câmera fotográfica!

O princípio de funcionamento de dispositivos ópticos, como câmeras fotográficas, projetores e copiadoras, por exemplo, será estudado neste tópico, para isso devemos compreender como as imagens são formadas.

2 FORMAÇÃO DE IMAGENS

As imagens formadas por diferentes tipos de espelhos e lentes podem ser representadas por meio de esquemas ou calculadas matematicamente, porém o estudo da luz e posteriormente da formação de imagens, parte dos princípios da ótica geométrica:

- Princípio da Propagação Retilínea da Luz: em um meio homogêneo e transparente a luz se propaga em linha reta.
- Princípio da Independência dos Raios de Luz: raios luminosos de feixes diferentes independem de outros raios, ou seja, após o cruzamento de dois ou mais raios luminosos, ambos seguem suas trajetórias como se nada tivesse ocorrido.
- Princípio da Reversibilidade dos Raios de Luz: o caminho dos feixes de luz não se modifica ao se inverter a posição da fonte luminosa e do observador.

2.1 FENÔMENO DA ÓTICA GEOMÉTRICA

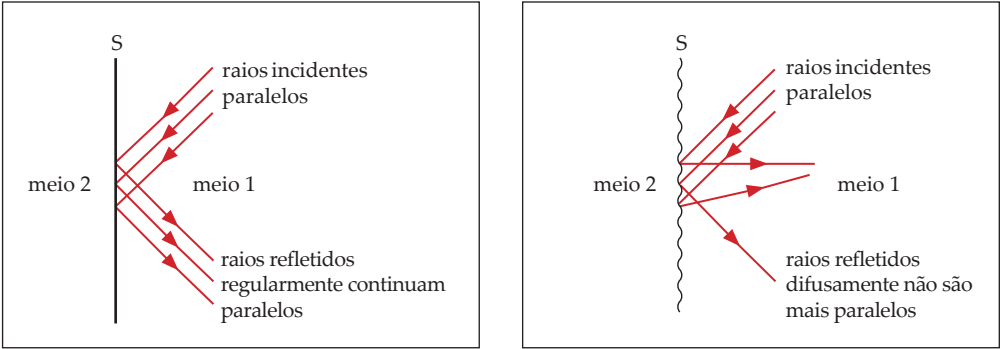
Imagine-se à beira de um lago de água calma e límpida. Ao olhar para o lago é possível enxergar o fundo, isto porque a luz do Sol atravessou a água e refletiu o fundo do lago, mas se você chegar a uma região com profundidade maior neste mesmo lago, é possível que você enxergue apenas seu reflexo e não mais o fundo do lago. Por quê? Porque o lago absorve a luz solar antes de ela atingir o fundo do lago!

Podemos observar três características ou comportamentos da luz na situação acima descrita:

- Reflexão: ocorre ao vermos nossa imagem. A luz não atravessa a superfície de separação entre os meios, neste caso, ar e água.
- Refração: a luz atravessa o meio (água) e sofre desvio, pois a velocidade de propagação da luz muda conforme o meio em que está imersa.
- Absorção: ocorre quando nada pode ser visto, que ocorre quando não se pode enxergar o fundo de um lago ou mar, por exemplo.

O fenômeno da reflexão pode ocorrer de duas formas: reflexão regular e reflexão difusa. A reflexão regular ocorre quando um feixe de luz incide sobre uma superfície e seus raios incidentes são paralelos e os raios refletidos pela superfície são também paralelos. Na reflexão difusa, os raios do feixe de luz incidentes são paralelos, mas os raios refletidos não são paralelos. Na figura a seguir se pode observar estas duas formas de reflexão.

FIGURA 14 - ESQUEMA PARA A REFLEXÃO REGULAR (À ESQUERDA) E DIFUSA (À DIREITA)



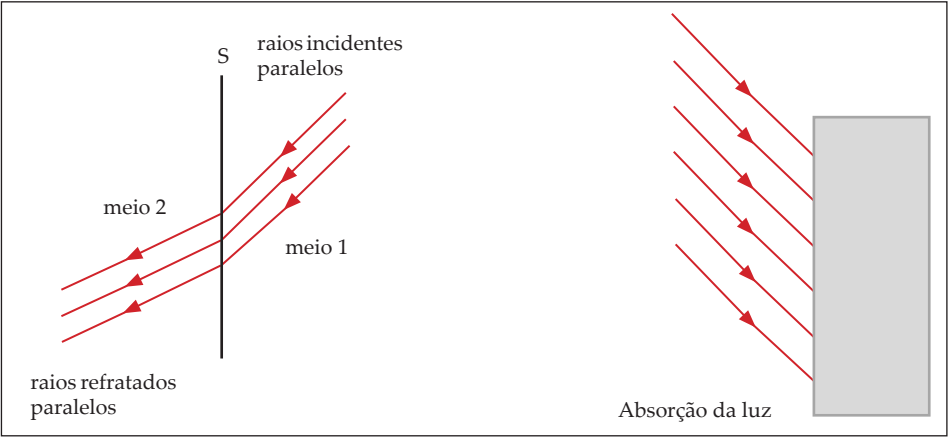
Reflexão regular.

Reflexão difusa.

FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 140)

Para o caso em que ocorre refração, a luz penetra na superfície de separação entre dois meios e sofre um desvio devido à velocidade de propagação da luz que muda conforme o meio. Quando ocorre absorção, a luz não é refletida, como se pode observar na figura a seguir:

FIGURA 15 - REPRESENTAÇÃO DE RAIOS DE LUZ SOFRENDO REFRAÇÃO (À ESQUERDA) E ABSORÇÃO (À DIREITA)



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 141)

2.2 CORES DOS CORPOS

Três são os fatores essenciais para a percepção das cores, a luz incidente, a capacidade dos olhos em diferenciar as cores e os materiais, e as cores que os compõem. A cor de um corpo é determinada pela forma com que este objeto absorve e reflete.

Quando a luz branca incide sobre um corpo azul, somente a luz com a frequência da cor azul será refletida, as outras cores serão absorvidas; um corpo branco refletirá todas as cores e um corpo negro absorverá todas as cores, como na figura a seguir.

FIGURA 16 - ESQUEMA DO COMPORTAMENTO DA LUZ BRANCA INCIDINDO EM OBJETOS DE DIFERENTES CORES



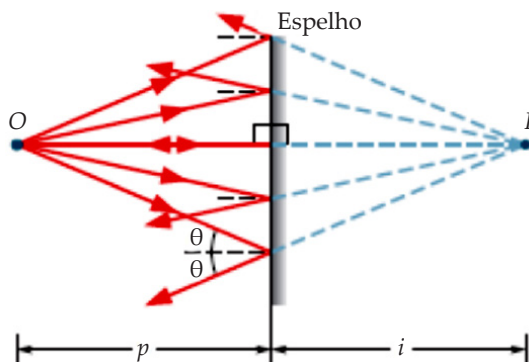
FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 141)

3 ESPELHO PLANO

Espelhos planos são objetos cujas superfícies refletem a luz numa direção definida, sem absorvê-la ou espalhá-la em todas as direções. Uma superfície metálica polida pode ser considerada um espelho plano, mas uma parede de concreto não, pois não reflete toda a luz que incide sobre a superfície.

Quando um objeto luminoso é colocado em frente a um espelho plano, a luz reflete e diverge, mas se prolongarmos os raios refletidos, todos se encontrarão num ponto atrás do espelho como se este objeto estivesse atrás do espelho. O esquema a seguir nos ajudará a compreender melhor o fenômeno óptico:

FIGURA 17 - REPRESENTAÇÃO DA FORMAÇÃO DA IMAGEM NUM ESPELHO PLANO



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 41)

Sempre que a imagem for formada atrás do espelho, como neste caso, a imagem é chamada de virtual. Mais à frente estudaremos as imagens reais, que são as imagens formadas no mesmo lado do objeto.

Na figura, pode-se observar que a distância do objeto (O) ao espelho é denotada pela letra p e a distância da imagem (I) ao espelho é denominada pela letra i , sendo que p é sempre considerado positivo e i é positivo quando a imagem é real, e, negativo quando a imagem é virtual, portanto, a expressão matemática é escrita como:

$$p = |i| \quad \text{ou} \quad p = -i \quad (17)$$

Exemplo: São 19 horas de uma sexta-feira e você está em frente ao seu espelho plano, distante 30 cm, se arrumando para sair e descontraí-lo, quando uma libélula fica à sua frente ao nível de seus olhos a 10 cm do espelho. Qual é a distância entre os seus olhos e a posição aparente da imagem da libélula no espelho?

Solução: A imagem da libélula está 10 cm dentro do espelho, pois sua distância até o espelho (p_1) é de 10 cm: $p_1 = |i| \rightarrow |i| = 10 \text{ cm}$. A distância entre os olhos e o espelho (p_2) é de 30 cm, portanto a distância dos olhos à imagem da libélula (p_{2-1}) é no total 40 cm:

$$\begin{aligned} p_{2-1} &= p_1 + |i| \\ p_{2-1} &= 30 \text{ cm} + |-10 \text{ cm}| \\ p_{2-1} &= 30 \text{ cm} + 10 \text{ cm} \\ p_{2-1} &= 40 \text{ cm} \end{aligned}$$

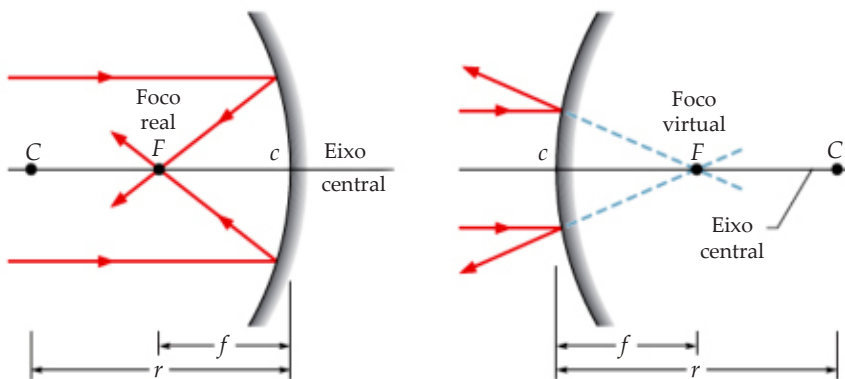
4 ESPELHOS ESFÉRICOS

Em nosso cotidiano nos deparamos com espelhos que ampliam ou diminuem um objeto, por exemplo, o dentista utiliza um espelho para ampliar a imagem para examinar com maior exatidão a boca de seu paciente; no supermercado ou no ônibus, as imagens são diminuídas com o intuito de ampliar o campo de visão e evitar algum furto ou que o motorista arranque o ônibus e aconteça algum acidente com os passageiros que estão a descer em seu ponto.

Mas que tipos de espelhos são esses? São os espelhos esféricos! Mais especificamente, os espelhos côncavos e convexos, em que ambos possuem superfícies curvas. Um espelho é côncavo quando a superfície refletora é a interna, e quando a superfície refletora for a externa, o espelho é denominado convexo.

Uma colher polida pode representar os dois tipos de espelho em questão, sendo que a parte interna funciona como um espelho côncavo e a externa como um espelho convexo.

FIGURA 18 - ESQUEMA COM OS RAIOS INCIDENTES EM VERMELHO NUM ESPELHO CÔNCAVO (À ESQUERDA) E CONVEXO (À DIREITA)



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 44)

Da imagem acima é necessário que conheçamos alguns elementos importantíssimos para nossas futuras análises:

- C: centro de curvatura é o centro da esfera que deu origem ao espelho;
- F: foco principal ou real quando está à frente do espelho e foco virtual quando está atrás do espelho;
- c: centro do espelho;
- f: distância focal (distância do foco ao espelho) que é considerada positiva para espelhos côncavos e negativa para espelhos convexos;
- r: raio de curvatura do espelho.

Existe uma relação matemática entre a distância focal e o raio de curvatura, em que o primeiro é igual à metade do segundo:

$$f = \frac{r}{2} \quad (18)$$

As principais características do espelho côncavo são que:

- O centro de curvatura (C) está à frente do espelho.
- O campo de visão é menor em relação ao espelho plano.
- A distância da imagem aumenta.
- Tamanho da imagem aumenta.

Este tipo de espelho é comumente encontrado em estojos de maquiagem e consultórios odontológicos, por exemplo, pois suas características são de aumentar a imagem formada, fornecendo maiores detalhes acerca do objeto analisado.

Já as do espelho convexo são:

- O centro de curvatura (C) está atrás do espelho.
- O campo de visão aumenta.
- Distância da imagem diminui.
- Tamanho da imagem diminui.

Os espelhos convexos são encontrados no interior de ônibus e lojas em geral, pois apesar de diminuir o tamanho das imagens formadas, amplia o campo de visão, evitando furtos em lojas e acidentes nos ônibus, pois o motorista pode certificar se os passageiros desceram com segurança para que ele possa fechar as portas e acelerar.

4.1 CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DAS IMAGENS EM ESPELHOS ESFÉRICOS

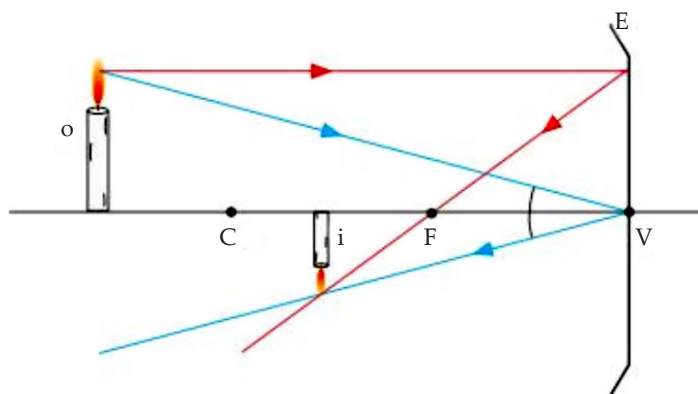
É possível construir esquemas geométricos com apenas dois raios de luz representados por linhas sólidas, sempre saindo do topo do objeto: uma segue paralelamente ao eixo principal e outra vai em direção ao vértice do espelho (V). Mas a imagem formada dependerá do tipo do espelho e da posição do objeto, para o espelho côncavo temos casos diferentes, enquanto que no espelho convexo apenas um, sendo que as imagens formadas abaixo do eixo principal são chamadas de *invertidas*, e quando formadas acima do eixo principal, são ditas *direitas*.

Espelho côncavo

Em nossos esquemas, o objeto será representado por uma vela e os raios de luz são traçados nas cores azul e vermelho.

1º caso: objeto atrás do centro de curvatura (C) formará uma imagem real, menor e invertida. Exemplo: Máquinas fotográficas e olhos.

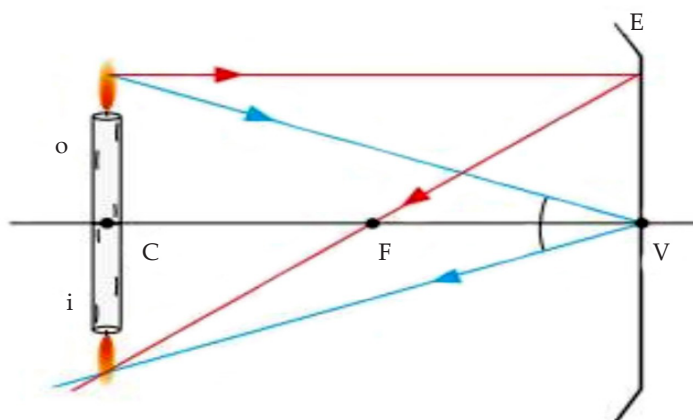
FIGURA 19 - 1º CASO DA IMAGEM FORMADA NO ESPELHO CÔNCAVO



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 163)

2º caso: objeto sobre o centro de curvatura (C) formará uma imagem real, de mesmo tamanho e invertida. Exemplo: Copiadora.

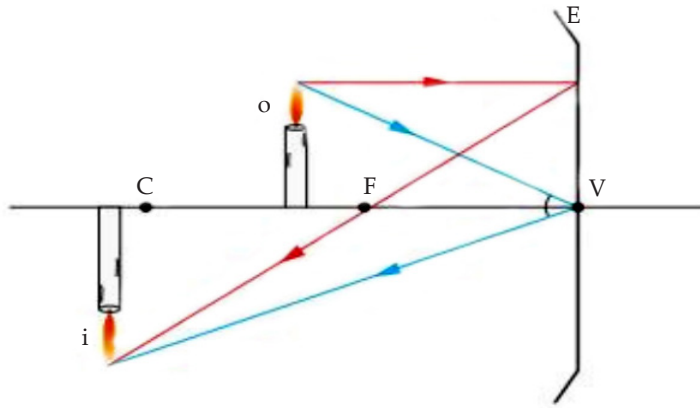
FIGURA 20 - 2º CASO DA IMAGEM FORMADA NO ESPELHO CÔNCAVO



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 163)

3º caso: objeto entre o centro de curvatura (C) e o foco (F) formará uma imagem real, maior e invertida. Exemplo: projetores de slides e de cinema.

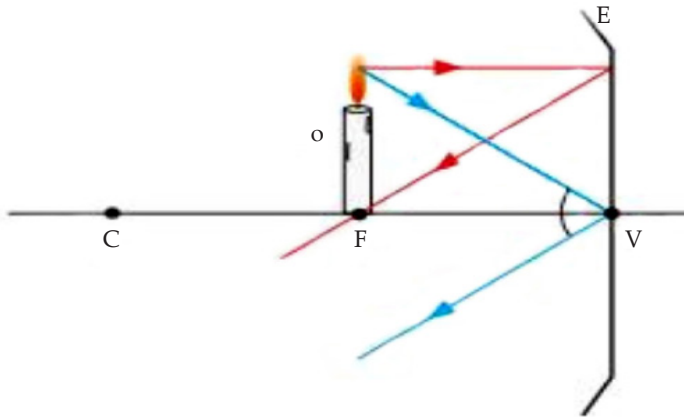
FIGURA 21 - 3º CASO DA IMAGEM FORMADA NO ESPELHO CÔNCAVO



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 163)

4º caso: objeto sobre o foco (F) formará uma imagem imprópria. A imagem é formada muito longe do espelho. Exemplo: farol.

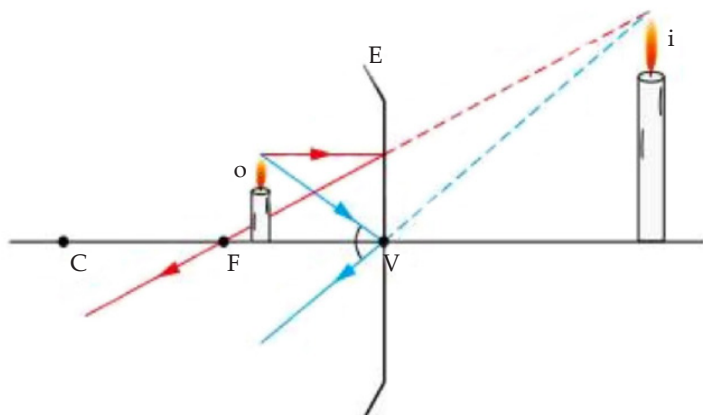
FIGURA 22 - 4º CASO DA IMAGEM FORMADA NO ESPELHO CÔNCAVO



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 164)

5º caso: objeto entre o foco (F) e o espelho formará uma imagem virtual, maior e direita. Exemplo: Lupa.

FIGURA 23 - 5º CASO DA IMAGEM FORMADA NO ESPELHO CÔNCAVO

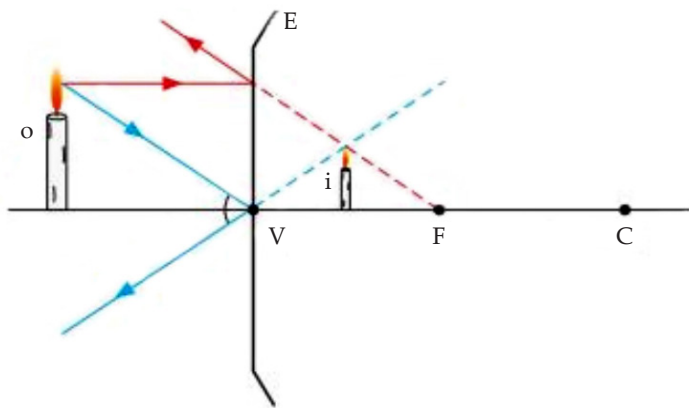


FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 164)

Espelho convexo

Caso único: a imagem formada por espelhos convexos é sempre virtual, menor e direita, independentemente da distância que o objeto esteja do espelho, portanto, para este tipo de espelho temos um único caso.

FIGURA 24 - IMAGEM FORMADA NO ESPELHO CONVEXO



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 164)

4.2 FORMAÇÃO DE IMAGENS NOS ESPELHOS ESFÉRICOS

As imagens formadas nos espelhos esféricos diferem das imagens formadas por espelhos planos, pois dependem do tipo do espelho (côncavo ou convexo) e, também, da distância que o objeto está do espelho. Entretanto, as imagens serão reais ou virtuais, ou seja, obedecem às mesmas regras do espelho plano.



As imagens reais formam-se do mesmo lado do espelho onde o objeto está localizado, já as imagens virtuais se formam do lado oposto ao objeto, ou seja, atrás do espelho.

Seja o espelho côncavo ou convexo, existe uma expressão matemática que relaciona as distâncias focal (f), do objeto ao espelho (p) e da imagem ao espelho (i) que recebe o nome de *Equação de Gauss* ou *Equação dos Pontos Conjugados*:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \quad (19)$$

Mas antes de aplicar a equação 19, devemos estar atentos às características da imagem e do tipo de espelho. Se a imagem é real i é positivo, mas se a imagem for virtual, i é negativo. A inversão do sinal também ocorrerá se a imagem for direita ou invertida, se ela for direita, h' é positivo, mas se for invertida, h' é negativo. Em relação ao tipo de espelho, o que muda é o sinal da distância focal (f), se o espelho for côncavo o sinal é positivo e se for convexo o sinal é negativo.

Exemplo: Um espelho projeta uma imagem virtual de um objeto que está a 30 cm do espelho esférico. Se a imagem é formada a 6 cm do espelho, qual é a distância entre o foco e o espelho?

Solução: Devemos considerar o tipo de imagem formada, como ela é virtual, a equação 19 deve ser considerada com i negativo por ser virtual, portanto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{p} + \frac{1}{(-i)} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{30\text{ cm}} + \frac{1}{(-6\text{ cm})} \\ \frac{1}{f} &= \frac{4}{30\text{ cm}} \\ f &= -7,5\text{ cm} \end{aligned}$$

Como a distância focal é negativa, sabemos que o tipo de espelho é convexo.

Além das grandezas descritas acima, podemos obter a ampliação lateral (A) por meio da razão entre as alturas da imagem (h') e do objeto (h):

$$|A| = \frac{h'}{h} \quad (20)$$

Podemos escrever a ampliação lateral (A) como resultado da razão entre as distâncias da imagem (i) e do objeto (p):

$$|A| = -\frac{i}{p} \quad (21)$$

Exemplo: Considere que o objeto no exemplo anterior possua 15 cm de altura. Determine:

a. A altura da imagem formada.

Solução: Do exemplo anterior, as distâncias do objeto ao espelho e da imagem são de 30 cm e 6 cm, respectivamente. Devemos lembrar que o espelho é convexo, portanto $i = -6$ cm. Substituindo a equação 20 na 21, temos:

$$\begin{aligned} \frac{h'}{h} &= -\frac{i}{p} \\ \frac{h'}{(15\text{cm})} &= -\frac{(-6\text{cm})}{(30\text{cm})} \\ h' &= -\frac{(-6\text{cm})}{(30\text{cm})} \cdot (15\text{cm}) \\ h' &= 3\text{cm} \end{aligned}$$

b. A ampliação lateral.

Solução: Pode-se utilizar tanto a equação 20 quanto a 21, ambas apresentarão o mesmo resultado. Faremos com as duas!

$$\begin{aligned} |A| &= \frac{h'}{h} \\ |A| &= \frac{3\text{cm}}{15\text{cm}} \\ |A| &= 0,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |A| &= -\frac{i}{p} \\ |A| &= -\frac{(-6\text{cm})}{(30\text{cm})} \\ |A| &= 0,2 \end{aligned}$$

Como a ampliação é menor que 1, na verdade o espelho forma uma imagem menor que o tamanho do objeto. O quadro a seguir detalha as grandezas físicas com seus respectivos símbolos e unidades:

QUADRO 3 – GRANDEZAS FÍSICAS, SÍMBOLOS E UNIDADES

Grandeza	Símbolo	Unidade*
Distância Focal	f	m (metro)
Distância do Objeto à Lente	p	m (metro)
Distância da Imagem à Lente	i	m (metro)
Altura do Objeto	h	m (metro)
Altura da Imagem	h'	m (metro)
Ampliação	A	m (metro)

FONTE: Os autores

*As unidades apresentadas no quadro acima estão de acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI), entretanto, estas grandezas podem ser comumente escritas em milímetros (mm) ou centímetros (cm), como nos exemplos acima.

As características dos espelhos ou das imagens formadas possuem condições que nos auxiliam a compreender melhor. A tabela a seguir detalha as condições para as características das imagens.

QUADRO 4 - CONDIÇÕES PARA CARACTERÍSTICAS DAS IMAGENS FORMADAS

Se	Imagem
$i > 0$	Real
$i < 0$	Virtual
$ A > 1$	Maior
$ A = 1$	Mesmo tamanho
$ A < 1$	Menor
$h' > 0$	Direita
$h' < 0$	Invertida

FONTE: Os autores



FÍSICA E TECNOLOGIA: FORNO SOLAR

Localizado na França, em Odeillo, um forno solar composto de espelhos planos individuais gera altas temperaturas. Este forno possui 9500 espelhos planos, formando um imenso espelho côncavo de uma altura equivalente à de um edifício de 7 andares.

Em frente a este grande espelho côncavo, existem vários espelhos planos que refletem a luz solar para o espelho côncavo, que, ao receber essa energia solar, direciona os raios solares para o foco, neste ponto, todos estes raios se encontram, originando um ponto com altíssima energia.

No foco, a temperatura pode chegar a 3800°C com potência de 1 MW , podendo abrir um furo de 30 cm de diâmetro numa chapa de $3/8$ de polegada de espessura em apenas 60 segundos.

FIGURA 25 - FORNO SOLAR DE ODEILLO



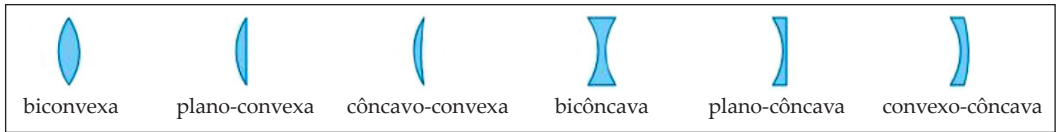
FONTE: Disponível em: <<http://circulosustentavel.blogspot.com/2013/07/o-forno-solar-de-odeillo.html>>. Acesso em: 20 ago. 2018.

4.3 LENTES ESFÉRICAS

As lentes são objetos muito comuns em nosso cotidiano, como as lentes de contato, dos óculos, máquinas fotográficas, lupas, e até nossos olhos possuem estruturas que se comportam como lentes.

Em geral, as lentes são construídas com materiais transparentes, podendo ser de plástico, acrílico ou vidro, por exemplo, e são capazes de desviar os raios luminosos de acordo com sua finalidade. São classificadas de acordo com seu formato, como na figura a seguir:

FIGURA 26 - CLASSIFICAÇÃO DAS LENTES DE ACORDO COM SEU FORMATO



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 168)

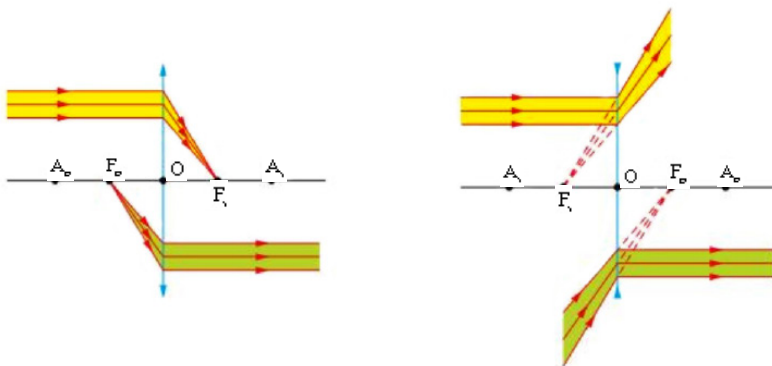
Na figura fica evidente que as lentes são divididas em dois grupos: as três da esquerda, que são chamadas de lentes de bordos finos ou delgadas, e as três da direita, que são conhecidas como lentes de bordos grossos ou espessos. Mas do ponto de vista óptico, as lentes são classificadas em *divergentes* ou *convergentes*. As lentes convergentes fazem com que os raios luminosos que incidem sobre elas converjam para um ponto (foco) e as lentes divergentes fazem os raios luminosos incidentes divergirem.

Para que as imagens formadas por lentes convergentes e divergentes sejam nítidas, é necessário que sejam obedecidas as seguintes condições de Gauss:

- As lentes devem ser delgadas, ou seja, devem ter espessura desprezível em relação às distâncias consideradas.
- Os raios incidentes sejam pouco inclinados e estejam próximos ao eixo principal.

Para a representação, devemos lembrar que para lentes convergentes, todo raio luminoso incide paralelo ao eixo principal e refrata-se passando pelo foco, e para lentes divergentes, todo raio luminoso incide paralelo ao eixo principal e refrata-se, com seu prolongamento passando pelo foco. As lentes são representadas da seguinte forma:

FIGURA 27 - REPRESENTAÇÃO DAS LENTES CONVERGENTES (À ESQUERDA) E DIVERGENTES (À DIREITA)



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 189)

É possível construir esquemas para a formação de imagens para lentes convergentes e divergentes, mas as imagens são formadas como nos espelhos côncavos e convexos, sendo que deste ponto de vista, as lentes convergentes se comportam como espelhos côncavos e as lentes divergentes se comportam como espelhos convexos.

Dessa forma, teremos cinco casos para a formação de imagens devido às convergentes e um devido às lentes divergentes, como já mostrado no tópico anterior, há apenas duas alterações a se considerar:

- quando tratamos de lentes, não utilizamos a “expressão” centro de curvatura (C), mas sim antiprincipal, um para o objeto (A_o) localizado à frente da lente e outro para a imagem (A_i) localizado atrás da lente;
- as lentes possuem dois focos, um para o objeto (F_o) localizado à frente da lente e outro para a imagem (F_i) localizado atrás da lente e possuem a mesma distância da lente.

Exemplo: Uma vela, direita, de $20,0\text{ cm}$ de altura, está localizada no eixo principal de uma lente divergente de distância focal de $5,0\text{ cm}$. Determine a posição, altura, características da imagem e o aumento linear transversal quando esse objeto estiver a uma distância da lente de 50 cm . Por fim, faça um esboço da situação.

Solução: O enunciado nos fornece: $h = 20,0\text{ cm}$, $f = -5,0\text{ cm}$ (sinal negativo devido à lente divergente) e $p = 50\text{ cm}$. Para resolver o problema, vamos dividir em etapas:

1º Determinar a distância da imagem à lente, utilizaremos a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{(-5,0)} = \frac{1}{50} + \frac{1}{i}$$

$$\frac{1}{i} = -\frac{1}{5,0} - \frac{1}{50,0} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{i} = \frac{-10-1}{50,0}$$

$$\frac{1}{i} = -\frac{11}{50,0} \quad \rightarrow \quad i = -4,5\text{ cm}$$

2° Para determinar a altura da imagem, devemos substituir a equação 20 em 21, que resultará em:

$$\frac{k'}{k} = -\frac{i}{p} \quad \rightarrow \quad \frac{k'}{20,0} = -\frac{(-4,5)}{50,0}$$

$$k' = \frac{4,5}{50,0} \cdot (20,0) \quad \rightarrow \quad k' = 1,8 \text{ cm}$$

3° Para a ampliação podemos utilizar tanto a equação 20 quanto a 21, pois ambas deverão nos fornecer o mesmo resultado, então:

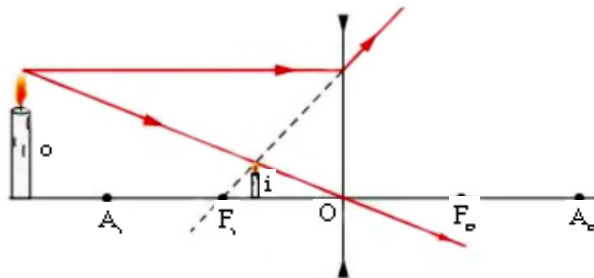
$$|A| = -\frac{i}{p} \quad \rightarrow \quad |A| = -\frac{(-4,5)}{50}$$

$$|A| = 0,09$$

4° As características da imagem podem ser obtidas pelos resultados:

- $i = -4,5 \text{ cm}$, ou seja, $i < 0$, a imagem é virtual;
- $k' = 1,8 \text{ cm}$, ou seja, $k' > 0$, a imagem é direita;
- $|A| = 0,09$, ou seja, $|A| < 1$, a imagem é menor que o objeto.

5° Esquema representando a situação:

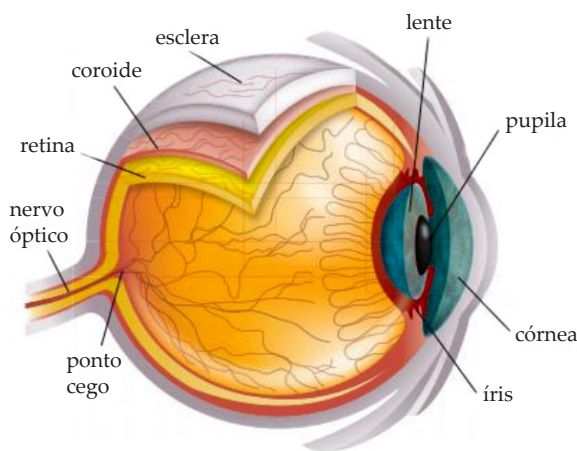


5 O OLHO HUMANO E OS PROBLEMAS DE VISÃO

O olho humano possui um formato praticamente esférico e recebe o nome de globo ocular, os olhos estão localizados nas cavidades orbitais da face. O olho é constituído de inúmeras pequenas estruturas, mas nosso estudo será baseado em apenas algumas destas estruturas:

- **Córnea:** é a membrana transparente que está na parte da frente do olho, onde vemos o branco do olho e a íris.
- **Íris:** é o círculo que determina a cor de cada olho.
- **Pupila:** é a abertura central da íris, por onde a luz entra, e seu diâmetro varia conforme a intensidade da luz que recebe.
- **Cristalino:** é uma estrutura com formato de uma lente convergente, que focaliza toda a luz que entra no olho, formando as imagens na retina.
- **Retina:** local onde a imagem é formada, composta por células sensíveis, que transformam a energia luminosa em sinais nervosos, que são enviados ao cérebro, através do nervo óptico.

FIGURA 28 - ESQUEMA DA ESTRUTURA DO GLOBO OCULAR



FONTE: Bonjorno et al. (2016, p. 205)

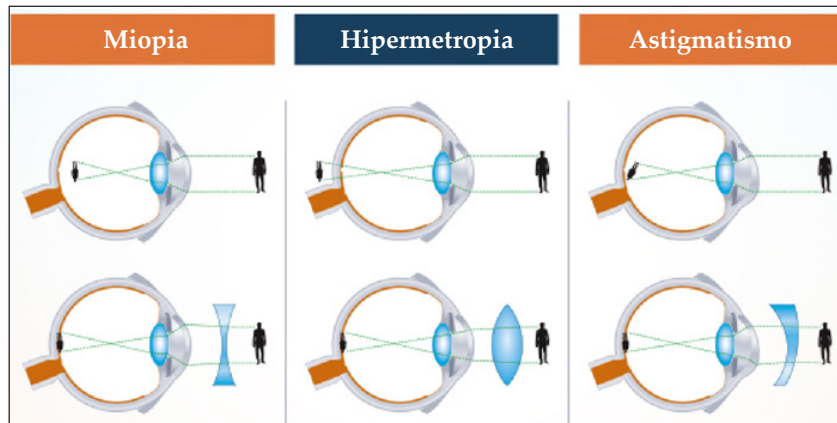
Todas as imagens captadas por nossos olhos são invertidas! Mas por que vemos imagens direitas? O cristalino funciona como uma lente convergente, formando as imagens invertidas na retina, e o cérebro fica encarregado de fazer a interpretação e reinverter a imagem.

A luz incide na córnea e converge até a retina, formando as imagens. Para esta formação de imagem, acontecem vários fenômenos fisiológicos, no entanto, para o estudo da óptica podemos considerar o olho como uma lente convergente, com distância focal variável.

Entretanto, muitas pessoas nascem ou desenvolvem, no decorrer da vida, problemas relacionados à dificuldade de enxergar objetos distantes ou perto, ou até as duas coisas. A miopia, a hipermetropia e o astigmatismo são problemas que atingem inúmeras pessoas, mas existem várias formas de corrigir tais problemas, como o uso de óculos ou lentes de contato, e existem ainda cirurgias a laser, que fazem as pessoas não precisarem mais utilizar óculos ou lentes, pelo menos por um bom tempo.

- **Miopia:** dificuldade de enxergar objetos distantes, pois o globo ocular é longo e a imagem se forma antes da retina. A solução é o uso de lentes côncavas negativas, que fazem os raios convergirem mais para trás, sobre a retina.
- **Hipermetropia:** dificuldade de enxergar objetos próximos ao rosto, pois o olho é pequeno e a imagem se forma depois da retina. Como solução, deve-se utilizar lentes convexas positivas, que fazem os raios convergirem à frente, na retina.
- **Astigmatismo:** defeito na córnea, com raios de curvatura irregulares, ocasionando uma visão embaçada ou manchada dos objetos. A solução é utilizar as chamadas lentes cilíndricas, que fazem os raios desses dois planos convergirem no mesmo ponto.

FIGURA 29 - COMPARATIVO ENTRE A MIOPIA (À ESQUERDA), HIPERMETROPIA (MEIO) E ASTIGMATISMO (À DIREITA) E SUAS RESPECTIVAS LENTES CORRETORAS



FONTE: Disponível em: < <http://www.clinicabolzan.com.br/a-diferenca-entre-miopia-hipermetropia-e-astigmatismo/>>. Acessado em: 29 jul. 2018.

As lentes de óculos ou de contato agem como corretoras, fazendo com que os raios de luz mudem o ponto de convergência para a retina, gerando uma imagem nítida. Porém, não basta apenas saber o tipo de lente que corrige cada problema, também é necessário saber o “grau” ou vergência (V). Para os míopes, a conta é simples:

$$V = \frac{1}{d} \quad (22)$$

Onde d é a distância em metros até onde a pessoa tem visão nítida e V é o “grau” ou vergência medido em dioptria (di). Um olho normal consegue enxergar com nitidez um objeto a $0,25\text{ m}$ de distância. Uma pessoa hipermetrope precisa posicionar o objeto a uma distância (d) maior que essa para enxergar. Para a correção da hipermetropia devemos considerar:

$$V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{d} \quad (23)$$

Se a lente é convergente, a dioptria é positiva, se a lente é divergente, a dioptria é negativa.

Exemplo 1: Uma pessoa míope enxerga com nitidez um objeto cuja distância seja no máximo $4,0\text{ m}$. Determine o grau (vergência) de uma lente para corrigir o problema.

Solução: Para a miopia temos:

$$V = \frac{1}{d} \quad \rightarrow \quad V = \frac{1}{4,0} \quad \rightarrow \quad V = -0,25\text{ di}$$

*O sinal negativo indica que a lente é divergente!

Exemplo 2: Um estudante, para ler um livro de Física, precisou posicioná-lo a $37,5\text{ cm}$ dos olhos, sem usar os óculos. Colocando-os, conseguiu ler a uma distância de 25 cm .

a. Qual o problema de visão que o estudante possui?

Solução: Hipermetropia, pois tem dificuldade de enxergar de perto.

b. Qual é o grau dos óculos dessa pessoa?

Solução: Para a hipermetropia, temos a equação 23:

$$V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{d} \quad \rightarrow \quad G = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,375} \quad G = 1,33\text{ di}$$

LEITURA COMPLEMENTAR

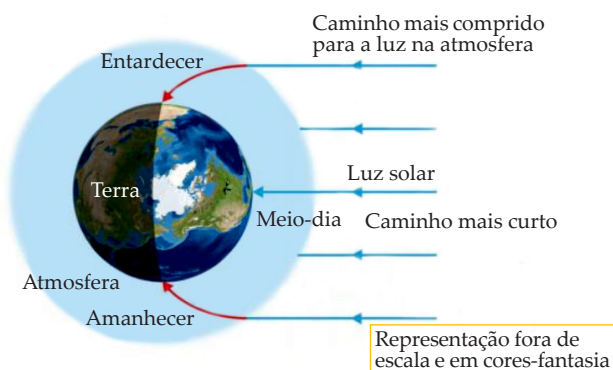
A COR DO CÉU

Autores: José Roberto Bonjorno, Clinton Marcico Ramos, Eduardo de Pinho Prado, Valter Bonjorno, Mariza Azzolini Bonjorno, Renato Casemiro, Regina de Fátima Souza Azenha Bonjorno.

Você já deve ter se perguntado por que o céu parece azul durante o dia, ou por que o horizonte, no pôr do Sol e no amanhecer, fica avermelhado. Quando a luz branca do Sol entra em nossa atmosfera e atinge as moléculas dos gases que compõem o ar, ela sofre um espalhamento em todas as direções.

O espalhamento da luz azul – por conta de sua frequência mais alta – é mais pronunciado do que das outras cores, fazendo dessa cor a dominante no meio. A luz vermelha, por exemplo, é espalhada cerca de dez vezes menos que a luz azul.

Ao amanhecer e ao entardecer, porém, o percurso da luz na atmosfera é mais longo e a maior parte da luz é espalhada. Nessas condições, vamos enxergar a luz vermelha que, pela sua baixa frequência, é a menos espalhada, portanto, melhor transmitida.



Se a Terra não possuísse atmosfera, não haveria espalhamento e o céu nos pareceria negro, como acontece em volta da Lua. O fato de não haver luz para ser espalhada durante a noite explica a escuridão.

Numa cidade como a capital de São Paulo, onde a atmosfera contém um número grande de partículas em suspensão maiores (poeira e poluição) do que as moléculas de nitrogênio e de oxigênio, o espalhamento é praticamente o mesmo para todas as cores. Isso torna o azul bem mais claro, com aspecto esbranquiçado.



Céu esbranquiçado da cidade de São Paulo, 2010.

Referência: BONJORN, J. R. et Al. **Física**: terminologia, óptica, ondulatória. 3. ed. São Paulo: FTD: 2016, p. 143.

RESUMO DO TÓPICO 3

Neste tópico, você aprendeu que:

- **Princípio da Propagação Retilínea da Luz:** em um meio homogêneo e transparente a luz se propaga em linha reta, isso explica o surgimento da sombra.
- **Princípio da Independência dos Raios de Luz:** raios luminosos de feixes diferentes independem de outros raios, ou seja, após o cruzamento de dois ou mais raios luminosos, ambos seguem suas trajetórias como se nada tivesse ocorrido.
- **Princípio da Reversibilidade dos Raios de Luz:** o caminho dos feixes de luz não se modifica ao se inverter a posição da fonte luminosa e do observador.
- **Reflexão:** ocorre ao vermos nossa imagem. A luz não atravessa a superfície de separação entre os meios.
- **Refração:** a luz atravessa o meio e sofre desvio, pois a velocidade de propagação da luz muda conforme o meio em que está imersa.
- **Absorção:** ocorre quando nada pode ser visto, que ocorre quando não se pode enxergar o fundo de um lago ou mar, por exemplo.
- **Imagem real:** formada pelo encontro dos raios refratados.
- **Imagem virtual:** formada pelo encontro do prolongamento dos raios refratados.
- **Espelhos planos:** são objetos cujas superfícies que refletem a luz numa direção definida e diverge, mas se prolongarmos os raios refletidos, todos se encontrarão num ponto atrás do espelho como se este objeto estivesse atrás do espelho. A imagem é virtual e de mesmo tamanho do objeto.
- **Espelho esférico côncavo:** reflete os raios de luz convergindo-os para o foco. O centro de curvatura (C) está à frente do espelho; o campo de visão é menor em relação ao espelho plano; a distância da imagem aumenta; o tamanho da imagem aumenta.
- **Espelho esférico convexo:** reflete os raios de luz de forma divergente, mas seu prolongamento se concentra no foco virtual. O centro de curvatura (C) está atrás do espelho; o campo de visão aumenta; a distância da imagem diminui; o tamanho da imagem diminui.

- **Lentes** são classificadas em *divergentes* ou *convergentes*. As lentes convergentes se comportam como espelhos côncavos e fazem com que os raios luminosos que incidem sobre elas converjam para um ponto (foco), e as lentes divergentes se comportam como espelhos convexos, fazendo os raios luminosos incidentes divergirem.
- **O olho humano** possui um formato praticamente esférico e funciona como uma lente convergente.
- Os problemas mais comuns relacionados à visão são a miopia, corrigida com lentes convergentes; e a hipermetropia, corrigida com lentes divergentes.



1 Em dias de calor escaldante de verão, é comum ocorrerem temporais e os primeiros sinais de que a chuva está próxima são as nuvens escuras. Associe os itens, utilizando o código a seguir:

I. As nuvens escuras são vistas apenas nas regiões que possuem buracos na camada de ozônio.

II. O brilho das nuvens depende da quantidade de luz espalhada.

III. As nuvens escuras espalham menos luz por estarem “carregadas”, espalhando menos luz.

Assinale a alternativa CORRETA:

- ☐ Somente a afirmativa I está correta.
- ☐ As afirmativas II e III estão corretas.
- ☐ As afirmativas I, II e III estão corretas.
- ☐ Somente a afirmativa III está correta.
- ☐ As afirmativas I e III estão corretas.

2 Muitas vezes, a ótica geométrica parece simples, mas possui inúmeras aplicações, incluindo tornar máquinas térmicas mais eficientes. Explique por que o interior de refrigeradores possui a cor branca e no interior de fornos de cozinha a cor predominante é o preto.

3 Veículos de emergência, como ambulâncias, carros de bombeiros, de policiais e até veículos escolares, possuem palavras como “emergência”, “polícia”, “bombeiro” ou “escolar” em seus capôs dianteiros escritas de forma invertida. Há algum motivo para isso? Justifique.

4 Suponha que você esteja acampando com um grupo de amigos inseridos na natureza selvagem e dispondo de poucos dispositivos. Você ficou encarregado de acender uma fogueira utilizando lenha seca e espelhos. Assinale a opção correta:

- ☐ Você utiliza um espelho plano para concentrar os raios luminosos.
- ☐ Você utiliza um espelho convexo, concentrando os raios luminosos do lado oposto.
- ☐ Você utiliza um espelho côncavo, posicionando-o a qualquer distância da lenha.
- ☐ Você utiliza um espelho côncavo, fazendo com que a lenha esteja no foco.

5 (GASPAR). Um objeto real, direito, de $2,0\text{ cm}$ de altura, está localizado no eixo principal de uma lente convergente de distância focal de $5,0\text{ cm}$. Determine a posição, altura, características da imagem e o aumento linear transversal quando esse objeto estiver a uma distância da lente de:

- a) 60 cm .
- b) $5,0\text{ cm}$.

6 (GASPAR). As máquinas fotográficas mais simples têm um sistema óptico fixo que não permite ao fotógrafo nenhum ajuste. Sabendo-se que, numa dessas máquinas, a distância da lente ao filme (ou sensor óptico) é de $3,0\text{ cm}$, pergunta-se:

- a) Qual é a distância focal da lente?
- b) Supondo que a nitidez da imagem não fique prejudicada se ela se formar até $1,0\text{ mm}$ atrás do filme, qual será a menor distância a que essa máquina deve estar de um objeto para fotografá-lo com nitidez?

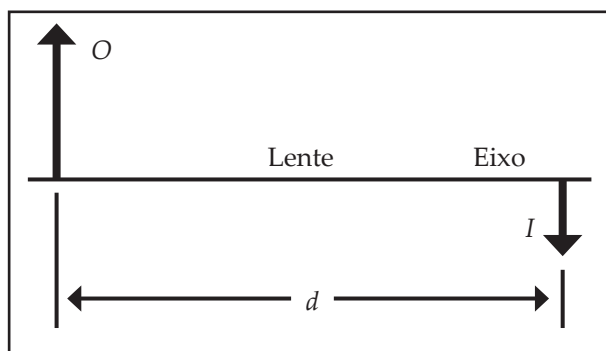
7 Um oftalmologista receitou a um paciente óculos cujas lentes possuem as seguintes especificações: $+2,5\text{ di}$ e $-0,50\text{ di}$. Determine:

- a) Quais são os problemas de visão em cada caso? Que tipo de lente corrige cada problema?
- b) Qual é a distância que este paciente enxerga nitidamente?

8 O edifício *Walkie Talkie*, localizado em Londres, foi projetado com uma superfície curva em um dos lados. Nesta superfície, os vidros planos das janelas formam uma superfície curva, o que provoca um fenômeno que pode ocasionar avarias em automóveis, lojas e edifícios próximos (do outro lado da rua, por exemplo). Explique o fenômeno em questão e por que lojas e veículos podem ser danificados.

9 (HALLIDAY) Uma imagem real invertida I de um objeto O é formada por certa lente (que não aparece na figura); a distância entre o objeto e a imagem, medida ao longo do eixo central da lente, é $d = 40\text{ cm}$. A imagem tem metade do tamanho do objeto.

- a) Que tipo de lente é capaz de produzir a imagem?
- b) A que distância do objeto deve ser colocada a lente?
- c) Qual deve ser a distância focal da lente?



ÓTICA ONDULATÓRIA

1 INTRODUÇÃO

Durante muito tempo, a teoria corpuscular prevaleceu para explicar diversos fenômenos luminosos, porém havia outra maneira de interpretar a luz. Você consegue imaginar algum fenômeno luminoso que a teoria corpuscular não poderia explicar? Até aqui estudamos os fenômenos ópticos do ponto de vista da óptica geométrica, neste tópico estudaremos os fenômenos de interferência e difração, fundamentais para distinguir ondas de partículas.

Ao olharmos a face de um CD ou fazermos bolhas de sabão, vemos uma bela imagem com as cores do arco-íris se formando na superfície. Em ambas as situações, ilustramos alguns “mistérios” que nos indicam alguns aspectos da luz que ainda não estudamos. Mas por que isso acontece? As cores que observamos na superfície das bolhas de sabão resultam da interferência de reflexões das películas formada pela água e sabão.

A interferência é resultado da formação de um padrão de intensidade por duas ou mais ondas que se superpõem, e a difração é o desvio das ondas que ocorre quando uma porção de frente de onda é bloqueada por uma barreira ou obstáculo.

Fenômenos desta natureza são observados nas cédulas para dificultar a falsificação, já que impressoras comuns reproduzem apenas as cores, mas não duplicam o efeito de mudança de cor causado pela interferência ótica. Para compreender situações como esta, conheceremos os conceitos básicos envolvidos na interferência e difração óptica através do estudo da natureza ondulatória da luz.

2 INTERFERÊNCIA DE ONDAS

Christian Huygens foi um dos primeiros cientistas a apresentar uma teoria ondulatória para a luz, e embora seja matematicamente mais simples do que a teoria eletromagnética de Maxwell, a teoria de Huygens é ainda amplamente usada e explica as leis da reflexão e refração em termos de ondas.

O experimento fundamental para demonstrar a natureza ondulatória da luz foi feito pelo cientista inglês Thomas Young em 1801, através de uma experiência em que um feixe de luz atravessa dois pequenos orifícios, formando uma figura de interferência luminosa composta por faixas claras e escuras alternadamente.

FIGURA 30 - THOMAS YOUNG (1773-1829), MÉDICO E FÍSICO CONHECIDO POR OBTER A INTERFERÊNCIA COM A LUZ



FONTE: Disponível em: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/61/Young_Thomas_Lawrence.jpg>. Acesso em: 12 jul. 2018>.

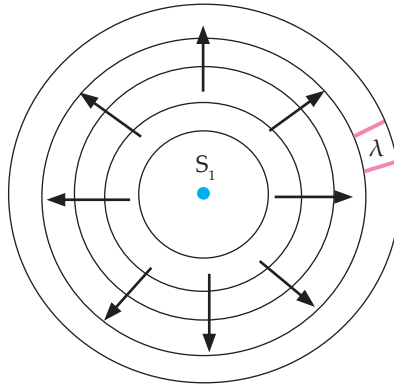
Como discutimos na Unidade 1, a interferência indica a superposição de duas ou mais ondas na mesma região. O encontro de duas ou mais ondas que se propagam num determinado meio é regido pelo **Princípio da superposição** – ondas superpostas se somam algebricamente e pelo **Princípio da independência das ondas** – ondas superpostas não se afetam mutuamente.

Ao estudarmos a interferência em ondas estacionárias e progressivas, nos limitamos a uma dimensão, isto é, se propagavam num único eixo. Todavia, as ondas eletromagnéticas se propagam em duas ou três dimensões.

2.1 INTERFERÊNCIA EM DUAS OU TRÊS DIMENSÕES

A figura a seguir mostra uma fonte S_1 de ondas senoidais, com comprimento de onda λ e frequência f . Vale ressaltar que a distância entre duas ondas é igual a um comprimento de onda. As frentes de onda são representadas pelas circunferências que aumentam o raio progressivamente, e correspondem às cristas das ondas. Neste caso, as ondas não sofrem nenhum desvio, isto é, não há refração, e, portanto, a velocidade da onda é a mesma em todas as direções.

FIGURA 31 - ONDAS SE PROPAGANDO A PARTIR DE UMA FONTE PONTUAL



FONTE: Os autores

Ondas que se propagam em **duas direções** representam **frentes de ondas circulares**, enquanto que ondas se propagando em **três direções** representam **frentes de ondas esféricas** se espalhando a partir da fonte S_1 de ondas senoidais. Ao tratarmos ondas senoidais na óptica, temos uma luz monocromática, ou seja, de uma única cor e com uma única frequência.

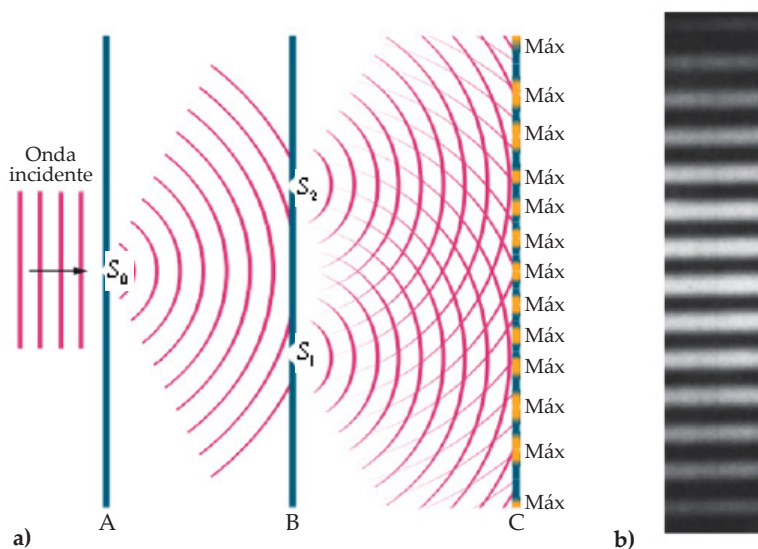
Embora isto não seja fácil de reproduzir, já que fontes de luz comuns como chamas ou lâmpadas não emitem uma distribuição contínua de comprimentos de ondas, existem maneiras de gerar um feixe de luz aproximadamente monocromático (YOUNG; FREEDMAN, 2003).

Para conseguir esta aproximação, utilizam-se filtros para bloquear uma parte dos comprimentos de onda, permitindo a passagem de uma faixa estreita de comprimentos de onda, como é o caso do laser comum. Ao estudarmos os efeitos de interferência e difração neste tópico, consideramos sempre ondas monocromáticas.

2.2 EXPERIMENTO DE INTERFERÊNCIA DE YOUNG

Young chamou a atenção ao resultado observado quando ondas se superpõem. Para demonstrar o efeito resultante dessa combinação, Young utilizou uma fonte de luz para iluminar um anteparo opaco, com dois buracos pequenos próximos entre si. O resultado observado num terceiro anteparo é a soma da iluminação dos pequenos orifícios, caracterizada por franjas brilhantes e escuras. A figura a seguir mostra a configuração do experimento de interferência de Young, composto por uma luz monocromática incidente, tratada como fonte pontual, e difratada pela fenda S_0 .

FIGURA 32 - a) ILUSTRAÇÃO DO EXPERIMENTO DE YOUNG; b) FOTOGRAFIA DA FIGURA DE INTERFERÊNCIA



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 82, p. 83)

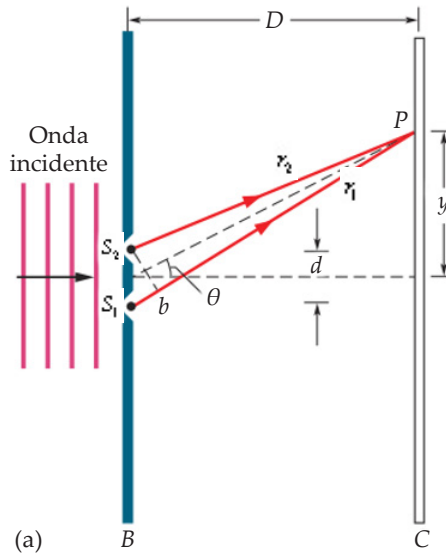
A luz que passa pelo anteparo A incide em duas fendas no segundo anteparo. Ao passar por B, a luz é difratada pelas fendas S_1 e S_2 , que se comportam como fontes pontuais, e ao deixar a fenda, uma nova difração ocorre e as fontes sofrem interferência. Como vemos no anteparo C, o padrão de interferência é composto por máximos e mínimos.

A figura b mostra um instante de interferência com os máximos e mínimos de intensidade, chamados de *franjas de interferência*. As franjas claras são representadas pelas ondas que formam listras iluminadas e as franjas escuras formam listras sem iluminação. O conjunto de franjas claras e escuras compõe uma figura de interferência, mas afinal, o que determina a localização das franjas?

Observe o arranjo experimental mostrado na figura a seguir. Escolhemos um ponto qualquer P, localizado a uma distância y do eixo central perpendicular ao anteparo B, entre as fendas S_1 e S_2 para localizar os pontos de máximo e

mínimo. O ângulo entre o eixo central e a reta que liga o ponto médio das duas fendas é chamado de θ e a distância do ponto P às fendas é r_1 e r_2 .

FIGURA 33 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS RAIOS LUMINOSOS

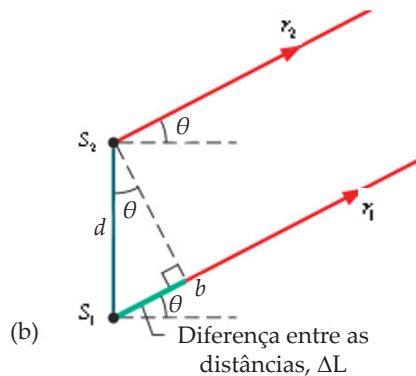


FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 84)

As ondas estão em fase ao sair da fonte luminosa, pois pertencem a uma onda incidente que se difrata no anteparo B. Após passar pelas fendas, as ondas percorrem distâncias diferentes, e por isso, há uma mudança de fase.

Isso significa que em um experimento de interferência composto por uma fenda dupla como o de Young, a intensidade luminosa depende diretamente da variação da distância ΔL , ilustrada a seguir.

FIGURA 34 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA DIFERENÇA ENTRE AS DISTÂNCIAS ΔL DAS ONDAS LUMINOSAS



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 84)

Analisando em termos da trigonometria, os raios r_1 e r_2 são aproximadamente paralelos e fazem o mesmo ângulo θ com o eixo central. Para que isso seja verdade, utilizamos a aproximação $D \gg d$, isto é, a distância D entre as fendas e a tela é muito maior do que a distância d entre as fendas. Ainda, o triângulo retângulo formado pelas fendas S_1 e S_2 e b , o que permite escrever:

$$\text{sen}\theta = \frac{\Delta L}{d} \rightarrow \Delta L = d \text{sen}\theta$$

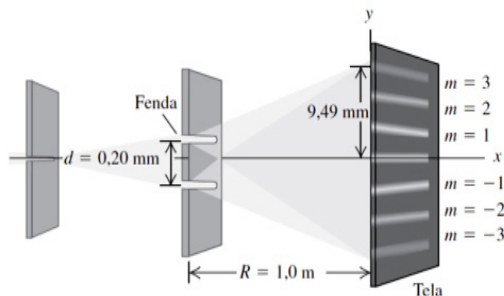
Ao vermos as *franjas claras (máximos)* no anteparo final, as ondas chegam ao ponto comum em fase e a *interferência é totalmente construtiva*. Em geral, quando ondas derivadas de outras ondas chegam a um ponto em fase, a amplitude resultante é a soma das amplitudes das ondas individuais. Neste caso, a diferença entre os caminhos $r_2 - r_1$ é um número inteiro m de comprimento de onda λ , válido também para a condição $\Delta L = 0$. Escrevendo a expressão geral utilizando a condição encontrada para a diferença da distância ΔL obtemos:

$$r_2 - r_1 = m\lambda \rightarrow d \text{sen}\theta = m\lambda \quad \text{para } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (24)$$

As *franjas escuras (mínimos)* resultam da *interferência totalmente destrutiva*, quando ΔL é um múltiplo ímpar da metade do comprimento de onda, isto é, as ondas provenientes de outras fontes chegam ao anteparo final com uma diferença de fase igual a meio ciclo. Neste caso, a amplitude resultante é a diferença das amplitudes das ondas individuais. A expressão matemática desta situação física é:

$$r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \rightarrow d \text{sen}\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \text{para } m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (25)$$

Exemplo 1: Em uma experiência de interferência com fendas duplas, a distância entre as fendas é $0,20 \text{ mm}$ e a tela está a uma distância de $1,0 \text{ m}$. A terceira franja brilhante (sem contar a franja brilhante que se forma no centro da tela) forma-se a uma distância de $9,49 \text{ mm}$ do centro da franja central. Calcule o comprimento da luz usada.



Solução:

$$y = \frac{m\lambda D}{d}$$

$$\lambda = \frac{y \cdot d}{m D}$$

$$\lambda = \frac{(9,49 \times 10^{-3}) \cdot (0,20 \times 10^{-3})}{3,1,0}$$

$$\lambda = 633 \text{ nm}$$

Exemplo 2: Uma estação de rádio com frequência de 1500 kHz (nas vizinhanças da parte superior da banda de rádio AM) opera com duas antenas idênticas, com dipolos verticais que oscilam em fases, separadas por uma distância de 400 m. Para distâncias muito maiores do que 400 m, em que direções a intensidade da radiação transmitida torna-se máxima?

Solução: O comprimento de onda pode ser expresso pela razão entre a velocidade de propagação e a frequência das ondas, mas devemos considerar que a velocidade de propagação é igual à velocidade da luz: $v = c$, então:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,5 \times 10^6 \text{ Hz}} \quad \rightarrow \quad \lambda = 200 \text{ m}$$

A localização será dada pelo ângulo θ :

$$d \cdot \sin \theta = m \lambda \quad \rightarrow \quad \theta = \arcsin \left(\frac{m \lambda}{d} \right)$$

$$\theta = \arcsin \left(\frac{m \cdot 200}{400} \right) \quad \rightarrow \quad \theta = \arcsin \left(\frac{m}{2} \right)$$

Os máximos serão obtidos quando $m = 0$; $m = \pm 1$ e $m = \pm 2$. Então:

$$m = 0 \rightarrow \theta = 0^\circ$$

$$m = \pm 1 \rightarrow \theta = \pm 30^\circ$$

$$m = \pm 2 \rightarrow \theta = \pm 90^\circ$$

O estudo da superposição das ondas e interferência é imprescindível para identificar as franjas claras e escuras, como vimos nesta seção. No experimento de Young, consideramos que a fonte de luz era pontual, monocromática e possuía

apenas uma frequência. Na próxima seção, estudaremos a importância dessas condições frente à formação das franjas de interferência.

2.3 COERÊNCIA

O experimento de Young é composto por duas fontes iguais de ondas monocromáticas, que produzem ondas com a mesma amplitude e o mesmo comprimento de onda. Ainda, as duas fontes estão em fase. Quando duas fontes monocromáticas, no nosso exemplo as fontes das fendas S_1 e S_2 , possuem a mesma frequência e a diferença de fase permanece constante em todos os pontos, dizemos que as fontes são **coerentes**.

Entretanto, se utilizarmos duas fontes luminosas independentes, como fios incandescentes, a diferença de fase varia com o tempo de forma aleatória, representando fontes **incoerentes**. Fisicamente, não conseguiríamos ver uma imagem de interferência formada no anteparo final, as franjas deixariam de existir e veríamos uma imagem uniforme.

Ao usarmos uma fonte de luz usual, como um filamento incandescente ou o Sol, há a formação de um número muito grande de fontes microscópicas independentes e não correlacionadas atuando em um intervalo de tempo muito curto, e deste forma, não há a formação de imagens de interferência.

Lembrando que se as fontes luminosas forem *lasers*, manteríamos a coerência, já que os *lasers* emitem luz de forma sincronizada por meio dos átomos, além de ser praticamente monocromática.

2.4 INTENSIDADE DAS FRANJAS DE INTERFERÊNCIA

Encontramos uma expressão geral para determinar a localização de máximos e mínimos associados às franjas de interferência. Agora precisamos encontrar uma expressão para a intensidade das franjas em função do ângulo θ . Contudo, para deduzir esta equação, é necessário utilizar expressões e interpretações físicas das componentes do campo elétrico das ondas que se propagam a partir das fendas S_1 e S_2 e que não foram estudadas até o momento.



Você pode acompanhar a dedução da expressão da intensidade nas referências: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de física: Óptica e Física Moderna. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

- Capítulo 35 – tópico 35-6 Intensidade das franjas de Interferência.
YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física 4**. Rio de Janeiro: Ed. Addison-Wesley, 2003.
- Capítulo 35 – Tópico 35-3 – Intensidade das figuras de interferência.

A intensidade I é dada pela equação:

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2} \phi \quad (26)$$

Onde:

- $I \rightarrow$ Intensidade
- $I_0 \rightarrow$ Intensidade Inicial
- $\phi \rightarrow$ diferença de fase

A diferença de fase é:

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad (27)$$



A interferência não cria nem destrói a energia luminosa, mas distribui a energia ao longo da tela. A intensidade média é $2I_0$, independente se as fontes forem coerentes ou não (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009).

As equações acima permitem calcular as posições dos máximos e mínimos da figura de interferência. Se as ondas originárias das duas fendas fossem incoerentes, não haveria relação de fase e a intensidade teria um valor uniforme, igual a $2I_0$, em toda a tela.



Quando a luz incide em um filme fino transparente como uma bolha de sabão, as ondas refletidas pelas superfícies interferem umas com as outras. O resultado destes fenômenos de interferência é visto em forma de franjas de interferência coloridas e ocorrem em filmes ou películas finas. Nas referências indicadas a seguir, você pode fazer uma leitura sobre a interferência em filmes finos.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física: óptica e física moderna**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

- **Capítulo 35 – Tópico 37-7 Interferência em filmes finos.**

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física 4**. Rio de Janeiro: Ed. Addison-Wesley, 2003.

- **Capítulo 35 – Tópico 35-4 – Interferência em películas finas.**

3 DIFRAÇÃO

A difração é um efeito ondulatório, e por isso, é observada em outros tipos de onda. Na natureza ondulatória da luz, este fenômeno produz efeitos que não podem ser entendidos com o modelo simples da ótica geométrica.

Ao ouvir a sirene de um carro de polícia, o som desvia e contorna vários obstáculos no caminho, caso contrário, você não ouviria o som em uma quadra próxima. Pode parecer estranho pensar que a luz também pode se comportar deste modo, contornando obstáculos. Quando vemos o contorno de uma sombra projetada sobre um contorno retilíneo, uma figura de interferência composta por franjas claras e escuras pode surgir na área da sombra.

Isto significa que a luz não se comporta propriamente a partir do modelo de propagação retilínea estudada pela ótica geométrica. Ou seja, assim como o som, a explicação desses efeitos é que a luz possui propriedades ondulatórias.

Ao estudarmos os fenômenos de interferência no experimento de Young, investigamos os efeitos da interferência resultantes da superposição de duas ondas, que formavam as figuras de interferência. Neste tópico, nós estudaremos os efeitos de interferência resultante de muitas ondas luminosas, isto é, os efeitos da difração da luz.

Um exemplo de difração ocorre quando olhamos para o céu e vemos pequenos filamentos flutuantes diante dos olhos, como mostrado na figura a seguir. Esse efeito de difração acontece quando a luz passa por pequenos depósitos opacos existentes no humor vítreo, substância gelatinosa que ocupa parte do globo ocular (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009).

FIGURA 35 - MOSCAS VOLANTES



FONTE: Disponível em: <<https://diariodeaviso.espanol.com/wp-content/uploads/2017/03/Miodesopsias-001.jpg>>. Acesso em: 22 jul. 2018.

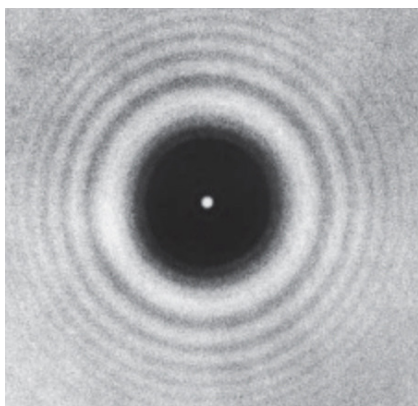
As figuras de difração não são vistas frequentemente no nosso cotidiano. Para a formação das figuras de difração, as fontes de luz devem ser monocromáticas e puntiformes. Se utilizássemos uma lâmpada comum no experimento de Young, cada comprimento de onda da luz formaria sua própria figura de difração, e em virtude da superposição resultante dessas figuras, não haveria figura de difração individual.

Ao aplicar o princípio de Huygens, podemos analisar as figuras de difração. Relembrando, o princípio de Huygens diz que “Todos os pontos de uma frente de onda se comportam como fontes pontuais de ondas secundárias. Depois de um intervalo de tempo t a nova posição da frente de onda é dada por uma superfície tangente a essas ondas secundárias” (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009, p. 77).

De acordo com o princípio, o deslocamento em um dado ponto é determinado a partir da combinação de todos os deslocamentos individuais produzidos pelas ondas secundárias, levando em conta as amplitudes e fases relativas (YOUNG; FREEDMAN, 2009).

Para compreender melhor, veja na figura abaixo a fotografia de uma figura de difração formada num disco. Os anéis de difração são concêntricos e no centro temos um ponto claro, nomeado ponto claro de Fresnel, em homenagem ao cientista Augustin Jean Fresnel (1788-1827).

FIGURA 36 - O PONTO CLARO DE FRESNEL



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 113)

A teoria de Newton de que a luz era feita de pequenos corpúsculos dominava no início do século XIX. Fresnel acreditava que na teoria ondulatória da luz, e ao submeter seu trabalho à Academia Francesa de Ciências, mostrou experimentalmente que os efeitos de difração eram explicados pela teoria ondulatória.

A óptica geométrica prevê que, quando um objeto opaco é colocado entre uma fonte luminosa e uma tela, a sombra formada seria um contorno retilíneo. Mas não é isso que é observado na figura acima. A fonte e a tela estão relativamente próximas do obstáculo, produzindo uma figura de difração de Fresnel. O método de Fresnel permite compreender de forma qualitativa a formação da sombra geométrica e o aparecimento das franjas de difração que se observam na vizinhança do limite entre a sombra e a região iluminada (NUSSENZVEIG, 1981).

O mecanismo que produz a difração da luz é o mesmo para qualquer tipo de onda. Quando partes de um feixe de onda são interrompidos por algum obstáculo, visualizamos os efeitos de interferência. Em instrumentos óticos geralmente se utiliza uma pequena parte da frente de onda recebida, como é o caso do telescópio (YOUNG; FREEDMAN, 2003).

É importante destacar que na seção anterior falamos da interferência para explicar os efeitos da superposição envolvendo um número pequeno de fontes luminosas, como no experimento de Young, apenas duas. Na difração, consideramos uma distribuição contínua de ondas secundárias de Huygens. Contudo, ambos os fenômenos são explicados a partir das mesmas leis físicas da superposição de ondas e do princípio de Huygens.

3.1 REDES DE DIFRAÇÃO

Ao ver a ranhuras de um CD iluminado com uma fonte de luz branca, a luz difratada forma faixas coloridas, que representam figuras de difração associadas a diferentes comprimentos de onda da luz incidente, como vemos na figura a seguir.

FIGURA 37 - REDES DE DIFRAÇÃO FORMADAS NA PELÍCULA DE UM CD



FONTE: Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 130)

Ao aumentar o número de fendas em um experimento de interferência, a figura de interferência é formada por padrões onde os máximos são mais agudos e estreitos do que no caso da experiência de Young. Este efeito tem importantes aplicações nas redes de difração.

Uma rede de difração é um conjunto composto por um grande número de fendas paralelas, que possuem a mesma largura e a mesma distância entre os centros das duas fendas. Quando falamos de redes de difração, podemos substituir o termo *fenda* por *ranhura* ou *linha*.

3.2 DESENHOS OTICAMENTE VARIÁVEIS

Para os amantes da música, esta cena é muito comum. Diversas capas de CD, como o álbum *“Psycho Circus”* da banda Kiss e o álbum *“Iron Maiden – Rock in Rio”* da banda Iron Maiden, vistos na figura abaixo, são caracterizados pela capa do CD com imagens holográficas, isto é, que podem variar de acordo com o ângulo em que vemos a figura, além de formar a ilusão de que a imagem apresenta até três dimensões.

FIGURA 38 - CAPAS DOS CDS COM IMAGENS HOLOGRÁFICAS



FONTES: Disponível em: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/1/1b/Psycho_Circus.jpg> e <http://3.bp.blogspot.com/_7DfMmaOOtWQ/SwHJKaNGNMI/AAAAAAAAAAM/QaB2aARcDOU/s1600/Iron+Maiden+-+Rock+In+Rio.jpg>. Acesso em: 29 jul. 2018.

Ainda podemos ver os hologramas em cartões de crédito, carteirinhas de identificação ou até mesmo como forma de expressão artística. Segundo Halliday, Resnick e Walker (2009, p. 129):

Os hologramas são criados iluminando o objeto com um laser e usando a luz espalhada pelo objeto para impressionar um filme fotográfico. Quando o filme é revelado, uma imagem do objeto pode ser criada iluminando o holograma com um laser do mesmo tipo. A imagem é interessante porque, ao contrário das fotografias comuns, é tridimensional e é possível mudar a perspectiva do objeto observando o holograma de outro ponto de vista.

Portanto, a holografia é uma técnica que utiliza padrões de interferência para formar imagens tridimensionais. Apesar de eficaz contra a falsificação de cartões de crédito, por exemplo, a holografia apresenta algumas desvantagens. Quando formada por uma fonte de luz coerente, a imagem holográfica possui boa nitidez, enquanto que a nitidez da imagem diminui quando o holograma é formado por uma fonte de luz incoerente.

O holograma pode ser facilmente falsificado, por isso, algumas empresas têm optado pelo desenho óticamente variável (*Optically variable graphics*– OVG). O OVG produz uma imagem a partir da difração da luz das redes que compõem a figura. Essas redes produzem uma série de imagens que dependem da posição do observador.

Ao projetar um OVG, é necessário calcular os padrões de diferentes redes que produzem imagens diferentes para ângulos diferentes de observação. Geralmente, os OVGs são criados por programas computacionais sofisticados e complexos, por isso, é mais difícil de falsificar do que um holograma.

LEITURA COMPLEMENTAR

ENSINANDO FÍSICA MODERNA NO SEGUNDO GRAU: EFEITO FOTOELÉTRICO, LASER E EMISSÃO DE CORPO NEGRO

Eduardo de Campos Valadares

Em nosso cotidiano deparamos cada vez mais com novos aparelhos eletrônicos (por exemplo, o onipresente computador) e optoeletrônicos (CDs, displays de cristal líquido, leitoras ópticas, xerox, impressora laser etc.), dispositivos automáticos (portas e torneiras automáticas), sistema de controle (portão eletrônico, controle remoto de televisão e videocassete), novos usos do laser em medicina (em operações para eliminar defeitos da visão, tatuagens, pedras nos rins e no tratamento de queimados, entre outros) e nas telecomunicações (fibras ópticas), além de aplicações em várias áreas industriais. Tudo isso e muito mais está presente em casa, nas lojas, nos hospitais, supermercados, carros, aeroportos e, por que não, também nas próprias escolas. Jornais, rádios e a TV estão constantemente anunciando novos avanços tecnológicos que logo estarão sendo incorporados ao nosso dia a dia.

É imprescindível que o estudante do segundo grau conheça os fundamentos da tecnologia atual, já que ela atua diretamente em sua vida e certamente definirá o seu futuro profissional. Daí a importância de se introduzir conceitos básicos de Física Moderna e, em especial, de se fazer uma ponte entre a física da sala de aula e a física do cotidiano. Felizmente, hoje em dia é possível se adquirir por preços bem acessíveis uma caneta-laser e vários outros artefatos tecnológicos que permitem introduzir na sala de aula novos enfoques. Além disso, é possível se construir uma série de modelos e protótipos de dispositivos e equipamentos que ilustram os princípios da Física Moderna e suas aplicações práticas. Com isso o estudante passa a ter uma motivação a mais, já que ele passa a ver o mundo com outros olhos. É necessário resgatar o interesse dos alunos pela Física.

[...]

Laser: Stimulated Emission of Radiation (amplificação da luz pela emissão estimulada de radiação)

O laser é basicamente um amplificador óptico. Ele amplifica luz de modo semelhante ao amplificador acústico. No caso de um violão, por exemplo, ocorre a amplificação do som produzido pelas cordas através da caixa de ressonância do instrumento.

Como funciona o laser?

Existem vários tipos de laser: os lasers a gás, lasers de líquido, como os de corantes, e os lasers de estado sólido (caneta-laser, laser dos CDs etc.). Para entender

a ideia básica, pense no violão. Os dedos, ao tocar as cordas, produzem som (as cordas, ao vibrarem, varrem o ar periodicamente, gerando zonas de compressão e descompressão). A caixa acústica do violão amplifica o som produzido. A abertura na caixa do violão permite que o som amplificado seja ouvido.

Considere a seguinte experiência: toque um violão com a abertura da caixa acústica tampada com papelão e compare o som produzido nestas condições com o som produzido em condições normais. Se você não dispõe de um violão, tente a seguinte experiência. Estique uma gominha com as duas mãos e a faça vibrar com um dos dedos. Pegue agora uma caixa de plástico ou de papelão (por exemplo, de sapatos), ou ainda uma panela, sem tampa. Estique a gominha e prenda suas extremidades no topo de duas paredes postas da caixa. Compare os sons produzidos pela gominha presa a suas mãos com os sons produzidos pela mesma gominha em contato com a caixa. Estas experiências ilustram de forma clara o papel da caixa acústica do violão.

No caso do laser a gás, existe um meio ativo que gera luz (por exemplo, átomos de hélio e neônio). Uma lâmpada flash ou uma corrente elétrica cede energia aos átomos que constituem o gás (excita-os). Os elétrons dos átomos passam a ocupar estados de mais alta energia, característicos de cada átomo do gás. Ao retornarem aos seus estados originais de mais baixa energia há emissão de fótons (luz), conforme ilustrado na Fig. 4.

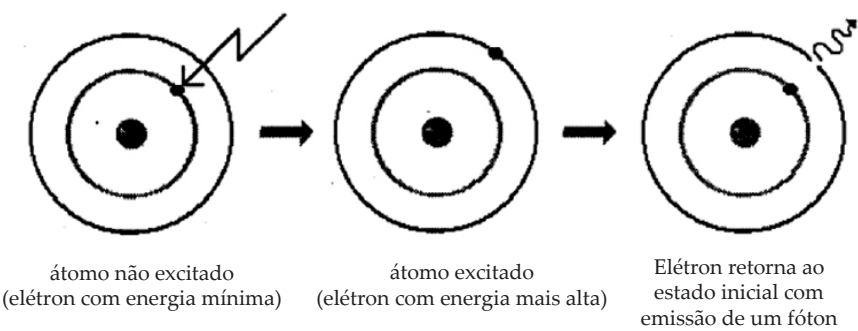


Fig. 4: Emissão de fótons por átomos excitados

Existem dois modos pelos quais um átomo excitado pode voltar ao seu estado original de mais baixa energia e emitir um fóton. A emissão pode ser (a) espontânea ou (b) estimulada, conforme ilustrado na Fig. 5.

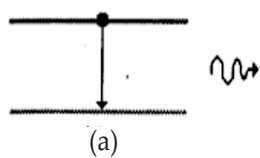


Fig.5a: emissão espontânea

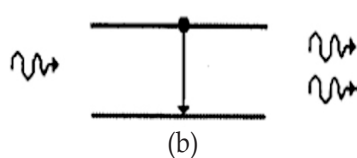


Fig.5b: emissão estimulada: "entra" um fóton e "saem" dois idênticos.

Na emissão estimulada, um fóton incidente estimula o átomo excitado a emitir um fóton idêntico ao primeiro. Os fótons assim emitidos induzem os demais átomos excitados a emitirem novos fótons todos idênticos, gerando um processo em cascata (bola de neve). Este processo produz luz monocromática e coerente, ou seja, todos os fótons iguais.

[...]

A luz do laser difere da luz de uma lâmpada de filamento, a qual apresenta componentes de várias frequências, como pode ser verificado, por exemplo, utilizando-se um prisma (veja Fig. 7). Na lâmpada, bilhões e bilhões de átomos do filamento aquecido são excitados por efeito Joule (aquecimento do filamento com a passagem decorrente, como em um ferro elétrico de passar roupa). Entretanto, a emissão de fótons é desordenada, já que cada átomo excitado emite por conta própria fótons diferentes, ao contrário da luz do laser, onde o processo de emissão é desencadeado por fótons já emitidos, de modo que todos os fótons acabam sendo idênticos (luz coerente). Esses dois tipos de luz (incoerente e coerente) podem ser também visualizados através de uma outra analogia. Considere uma multidão andando aleatoriamente na rua e um desfile militar, onde as fileiras de soldados marcham em sincronia. A multidão representa, nesta analogia, a luz incoerente da lâmpada, e a marcha militar, onde os soldados, a princípio, marcham todos de forma idêntica, corresponde à luz coerente do laser.

A luz gerada no laser, para ser amplificada, necessita de uma cavidade ótica, do mesmo modo que o violão precisa de uma caixa acústica para amplificar o som. Dois espelhos paralelos dão conta do recado. A luz bate num espelho e reflete de volta no outro espelho e assim por diante (você pode verificar esse efeito colocando dois espelhos planos um em frente ao outro: haverá a formação de um número infinito de imagens se você colocar um objeto entre eles). Neste vai e vem a intensidade da luz é amplificada, de acordo com a descrição acima. Na prática a cavidade ótica do laser é formada por um espelho côncavo (veja o lado côncavo de uma colher!) e um espelho plano.

Esta cavidade apresenta menores perdas do que uma cavidade formada por dois espelhos planos. Um dos espelhos do laser é semitransparente (deixa passar um pouco da luz amplificada), do mesmo modo que a abertura na caixa do violão nos permite ouvir o som amplificado. Você pode ilustrar facilmente uma característica fundamental das cavidades óticas utilizando uma corda ou gominha esticada com as duas extremidades fixas (as pontas fixas correspondem aos dois espelhos do laser), que é excitada por um vibrador mecânico (ou sua mão) de frequência variável.

As ondas transversais produzidas na corda (vibrações perpendiculares à direção de propagação da onda) apresentam amplitudes perceptíveis apenas para certas frequências múltiplas de um valor fundamental. Uma cavidade ótica também só amplifica luz com frequências bem definidas, que dependem das dimensões da cavidade. Uma descrição esquemática de um laser é mostrada na Fig. 8:

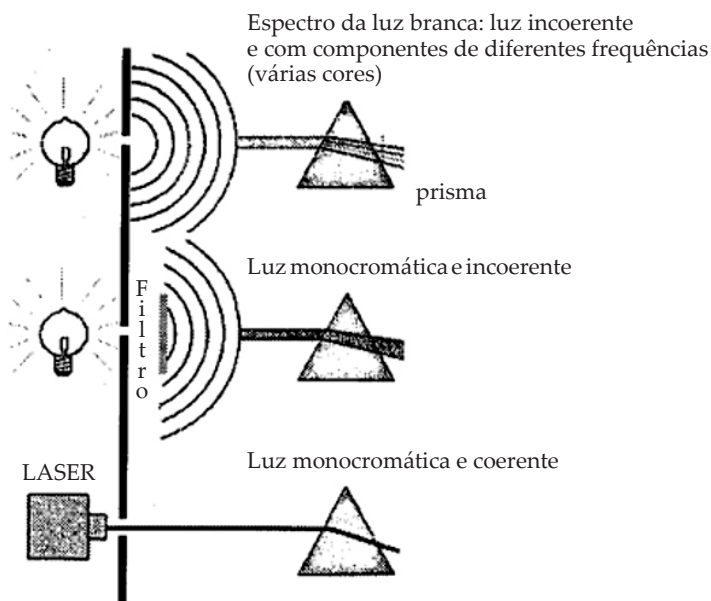


Fig. 7: Comparação entre a luz de uma lâmpada de filamento e a do laser.

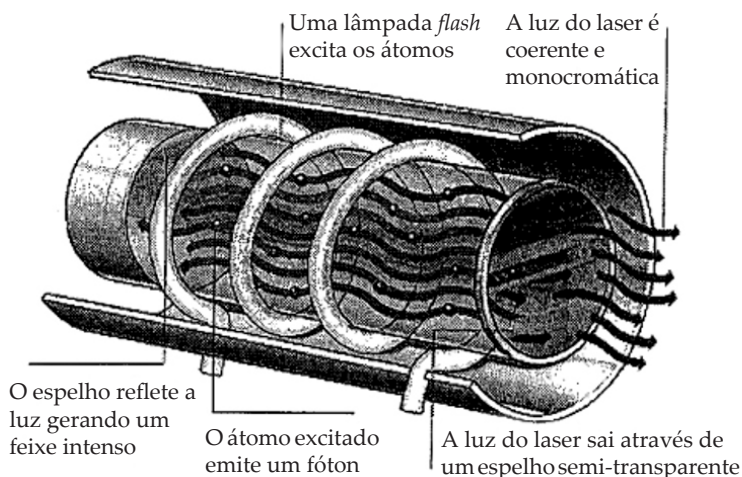


Fig. 8: Esquema simplificado de um laser a gás.

No caso do laser de estado sólido (por exemplo, semiconductor), você tem basicamente a mesma coisa: elétrons injetados no dispositivo decaem para estados de mais baixa energia emitindo fótons com praticamente a mesma frequência, característica do semiconductor. Deste modo, há a conversão de corrente elétrica em luz.

[...]

Referência:

VALADARES, E. C. Ensinando física moderna no segundo grau: efeito fotoelétrico, laser e emissão de corpo negro. *Cad. Cat. Ens. Fís.*, v. 15, n. 2: p. 121-135, ago. 1998.

RESUMO DO TÓPICO 4

Neste tópico, você aprendeu que:

- No **experimento de interferência de Young**, uma luz passa por uma fenda em um anteparo com duas fendas e, ao se difratar, as ondas interferem entre si, produzindo uma figura de interferência, composta por franjas claras e escuras.
- Para **pontos de máximo – franjas claras**, a interferência é construtiva e a condição matemática é:

$$d \cdot \sin \theta = m \lambda \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots$$

- Para **pontos de mínimo – franjas escuras**, a interferência é destrutiva e a condição matemática é:

$$d \cdot \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots$$

- Fontes monocromáticas são **coerentes** quando há relação de fase constante, isto é, a coerência é uma relação de fase entre as fontes de ondas. A superposição de ondas monocromáticas provenientes de fontes *coerentes* produz uma *figura de interferência*.
- Fontes com diferença de fase variando com o tempo são **incoerentes**. Fisicamente, é possível ver uma imagem de interferência, de modo que a imagem final é uniforme.
- A **difração** acontece quando uma onda encontra um obstáculo (ou abertura), se espalha e sofre interferência.
- As **redes de difração** ocorrem quando uma série de fendas são usadas para separar uma onda em suas componentes que estão associadas ao comprimento de onda da fonte de luz incidente.
- A **holografia** é uma ferramenta que utiliza padrões de interferência para formar imagens tridimensionais.



- 1 (ENADE 2017) Uma das brincadeiras que sempre encantam as crianças é a de fazer bolhas de sabão. É uma atividade lúdica que apresenta interessantes conceitos físicos. A bolha de sabão é formada pela adição de algum tipo de sabão à água com a intenção de reduzir a tensão superficial e possibilitar a formação da bolha.

Considerando as propriedades ópticas das bolhas de sabão, avalie as afirmações a seguir:

- I. As cores que surgem na superfície das bolhas de sabão podem ser explicadas como sendo o efeito da interferência construtiva e destrutiva que ocorre entre a luz refletida na superfície externa e a luz refletida na parte interna da superfície das bolhas.
- II. O efeito óptico que ocorre com as bolhas de sabão é o mesmo que ocorre devido à deposição de óleo na água.
- III. O surgimento de cores na superfície das bolhas também ocorrerá se elas forem iluminadas exclusivamente por uma luz de comprimento de onda bem definido.

É correto o que se afirma em:

- () II, apenas.
- () III, apenas.
- () I e II, apenas.
- () I, II e III.

- 2 (ENADE 2017) A figura a seguir foi utilizada em uma prática avaliativa escolar referente ao fenômeno de difração. As duas primeiras faixas da figura evidenciam o comportamento da luz ao passar, respectivamente, por uma ou por duas fendas estreitas. Na figura, as faixas 3 e 4 ilustram a luz projetada em um anteparo, respectivamente, segundo a teoria ondulatória e a teoria corpuscular, após a luz passar pelas duas fendas abertas.

Durante a prática avaliativa, os estudantes deveriam selecionar uma das teorias para explicar corretamente o fenômeno de difração, comprovando a teoria escolhida por meio da figura projetada no anteparo. Parte da turma escolheu a teoria ondulatória para a explicação do fenômeno físico e a outra parte, a teoria corpuscular. Para finalizar a prática avaliativa, o professor realizou uma demonstração experimental da difração da luz em fenda dupla e confrontou as explicações dos estudantes ao relacionar cada teoria à figura de difração projetada no anteparo. Em seguida, o professor retomou o conceito de difração por ter considerado que parte da turma apresentou uma explicação equivocada, dada a observação experimental do fenômeno da difração da luz.



Disponível em: <<http://ventosdouniverso.blogs.pot.com.br>> Acesso em: 27 jul. 2017 (adaptado).

Em relação ao processo de ensino-aprendizagem desenvolvido durante a prática avaliativa relatada, avalie as afirmações a seguir.

- I. A prática avaliativa proporcionou momentos pedagógicos para que os estudantes percebessem se a sua compreensão sobre a difração da luz estava correta.
- II. A retomada dos conceitos sobre difração da luz é justificada pelo fato de alguns estudantes terem optado por uma das teorias para explicar o fenômeno em questão.
- III. A prática privilegiou os aspectos qualitativos da avaliação e seu caráter formativo.

É correto o que se afirma em:

- () I, apenas.
 () II, apenas.
 () I e III apenas.
 () I, II, III.

- 3 Apesar dos fenômenos ópticos serem presentes no nosso cotidiano, dificilmente nos perguntamos sobre a natureza da luz. Vários aspectos do comportamento da luz são explicados sob o ponto de vista da ótica geométrica, mas por que a natureza ondulatória não é aparente em nossas observações diárias? Disserte baseando-se no estudo da natureza da luz.
- 4 (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2009) Uma luz verde monocromática com um comprimento de onda de 550 nm é usada para iluminar duas fendas estreitas paralelas separadas por uma distância de $7,70 \mu\text{m}$. Calcule o desvio angular da franja clara de terceira ordem $m=3$ em radianos e em graus.

REFERÊNCIAS

A MÚSICA NA ESCOLA. Ministério da Cultura. **Música, neurociência e desenvolvimento humano**. São Paulo: Allucci & Associados Comunicações, 2012. p. 67.

BOHN, D. A. Environmental effects on the speed of sound. **J. Audio Eng. Soc.** 36, 223–31 (1988). Disponível em: <<http://www.rane.com/pdf/eespeed.pdf>>. Acesso em: 11 abr. 2018.

BONJORNO, J. R. et al. **Física: terminologia, óptica, ondulatória**. 3. ed. São Paulo: FTD: 2016.

BRASIL. **Norma Regulamentadora nº 15, de 8 de junho de 1978**. Atividades e operações insalubre, anexo nº 1. Disponível em: <<http://trabalho.gov.br/images/Documentos/SST/NR/NR15/NR-15.pdf>>. Acesso em: 28 maio 2018.

EISBERG, R.; RESNICK, R. **Física quântica: átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas**. Editora Campus, 1979.

GASPAR, A. **Compreendendo a física**. Vol. 2: ondas, óptica, termodinâmica. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

GUIMARÃES, O. et al. **Física**. São Paulo: Ática, 2016.

HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos de física: gravitação, ondas e termodinâmica**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**. Vol. 4: óptica e física moderna. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MARCO, A. B. F. **Medindo a velocidade do som com o microfone do PC**. (2005) Instituto de Física – Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Projeto Final de Curso. Disponível em: <<http://www.if.ufrj.br/~carlos/trablicen/marco/monografiaMarco.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

MARTINI, G. et al. **Conexões com a física**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016.

MATRAS, J. J., **O som**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

MELLO, L. **Recordes de calor em SC**. Epagri, Santa Catarina, 30/06/2011. Disponível em: <http://circam.epagri.sc.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=139&Itemid=365>. Acesso em: 27 maio 2018.

MELLO, L. **Recordes de frio em SC**. Epagri, Santa Catarina, 30/06/2011. Disponível em: <http://ciram.epagri.sc.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=140&Itemid=364>. Acesso em: 27 maio 2018.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica 2: fluidos, oscilações e ondas, calor**. São Paulo: Blücher, 1981.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica 4: ótica, relatividade e física quântica**. São Paulo: Blücher, 1981.

TIPLER, P. A. **Física para cientistas e engenheiros**. Vol. 2. Eletricidade, magnetismo e óptica. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

TIPLER, P. A. **Física para cientistas e engenheiros: mecânica, oscilações e ondas e termodinâmica**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

VÁLIO, A. B.; FUKUI, A.; FERDINIAN, B.; MOLINA, M. M. **Ser protagonista: Física 2**. São Paulo. Edições SM, 2016.

YOUNG, H. D. FREEDMAN, R. A. **Física 1 – mecânica**. Rio de Janeiro: Ed. Addison-Wesley, 2003.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física 4: ótica e física moderna**. Rio de Janeiro: Ed. Addison-Wesley, 2003.